



FACULTAD DE INGENIERÍA Y CIENCIAS AGROPECUARIAS

DISEÑO DE UN SISTEMA PARA EL CONTROL ACTIVO DE
VIBRACIONES EN ESTRUCTURAS DE EDIFICIOS MEDIANTE
CONTROLADORES PID PARA LA REDUCCIÓN DE TRANSMISIÓN
ESTRUCTURAL



AUTOR

HENRY GUSTAVO TONATO ROCHA

AÑO

2017



FACULTAD DE INGENIERÍA Y CIENCIAS AGROPECUARIAS

DISEÑO DE UN SISTEMA PARA EL CONTROL ACTIVO DE VIBRACIONES
EN ESTRUCTURAS DE EDIFICIOS MEDIANTE CONTROLADORES PID
PARA LA REDUCCIÓN DE TRANSMISIÓN ESTRUCTURAL

Trabajo de Titulación presentado en conformidad con los requisitos
establecidos para optar por el título de Ingeniero en Sonido y Acústica

Profesor Guía

MSc. Jorge Páez Rodríguez

Autor

Henry Gustavo Tonato Rocha

Año

2017

DECLARACIÓN DEL PROFESOR GUÍA

“Declaro haber dirigido este trabajo a través de reuniones periódicas con el estudiante, orientando sus conocimientos y competencias para un eficiente desarrollo del tema escogido y dando cumplimiento a todas las disposiciones vigentes que regulan los Trabajos de Titulación”

Jorge Páez Rodríguez

Master en Gestión y evaluación de la contaminación acústica

D.N.I. 44520616

DECLARACIÓN PROFESOR CORRECTOR

“Declaro haber revisado este trabajo, dando cumplimiento a las disposiciones vigentes que regulan los Trabajos de Titulación”

Carlos Andrés Jurado Orellana
Ingeniero Acústico, PhD
C.I. 1757027915

DECLARACIÓN DE AUTORÍA DEL ESTUDIANTE

“Declaro que este trabajo es original, de mi autoría, que se han citado las fuentes correspondientes y que en su ejecución se respetaron las disposiciones legales que protegen los derechos de autor vigentes”

Henry Gustavo Tonato Rocha
C.I. 1722625355

AGRADECIMIENTOS

A mis padres Henry y Rosa por su amor y apoyo incondicional, por ayudarme a cumplir una meta más, sin ustedes nada de esto sería posible. A mis hermanos Matías, Liseth y Josselyn son mi mayor inspiración. A Jorge por su apoyo y guía durante la elaboración del proyecto. A mis amigos y mi familia que me apoyaron a culminar con éxito una etapa más de mi vida.

DEDICATORIA

Dedico este trabajo a mis padres Henry y Rosa que son pilares de mi vida, por enseñarme a ser perseverante, por los valores y ejemplo inculcados. A mis hermanos Matías, Liseth, Josselyn quienes me ayudan a crecer día a día como ser humano. A mis amigos y profesores por el apoyo para lograr este logro.

RESUMEN

El objetivo principal de este trabajo es el diseño de un prototipo para el control activo de vibraciones de una estructura de edificio a través del uso de controladores proporcionales-integrales-derivativos (PID), por lo que se comparan los resultados de simulaciones numéricas con respecto a los obtenidos en el caso práctico.

Un diseño para el control estructural tiene que tener las siguientes características:

- a) Simple
- b) Robusto
- c) Tolerante a fallas
- d) Realizable o reproducible

Para realizar el diseño se parte del método de Bouc-Wen que permite la caracterización de estructuras de edificios, mediante el cual se obtiene los valores de masa (m), elasticidad (k) y amortiguación (c) característicos de una estructura. Por otra parte, se implementa tanto la estructura de un edificio de dos pisos, una mesa vibratoria y un controlador PID en el piso superior de la estructura.

Se procede con la simulación de la estructura del edificio y las excitaciones sísmicas, a continuación, mediante la implementación del prototipo se obtiene mediciones por acelerómetros de las excitaciones producidas de la mesa vibratoria con y sin control PID y se compara, tanto las simulaciones como las mediciones realizadas.

Los resultados obtenidos revelan que un controlador PID puede funcionar con estructuras de edificios de dos pisos de forma eficiente como se demuestra por medio de las simulaciones y se puede mejorar el sistema implementando otro tipo de controles estructurales en futuros estudios.

ABSTRACT

The aim of this study is the design of a prototype to the active vibration control of a building structure through proportional-integral-derivative (PID) controllers, so which the results of numerical simulations are compared with those obtained in the study case.

A design to structural control have the next features:

- a) Simple
- b) Robust
- c) Fail tolerant
- d) Makeable

In order to make the design, it starts from the Bouc-Wen method that allows the characterization of building structures, through wich obtained the values of mass (m), stiffness (k) and damping (c) distinctive of a structure. On the other hand, is implemented both the structure of a two-story building, a shake table and a PID controller on the top of the structure.

Proceed with the simulation of a building structure and seismic excitations, next, by means of the implementation of the prototype, accelerometer measurements of the excitations produced by the vibratory table with and without PID control are obtained and both the simulations and the measurements made are compared.

Results show that PID controller can operated with two-story building structures efficiently as demonstrated by simulations and the system can be improved with other controllers in future studies.

ÍNDICE

1.	INTRODUCCIÓN	1
1.1	Antecedentes	2
1.2	Planteamiento del problema	4
1.3	Hipótesis de investigación.....	5
1.4	Alcance	5
1.5	Justificación.....	6
1.6	Objetivo General	8
1.7	Objetivos específicos	8
2.	MARCO TEÓRICO	9
2.1	Ingeniería sísmica	9
2.1.1	Movimientos sísmicos del suelo	9
2.1.1.1	Ondas internas	9
2.1.1.2	Ondas superficiales	10
2.2	Control estructural	12
2.2.1	Control pasivo	12
2.2.1.1	Aisladores de base	13
2.2.2	Control activo	13
2.2.3	Control semi-activo	14
2.2.4	Control híbrido	14
2.3	Controladores PID.....	15
2.3.1	Control P.....	17
2.3.2	Control PI.....	18
2.3.3	Control PD	19
2.3.4	Control PID	20
2.3.5	Métodos	21
2.3.5.1	Método de Ziegler-Nichols.....	21
2.3.5.2	Método de Cohen-Coon	22

2.3.6	Aplicaciones.....	23
2.4	Modelo de histéresis de Bouc-Wen	24
2.4.1	Formulación del modelo	26
2.4.2	Energía histórica consumida	26
2.4.3	Modificaciones del modelo de Bouc-Wen.....	27
2.4.3.1	Modelo de Bouc-Wen-Barber-Noori	27
2.4.3.2	Generalización de dos grados de libertad	28
2.5	Modelado de estructuras de edificios.....	28
2.5.1	Modelado de una estructura de un grado de libertad	30
2.5.2	Modelado de estructuras de n grados de libertad	31
2.5.3	Evaluación de parámetros de una estructura	35
2.5.3.1	Posicionamiento del sensor y actuador.....	35
2.5.3.2	Identificación de parámetros	35
2.5.3.3	Identificación de los estados de sistema	36
2.6	Evaluación de la posición y velocidad.....	37
2.6.1	Integradores numéricos para acelerómetros	38
2.6.2	Actuador servo lineal	40
2.6.3	Matriz de amortiguadores	40
3.	MÉTODOLOGÍA.....	42
3.1	NEC: normativa ecuatoriana de la construcción	42
3.2	Modelado de una estructura de dos pisos	43
3.3	Mesa vibratoria.....	44
3.4	Control activo en estructuras de edificios	45
3.4.1	Controlador PID	46
3.5	Análisis estructural con Matlab	49
4.	DESARROLLO.....	54
4.1	Construcción a escala de un edificio de dos pisos	54
4.2	Construcción de una mesa vibratoria.....	57
4.3	Implementación del controlador PID a la estructura	60

4.3.1	Parámetros estructura de dos pisos	64
4.4	Simulaciones numéricas	65
5.	ANÁLISIS Y DISCUSIÓN DE RESULTADOS	70
5.1	Análisis de los resultados.....	70
5.2	Discusión.....	73
6.	ANÁLISIS ECONÓMICO.....	75
7.	CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES	77
7.1	Conclusiones.....	77
7.2	Recomendaciones	78
	REFERENCIAS	80
	ANEXOS	94

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1. Ubicación de terremotos en Ecuador.....	7
Figura 2. Propagación de ondas superficiales en el agua.	11
Figura 3. Propagación de las ondas sísmicas.....	11
Figura 4. Sistema de aislamiento de base.	13
Figura 5. Diagrama de bloques de un controlador PID.	16
Figura 6. Respuesta de la planta sin ningún control.	16
Figura 7. Respuesta de la planta con control proporcional, $K_p=300$	18
Figura 8. Respuesta de la planta con control PI, $K_p=30$ y $K_i=70$	19
Figura 9. Respuesta de la planta con control PD, $K_p=300$ y $K_d=10$	20
Figura 10. Respuesta de la planta con control PID, $K_p=350$, $K_i=300$ y $K_d=50$. 21	
Figura 11. Curva S para el cálculo de parámetros.....	23
Figura 12. Modelo mecánico de Bouc-Wen.	25
Figura 13. Excitación del viento y de terremotos.	29
Figura 14. Estructura de un grado de libertad.....	31
Figura 15. Modelo mecánico de una estructura de n grados de libertad.	32
Figura 16. Bucle de histéresis.	34
Figura 17. Modelo mecánico de un acelerómetro.	38
Figura 18. Servo mecanismo lineal.	40
Figura 19. Esquema de control en el último piso.	42
Figura 20. Esquema de la configuración de la mesa vibratoria.	44
Figura 21. Configuración experimental de la mesa vibratoria.	45
Figura 22. Control PID para un edificio de dos pisos.	45
Figura 23. Diseño estructural para analizar con Matlab.....	50
Figura 24. Resultado de las deformaciones de análisis con MATLAB.....	53
Figura 25. Base de casa piso de la estructura del edificio.	55
Figura 26. Uniones de las esquinas con pernos.	56
Figura 27. Estructura del edificio de dos pisos.....	56
Figura 28. Colocación de la masa en el primer piso.	57
Figura 29. Ángulo L en cada esquina para soporte de la estructura.....	57
Figura 30. Base de la mesa vibratoria.....	59

Figura 31. Base para la estructura del edificio.	59
Figura 32. Rieles de movimiento.	59
Figura 33. Base para el control de la mesa vibratoria.	60
Figura 34. Base para el control de la mesa vibratoria.	60
Figura 35. Diagrama de bloques en Simulink del control PID sobre la planta. .	62
Figura 36. Conexiones del controlador PID.	63
Figura 37. Controlador PID sobre la estructura del edificio.	64
Figura 38. Parámetros del controlador PID.	67
Figura 39. Respuesta del edificio sin control.	68
Figura 40. Respuesta del edificio con control PID.	68
Figura 41. Respuesta del edificio con control PID.	69
Figura 42. Respuesta del edificio con control PID.	69
Figura 43. Obtención de la aceleración por medio del acelerómetro.	72
Figura 44. Línea de control de voltaje.	72

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 1. Dispositivos de control estructural.....	15
Tabla 2. Efectos de los parámetros de un controlador PID.....	17
Tabla 3. Cálculo de los parámetros mediante Ziegler-Nichols.....	22
Tabla 4. Cálculo de los parámetros mediante Cohen-Coon	23
Tabla 5. Dimensiones de la estructura del edificio.....	55
Tabla 6. Dimensiones de la mesa vibratoria	58
Tabla 7. Parámetros del controlador PID.....	61
Tabla 8. Materiales del controlador PID.....	63
Tabla 9. Parámetros del edificio.....	65
Tabla 10. Matriz de rigidez de la estructura	65
Tabla 11. Vector de desplazamientos generales de la estructura	66
Tabla 12. Vector de reacciones de acuerdo a las cargas colocadas	67
Tabla 13. Comparación de la atenuación de vibraciones con y sin control PID.....	71
Tabla 14. Descripción de los materiales y elementos usados para la implementación del prototipo.....	75

1. INTRODUCCIÓN

Las estructuras de edificios son vulnerables a desastres naturales y provocados por el hombre, dando como resultado pérdidas financieras, ambientales y humanas. Es indispensable proteger éstas estructuras, incluyendo ocupantes y componentes no estructurales de este tipo de amenazas (Thenozhi & Yu, 2014).

El estudio del control activo de vibraciones para estructuras de edificios comenzó hace pocas décadas a causa de desastres naturales de los que se destaca vientos fuertes y terremotos de grandes magnitudes ocurridos en países como Japón, México, Nueva Zelanda, China entre otros, por lo que en la actualidad existe gran cantidad de aplicaciones para el control de vibraciones en estructuras de edificios y puentes, todos los modelos tienen el objetivo de reducir al mínimo el movimiento de una estructura para evitar daños. Se reporta que aproximadamente 16, 000 estructuras de edificios alrededor del mundo han sido protegidas usando sistemas antisísmicos (Martelli, Forni & Panza, 2011). Los primeros modelos implementados eran aisladores sísmicos que actúan directamente en la fuente de excitación o amortiguadores que se añaden a la estructura, estos sistemas son denominados pasivos. Japón tiene cerca del 18% de todos los terremotos del planeta, de magnitud 7 o mayor. Más de 5, 000 edificios en Japón ya han sido protegidos por aisladores sísmicos (Fujita, 1998).

Los sistemas pasivos son ampliamente usados por su mecanismo simple, son confiables y de bajo costo, el problema es que tienen capacidad limitada, esto quiere decir que los aisladores o amortiguadores cubren un determinado rango de frecuencias. Es por éste motivo que se comienza a implementar sistemas activos, los cuales tienen la habilidad de añadir fuerza en el interior de la estructura del edificio. Los efectos del control activo son obviamente superiores al control pasivo, en la disminución a la respuesta de la vibración de la estructura (Guclu & Yazici, 2008), tienen una gran capacidad y son diseñados para actuar sobre un número de modos de vibración. El control activo utiliza sensores y actuadores activos para controlar las vibraciones no deseadas (Spencer & Sain,

1997). Actuadores como AMD (active mass damper) o masa activa de amortiguación y tendones activos pueden ser controlados mediante aplicaciones como PID (controlador proporcional-integral-derivativo).

El control PID es ampliamente utilizado en aplicaciones industriales. Sin el conocimiento del modelo, puede ser él mejor controlador en aplicaciones a tiempo real (Åström & Hägglund, 2004). Un controlador que ocupa tres señales mediante mediciones de error para obtener una señal deseada y de esta forma controlar un dispositivo activo para el control de vibraciones es muy eficiente, el problema es que su teoría no está bien desarrollada para el control estructural, por lo que a pesar de ser parte de un sistema de control activo, se han encontrado ciertas limitaciones ya que no es efectivo a terremotos de grandes magnitudes, y no es aplicable para estructuras con varios grados de libertad. Sin embargo, las grandes ventajas del control PID sobre los demás es que son simples y tienen claros significados físicos (Thenozhi & Yu, 2014). El propósito de este estudio es aplicar control PID y discutir la efectividad de su teoría en el comportamiento lineal de estructuras de edificios.

El método Bouc-Wen se aplica para varios campos de investigación como la medicina, toda el área de ingeniería, por lo tanto, en este trabajo de investigación va a ser usado para describir el comportamiento lineal de un sistema histerético que fue introducido por Bouc y desarrollado años más tarde por Wen, lo que nos permite obtener una idea del desempeño de un edificio gracias a la variabilidad de las ecuaciones.

1.1 Antecedentes

Las vibraciones son un problema presente tanto en maquinarias livianas y pesadas, así como también en el caso de estructuras de edificios y otros objetos, en consecuencia se requiere tener un control sobre las mismas, de tal modo que se pueda atenuar ya que no se puede suprimir del todo una vibración, por lo que se han realizado trabajos de control pasivo, activo, semi-activo e híbrido de

vibraciones en áreas como: ingeniería civil, aeronáutica, mecánica y aeroespacial para evitar que estructuras y maquinarias presenten problemas durante su uso, ya sea constante o intermitente.

En la actualidad existe un avanzado número de sistemas de maquinarias que reducen tiempo de producción, pero a la vez deben trabajar de forma precisa, entonces en el campo de ingeniería se implementó el control activo de vibraciones para evitar que cualquier perturbación interna o externa altere el ritmo de trabajo o funcionamiento, esto se debe a que un sistema tiene una frecuencia central que puede ser afectada: motivo por el cual entra en resonancia y comienza a vibrar de tal forma que altera sus armónicos, por lo que el control pasivo no es efectivo, aunque se apliquen amortiguadores de masas ya que sólo actuarían sobre la frecuencia natural del sistema, a diferencia del uso de sensores y actuadores que funcionan de forma activa se va a obtener un mayor control en un determinado rango de frecuencias realizando control activo de vibraciones (García, 2010).

Utilizar el control activo de vibraciones en estructuras es práctico, ya que mediante sensores y actuadores aplicando un algoritmo de control como PD, PID (controladores proporcional-derivativo y proporcional-integral-derivativo), redes neuronales, FSM (modo de deslizamiento difuso o fuzzy sliding mode) u otro algoritmo de control se va a atenuar perturbaciones externas sin la necesidad de aumentar masa, entonces, no es apropiado ejecutar control estructural con métodos pasivos, esto se debe a que en una estructura ya construida no es ideal agregar una masa para controlar perturbaciones externas, y se ve reflejado en el trabajo realizado en Seúl (Kwak & Yang, 2015), se tiene un caso de estudio similar en China mediante controladores PID para estructuras inteligentes (Zhang, Schmitdt & Qin, 2015), a nivel internacional se han realizado estudios y diseños totalmente funcionales y con resultados alentadores.

Abarcando sectores de estudio más próximos se encuentra México, específicamente en México DF. donde se publicó el análisis de estabilidad de

control activo de vibraciones en estructuras de edificios usando controladores PD y PID (Thenozhi & Yu, 2014). Por lo tanto, constan los medios y fundamentos tanto teóricos como prácticos de diferentes regiones del mundo, para aplicarlos en casos reales, ya que una estructura no se comporta de la misma forma en Ecuador que en otro país por la ubicación y tipo de suelo, por lo que se debe analizar de acuerdo a los eventos sísmicos que hayan ocurrido en el país.

1.2 Planteamiento del problema

Las vibraciones se pueden clasificar en: libres y forzadas y se pueden subdividir en dos: con amortiguación y sin amortiguación. Cada una tiene su teoría de estudio y dependen de si existen fuerzas externas o no para ser clasificadas, en este caso como se habla de excitaciones sísmicas en una estructura de edificio son vibraciones libres que provienen del suelo, por lo que genera un movimiento en la estructura del edificio que puede dañarlo.

En el Ecuador no se realiza un estudio de control de vibraciones para las edificaciones a ser construidas, aunque la normativa ecuatoriana de la construcción NEC contempla las cargas sísmicas y diseños sismo resistentes, que dependen de varios factores como: las condiciones del suelo que tienen relación directa con las curvas de peligro sísmico de cada capital de provincia y, con la metodología del diseño sismo resistente la cual caracteriza la estructura a construirse en una categoría y coeficiente de importancia, no se hace prueba alguna de la resistencia de los materiales a ser utilizados ejerciendo control activo de vibraciones, y no consta un estudio de laboratorio que avalúe su uso, ya sea por la reducción de costos y porque la normativa a pesar de estar actualizada aún presenta ciertas permisividades, lo que influye en el comportamiento de la estructura del edificio, como quedo en evidencia en el pasado movimiento sísmico del 16 de abril del 2016.

Donde las ciudades costeras sufrieron severos daños estructurales, por lo que se destruyeron durante el suceso o tuvieron que ser demolidos por los daños que no pueden ser reparados. Los reportes, hasta el cierre de

esta edición, mencionaban casas caídas, paredes cuarteadas, puentes afectados. En Guayaquil, el paso a desnivel de la avenida de las Américas, a la altura del colegio Aguirre Abad, se desplomó, provocando la muerte de una persona, atrapada en el vehículo (El Universo, s.f.).

Entonces el problema que se plantea en el presente trabajo de titulación es reducir las vibraciones a las que está expuesto una estructura de edificio, para minimizar los daños estructurales y evitar pérdidas humanas y económicas a causa de vientos fuertes y terremotos. Referente al crecimiento de los últimos años, las ciudades urbanas han aumentado por consecuencia las edificaciones han ganado terreno, pero no existe una cultura concerniente al tratamiento acústico de las mismas, esto quiere decir que no se aborda la parte acústica ya sea para acondicionamiento o aislamiento acústico de las estructuras de edificios, lo que implica que no hay control estructural.

1.3 Hipótesis de investigación

Realizar control activo de vibraciones en estructuras de edificios mediante el uso de controladores PID, permite minimizar riesgo de daños y pérdidas ante excitaciones sísmicas.

1.4 Alcance

En toda maquinaria, en todo sistema y en cada estructura de edificio se tiene una frecuencia de funcionamiento que puede entrar en resonancia ya sea por excitación interna como externa que necesita ser inspeccionada, y mediante control pasivo de vibraciones no se obtienen resultados adecuados, muchas veces porque no se actúa sobre un rango de frecuencias apropiado, es por lo cual al aplicar un control activo de vibraciones y observando el comportamiento real de una estructura, se puede implementar un sistema de control activo mediante sensores y actuadores que permitan la reducción de vibraciones.

En el área de acústica, el alcance de este trabajo de titulación va guiado por la sección de vibraciones para la evaluación de estructuras de edificios, por lo que consiste en diseñar un sistema de control activo de vibraciones a escala de laboratorio para la reducción de transmisión estructural, basándonos en variables como:

- ecuaciones de movimiento, que cuantifican el comportamiento de las estructuras
- masa
- desplazamiento
- velocidad
- aceleración del suelo y la estructura
- amortiguamiento
- rigidez
- excitaciones externas
- modelamiento estructural de edificios
- carga sísmica
- curvas de peligro sísmico

1.5 Justificación

Las estructuras de edificios en la actualidad han ganado un crecimiento vertical, ya que la población actual no permite un crecimiento horizontal como se lo planteaba años atrás, a lo que se adiciona un incremento mayor de materiales livianos para las construcciones lo que permite que ruido aéreo, de impacto y sobre todo estructural se transmita entre recintos colindantes con mayor facilidad, y genera un problema en las columnas ya que la transmisión de vibraciones por sistemas livianos es mayor y en estructuras altas se pierde el control debido a vientos fuertes. Entonces cuando un edificio experimenta una excitación sísmica, ya sea vientos fuertes o terremotos, la estructura pasa por vibraciones de gran amplitud que causan daños; los cuales no solo comprometen la estructura del edificio, sino que están ligados a pérdidas humanas y económicas.

Por esta razón y porque en el país actualmente no se realizan estudios del comportamiento de estructuras de edificios con los materiales que van a ser usados para su construcción, a lo que se puede sumar que no se tiene a consideración el uso de suelo, ya que Ecuador está ubicado entre dos placas tectónicas: la placa de Nazca que es una placa oceánica y la placa Continental, motivo por el cual en la Costa del Pacífico se han generado 6 sismos de gran magnitud, que por condiciones geológicas las ondas sísmicas se amplifican.



Figura 1. Ubicación de terremotos en Ecuador.

Tomado de Universidad Yachay Tech, s.f.

Consecuentemente, al realizar control activo de vibraciones en estructuras de edificios se pretende aplicarlo para situaciones reales a partir de estudios, simulaciones y modelos a escala, observando su funcionamiento con el sistema y cómo se reducen las vibraciones. De esta forma se consigue tener un mayor control, ya que no se puede tener un control total sobre estructuras de edificios ante vibraciones aplicando controladores PID.

1.6 Objetivo General

Diseñar un prototipo para el control activo de vibraciones en estructuras de edificios a través del modelamiento de sistemas histeréticos usando controladores PID.

1.7 Objetivos específicos

- Establecer las diferencias entre el modelamiento matemático y el prototipo diseñado.
- Evaluar la transmisión de vibraciones de la estructura antes, durante y después de usar control activo de vibraciones.
- Proponer un diseño de control PID para el modelo experimental.
- Establecer el modelo Bouc-Wen con controladores PID que permitan la reducción de vibraciones en estructuras de edificios.

2. MARCO TEÓRICO

2.1 Ingeniería sísmica

Estudia la respuesta y el comportamiento ante excitaciones sísmicas que toman las estructuras de edificios. Mediante la cual se puede tener una relación entre la estructura del edificio y el suelo. Su objetivo primordial es plantear, edificar y conservar las estructuras de edificios ante una excitación sísmica de gran magnitud.

Magnitud: terminología introducida por Richter en 1935, es una escala para calcular el tamaño de un sismo y medir su energía. La energía total liberada por un terremoto es la suma de la energía transmitida en forma de ondas sísmicas y la disipada principalmente en forma de calor (Bozzo & Barbat, 2000).

Intensidad: La intensidad es un parámetro que permite describir los daños producidos en edificios y estructuras, así como las consecuencias del sismo sobre el terreno y los efectos sobre las personas (Bozzo & Barbat, 2000).

2.1.1 Movimientos sísmicos del suelo

Toda la energía que se libera durante un sismo se irradia por medio de diferentes tipos de ondas. Su principal clasificación son ondas de cuerpo y ondas superficiales (Bazán & Meli, 1999).

2.1.1.1 Ondas internas

Un tipo de ondas que recorren grandes trayectos por el interior de la tierra y su amplitud se va atenuando poco a poco (Bazán & Meli, 1999), siguen un proceso similar al de las ondas de luz haciendo refracción.

Ondas P: conocidas también como primarias o principales son ondas de dilatación y compresión, lo que quiere decir que actúan comprimiendo y dilatando el suelo paralelo a la trayectoria de propagación que poseen (Bazán & Meli, 1999), son aptas para viajar por cualquier material.

Ondas S: denominadas como ondas secundarias o de corte, son ondas que tienen desplazamientos transversales con respecto a la dirección de propagación (Bazán & Meli, 1999), son ondas capaces de viajar únicamente por medios sólidos.

El origen de un movimiento sísmico parte de la combinación ondas P y S, teniendo una diferencia de velocidades entre las dos se puede calcular su epicentro (Bazán & Meli, 1999).

2.1.1.2 Ondas superficiales

Son ondas que viajan sobre la superficie de la Tierra y son producto de las reflexiones y refracciones de ondas internas cuando éstas llegan a la superficie. Teniendo el mayor porcentaje de responsabilidad en cuanto a los daños producidos en las estructuras por los sismos, ya que son ondas de baja frecuencia entonces se transfieren a baja velocidad creando resonancias en las estructuras de los edificios (Espíndola & Jiménez, 1994).

Ondas R: denominadas como ondas Rayleigh en honor al científico que las descubrió, son ondas que se mueven de forma similar a las ondulaciones de la superficie del agua. (Bullen & Bolt, 1985).

La propagación de las ondas sobre la superficie del agua tiene una forma elíptica, entonces los diferentes puntos se trasladan de forma vertical con una amplitud dependiente del tiempo y la posición.



Figura 2. Propagación de ondas superficiales en el agua.

Tomado de Educarchile, s.f.

Ondas L: conocidas también como ondas Love, en honor a Augustos Love, un matemático que desarrollo el modelo en 1991, son ondas superficiales que provocan cortes horizontales en la tierra, tienen una velocidad menor a las ondas R por lo que solo se propagan con la superficie del terreno.

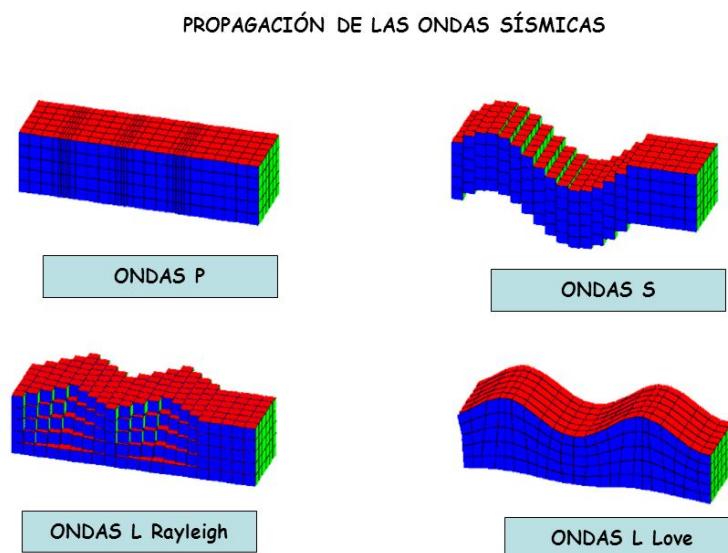


Figura 3. Propagación de las ondas sísmicas.

Tomado de Cuenca, 2014.

2.2 Control estructural

Las vibraciones están presentes en casi todas partes y su presencia a menudo es un problema a tener en consideración, causan fallas en el funcionamiento de sistemas que se implementan en los procesos industriales de precisión y en la ingeniería estructural (Li et al, 2012), ya que hay procedimientos que no se pueden dar si existe alguna perturbación externa, estos sistemas necesitan estar libres de vibraciones; existe un caso similar con el comportamiento en las estructuras de edificios.

El control estructural en la actualidad se puede dar por medio de diferentes técnicas, dependiendo de los requerimientos del sistema a ser implementado y de las características del edificio a ser controlado, para fortificar la seguridad de la estructura del edificio se pueden implementar los siguientes métodos: pasivos, activos, semi-activos e híbridos. Las vibraciones estructurales pueden ser controladas por dos vías: construyendo los edificios con materiales inteligentes (Housner et al., 1997) y mediante la adición de dispositivos de control como: amortiguadores, aisladores y actuadores al edificio (Yan & Zhou, 2006). La reducción de vibraciones es obligatoria en algunos procesos y requerida en otros como en el caso del control estructural para evitar daños estructurales ante riesgo de terremotos y vientos fuertes.

2.2.1 Control pasivo

El control pasivo es un método muy popular para aplicaciones de control estructural ya que es sencillo, confiable y de bajo costo, es eficaz para asegurar el nivel deseado de atenuación, pero solo en un rango de frecuencias específico (Fisco & Adeli, 2011); lo que implica limitaciones importantes. Un dispositivo de control pasivo que modifica la respuesta de la estructura sin una fuente de energía externa ya que esta empotrado a la base de la estructura del edificio por lo que su principio de funcionamiento es por medio de la disipación de energía.

2.2.1.1 Aisladores de base

Los aisladores de base son dispositivos pasivos que reducen el movimiento de los distintos pisos de un edificio con n grados de libertad, por lo que controlan la aceleración total de la estructura e incrementan la flexibilidad de la misma. Al estar colocados en la base su función es desacoplar el movimiento de la base de un edificio con respecto del suelo mediante conexiones diseñadas entre la estructura y la base (Bozzo & Barbat, 2000). Por esta razón los aisladores de base reducen la propagación de señales de alta frecuencia desde el suelo hacia la estructura del edificio y su aplicación es ideal para edificios de pequeña y mediana altura (Cheng et al., 2008).

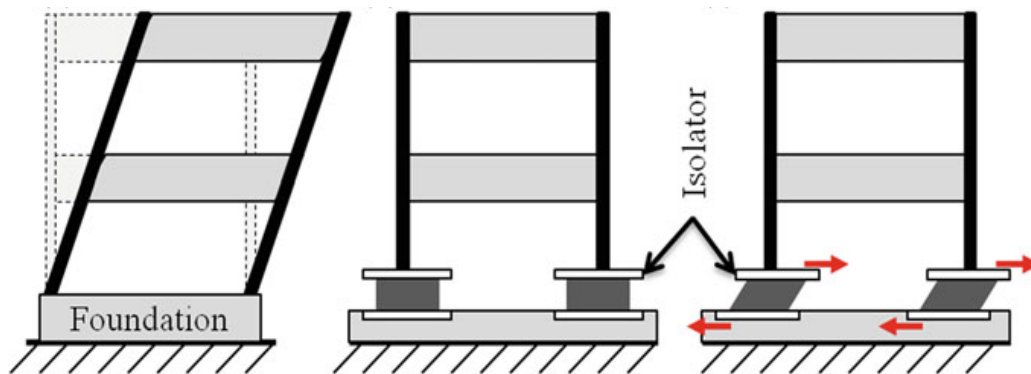


Figura 4. Sistema de aislamiento de base.

Tomado de Yu & Thenozhi, 2016, p. 18.

2.2.2 Control activo

El concepto de control activo surgió en 1970 y la aplicación en escala completa apareció en 1989 (Spencer & Sain, 1997). El control activo de vibraciones tiene su principio de funcionamiento en la aplicación de una fuerza a una señal medida de la estructura y generar una señal de igual magnitud y opuesta a una fuerza atribuida a una excitación externa mediante un algoritmo de control.

Los sistemas activos usan sensores para medir las excitaciones y la respuesta estructural, al igual que actuadores para controlar las vibraciones no deseadas

por lo que requiere una gran fuente de energía externa (Symans & Constantinou, 1999), esto quiere decir que los sistemas activos pueden fallar por problemas de energía eléctrica durante movimientos sísmicos, entonces se vuelve un reto implementar un sistema activo de control por los altos requerimientos y costos. Estos desafíos resultaron en el desarrollo de dispositivos de control semi-activos e híbridos (Forrai et al., 2001).

2.2.3 Control semi-activo

Un sistema de control semi-activo requiere una pequeña fuente de energía externa para su funcionamiento y utiliza el movimiento de la estructura para desarrollar la fuerza de control, donde la magnitud de la fuerza puede ser ajustada por una fuente de alimentación externa (Symans & Constantinou, 1999), el control semi-activo cubre un espacio entre el control activo y pasivo ya que son adaptables y no pueden inyectar energía mecánica por lo que no pueden desestabilizar, a diferencia de los dispositivos activos y funcionan en tiempo real (Forrai et al., 2001).

2.2.4 Control híbrido

El control híbrido usa los tres tipos de sistemas mencionados anteriormente: pasivos, activos y semi-activos, de esta forma cubre las limitaciones y restricciones individuales de cada sistema. Es de esperar que la instalación de un dispositivo de control cambie parámetros de la estructura, lo cual está relacionado directamente con la frecuencia natural de la estructura del edificio f_n .

A continuación, se muestra una tabla con los diferentes tipos de control estructural y los dispositivos que usa cada uno para su implementación:

Tabla 1.

Dispositivos de control estructural

Pasivo	Activo	Semi-activo	Aisladores	Híbrido
Amortiguadores metálicos, de fricción, viscoelástico y de fluidos viscosos. TDM (amortiguador de masa sintonizado).	Amortiguadores de masa activa, tendones activos.	Amortiguadores MR (magnetoreológicos) y ER (eletroreológicos), dispositivos de control por fricción.	Rodamientos elastómeros, cojinetes de plomo, cojinetes de goma, cojinetes de péndulo.	HBI (aislador de base híbrido) y HMD(amortiguador de masa híbrido)

Tomado de Yu & Thenozhi, 2016, p. 24.

2.3 Controladores PID

Un controlador PID es un mecanismo de control basado en la retroalimentación para controlar sistemas industriales, sus partes se dividen en: valor proporcional que se basa en el error actual, valor integral que depende de los errores del pasado y el valor derivativo que es la predicción de los errores futuros, el objetivo es sumar los tres valores para ajustar (sintonizar) un proceso de control mediante los sensores y actuadores. Hoy por hoy son empleados en varias aplicaciones por su versatilidad y fácil implementación.

Para entender su funcionamiento se explica cada una de sus partes y se puede ver cómo actúan, entonces, mediante el anexo 1 se ejecuta el programa mostrado en Matlab y agregando las ganancias K_p , K_i y K_d de la respuesta que

presentan de forma individual de la siguiente forma: proporcional, proporcional-integral, proporcional-derivativo y proporcional-integral-derivativo.

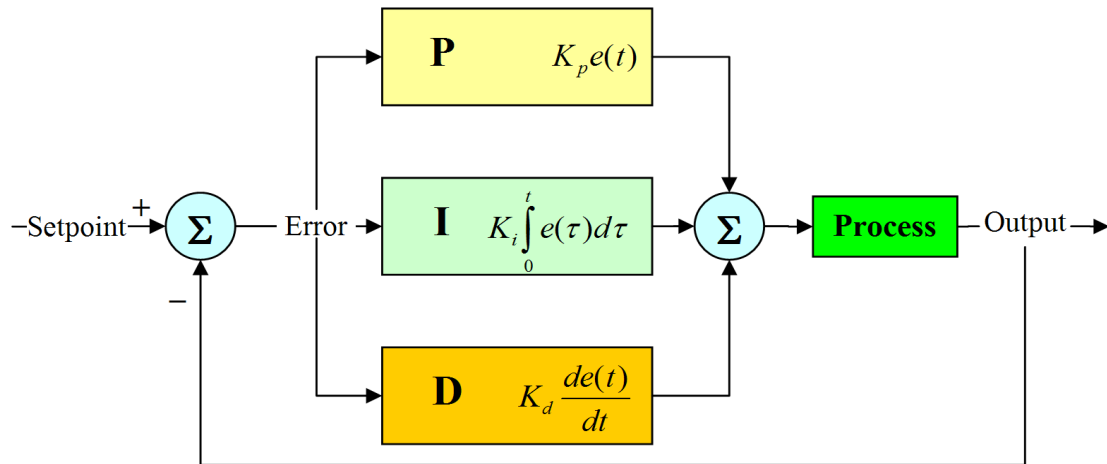


Figura 5. Diagrama de bloques de un controlador PID.

Tomado de My Weblog, s.f.

En la siguiente figura se observa la respuesta de un sistema sin ningún tipo de control, esto quiere decir que el programa del anexo 1 tiene los valores de $K_p = K_i = K_d = 0$, entonces solo se muestra la curva de la función de transferencia, sin ninguna atenuación, ya que el controlador no actúa, al no tener ningún valor proporcional K_p .

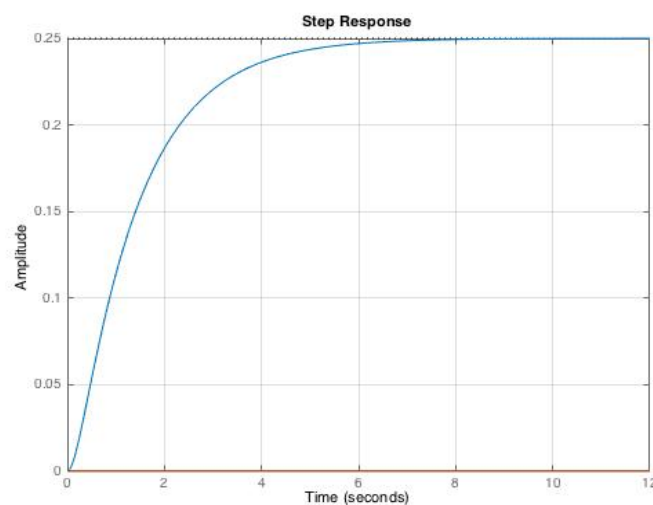


Figura 6. Respuesta de la planta sin ningún control.

Gráfico de la planta, en el eje X está en función del tiempo en segundos [s], y en el eje Y está en función de la amplitud en metros [m].

En la siguiente tabla se pueden observar los efectos que cada parámetro de un controlador PID tiene en un sistema de bucle-cerrado (BC).

Tabla 2.

Efectos de los parámetros de un controlador PID

Respuesta BC	Tiempo de elevación	Sobrecarga	Tiempo de estabilización	Error de estado estacionario
K_p	Decrece	Incrementa	Pequeño cambio	Decrece
K_i	Decrece	Incrementa	Incrementa	Elimina
K_d	Pequeño cambio	Decrece	Decrece	No cambia

Adaptado de Control-PID, s.f.

2.3.1 Control P

Control proporcional se utiliza principalmente en procesos de primer orden para almacenar energía que se denomina como la ganancia K_p , es la base de los tres modos de control, esto quiere decir que si hay control integral o derivativo se suman al control proporcional. La principal función de este controlador se basa en la reducción del tiempo de elevación, al igual que incrementa la sobrecarga y reduce el error de estado estacionario. Mientras más se aumenta la ganancia proporcional, existe menor amplitud y margen de fase, por lo tanto, la dinámica crece para un rango de frecuencias más extenso, lo que también implica un aumento a la sensibilidad al ruido.

Entonces se debe tener en cuenta que se puede hacer uso de este controlador cuando el sistema a ser implementado sea tolerable a un error de estado

estacionario. En la figura 7 se puede ver la respuesta de un sistema cuando se aplica control proporcional, entonces en el programa del anexo 1 hace un incremento de $K_p = 0$ a $K_p = 300$, como lo indica la tabla 2, a diferencia de la figura 6, el tiempo de elevación es menor, pero su tiempo de estabilización presenta cambios.

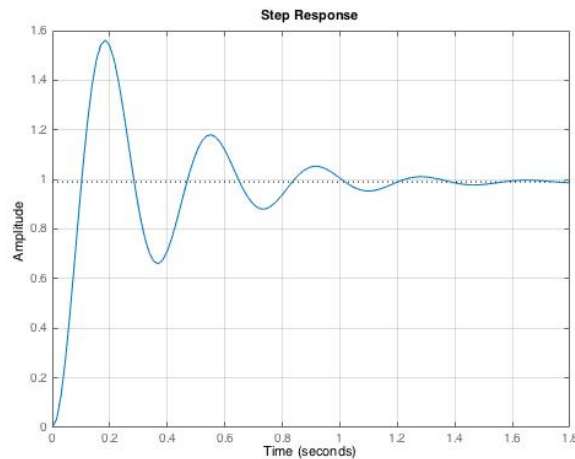


Figura 7. Respuesta de la planta con control proporcional, $K_p=300$.

Gráfico de la planta, en el eje X está en función del tiempo en segundos [S], y en el eje Y está en función de la amplitud en metros [m].

2.3.2 Control PI

El controlador proporcional-integral suprime el error de estado estacionario ocasionado por el controlador proporcional, por consecuencia se ven afectadas la velocidad de respuesta del sistema al igual que su estabilidad cómo lo podemos observar en la tabla 2, ya que tanto el tiempo de sobrecarga y de estabilización incrementan, y el tiempo de elevación disminuye. Aunque a diferencia del anterior controlador es más estable ya que integra las áreas bajo la curva. Este tipo de controladores se utiliza en sistemas donde la velocidad del sistema no sea un inconveniente, ya que no es capaz de predecir los errores futuros.

En la siguiente figura se muestra la respuesta de un sistema bajo la influencia de un controlador PI, por lo que a diferencia de la figura 7, su curva es más suave, lo que significa mayor estabilidad.

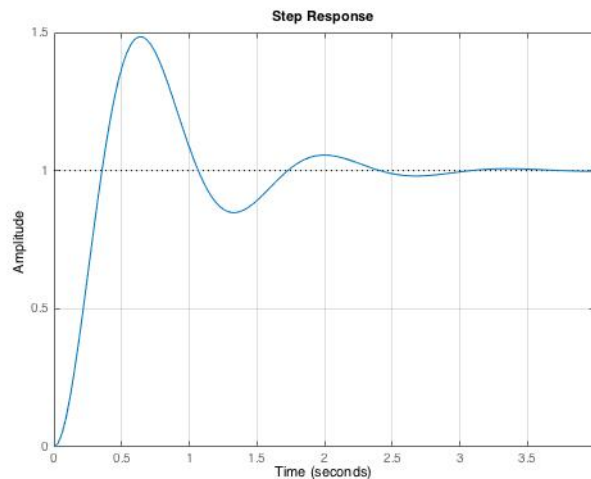


Figura 8. Respuesta de la planta con control PI, $K_p=30$ y $K_i=70$.

Gráfico de la planta, en el eje X está en función del tiempo en segundos [s], y en el eje Y está en función de la amplitud en metros [m].

2.3.3 Control PD

El controlador PD, elimina la limitación de un controlador PI, esto quiere decir que, es capaz de predecir errores futuros, entonces si la oscilación comienza a ser negativa lo va a detectar de inmediato y la corrige. Por lo que un controlador D está diseñado para controlar los cambios repentinos de una señal, como se observa en la tabla 2, la sobrecarga y el tiempo de estabilización decrecen, entonces se debe tener en cuenta que no se puede implementar un controlador D de forma individual y ya que amplifica el ruido del proceso.

En la siguiente figura se muestra el sistema de bucle cerrado con un controlador PD, por lo que se puede observar que cumple con las características mencionadas, a diferencia del controlador PI, tiene mayor estabilidad.

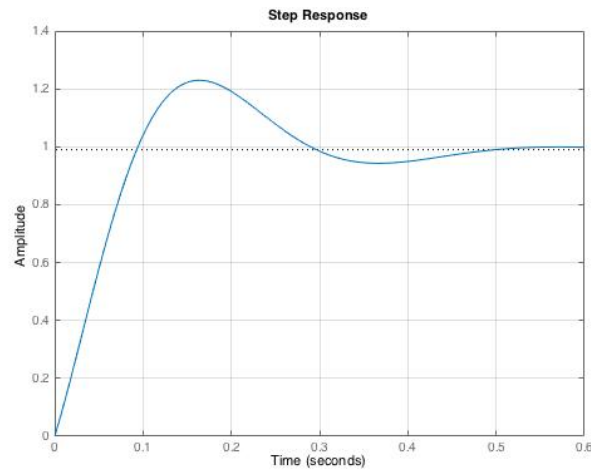


Figura 9. Respuesta de la planta con control PD, $K_p=300$ y $K_d=10$.

Gráfico de la planta, en el eje X está en función del tiempo en segundos [s], y en el eje Y está en función de la amplitud en metros [m].

2.3.4 Control PID

Un controlador PID tiene las ventajas de los controladores individuales, lo que permite que su uso sea para procesos de orden superior que requieran almacenamiento de gran cantidad de energía. Esto se debe a que: disminuye el tiempo de elevación, elimina el error de estado estacionario y minimiza la sobrecarga en la respuesta de salida de un sistema haciéndolo más versátil para aplicaciones prácticas, especialmente para sistemas de uno o dos grados de libertad, si se aplica para sistemas de con más grados de libertad el algoritmo de control se complica, por lo que se vuelve incongruente para aplicaciones de control activo de vibraciones de estructuras mayores a dos pisos (Yu & Thenozhi, 2016).

En la figura 9 se puede observar la respuesta de un sistema con controladores PID, por lo que después de varias pruebas (sintonización) se puede establecer las ganancias individuales para obtener el control deseado y observar su diferencia con respecto a la señal del sistema sin control de la figura 6.

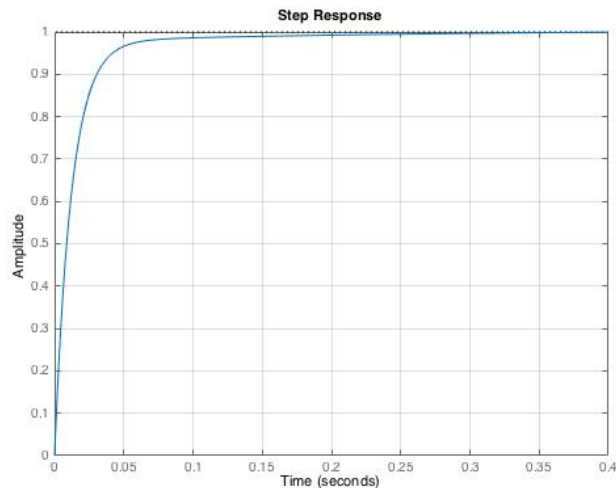


Figura 10. Respuesta de la planta con control PID, $K_p=350$, $K_i=300$ y $K_d=50$. Gráfico de la planta, en el eje X está en función del tiempo en segundos [s], y en el eje Y está en función de la amplitud en metros [m].

2.3.5 Métodos

2.3.5.1 Método de Ziegler-Nichols

Los controladores PI eran más usados que los controladores PID, teniendo en cuenta que los controladores PID son más rápidos y no tiene oscilación, son inestables en condiciones antes pequeños cambios en los ajustes de entrada, por lo que el método de Ziegler-Nichols es eficaz para corregir este problema y aumenta su uso sobre los controladores PI.

El procedimiento parte de la comprobación de la ganancia proporcional deseada si es positiva o negativa, por lo que se aumenta manualmente la entrada escalonada y se verifica, sí la salida en estado estacionario también aumenta, entonces es positiva, de lo contrario es negativa y se toman los siguientes valores K_i y K_d toman valores de cero, y se aumenta el valor de K_p hasta crear una oscilación en la respuesta de salida del sistema. Ziegler y Nichols sugirieron que se establezcan valores para el cálculo de los siguientes parámetros: K_p , T_i y T_d que se muestran en la siguiente tabla.

Tabla 3.

Cálculo de los parámetros mediante Ziegler-Nichols

Tipo	Lazo abierto			Lazo cerrado		
	K_p	T_i	T_d	K_p	T_i	T_d
P	$\frac{T_p}{T_0}$	-	-	$0.5 * K_c$	-	-
PI	$0,9 * \left(\frac{T_p}{T_0}\right)$	$\frac{T_0}{0,3}$	-	$0.45 * K_c$	$\frac{P}{1,2}$	-
PID	$1,2 * \left(\frac{T_p}{T_0}\right)$	$2 * T_p$	$\frac{T_0}{2}$	$0.6 * K_c$	$0.5 * P$	$0.125 * P$

Adaptado de Control-PID, s.f.

K_p es la ganancia proporcional, T_i es el tiempo de integración y T_d es el tiempo de derivación.

T_0 es el tiempo inicial, $T_p = t_{0,632} - T_0$ para cálculo en lazo abierto.

K_c valor crítico de K_p , P es el periodo que se calcula experimentalmente en lazo cerrado.

2.3.5.2 Método de Cohen-Coon

Un método descubierto 10 años después que Ziegler-Nichols, el controlador se coloca manualmente, el objetivo es calcular la ganancia de la siguiente forma: se dibuja una línea tangente a la pendiente máxima del punto de inflexión, se verifica que la planta tenga polos dominantes, si es el caso, entonces la curva de respuesta puede tener forma de S como la figura 11, en el caso de que la comprobación de la curva no tenga esta forma, no es posible aplicar éste método. Existe un problema con la curva de reacción de Ziegler-Nichols que es muy sensible a las variaciones entre el diferencial del tiempo que parte del reposo t_1 y el tiempo de la intersección final t_2 , por consiguiente Cohen y Coon desarrollaron una tabla mejorada para el cálculo de sus parámetros que me muestran a continuación:

Tabla 4.

Cálculo de los parámetros mediante Cohen-Coon

	K_p	T_i	T_d
P	$\frac{\gamma_0}{K_0\tau_0} \left(1 + \frac{\tau_0}{3\gamma_0}\right)$	-	-
PI	$\frac{\gamma_0}{K_0\tau_0} \left(0,9 + \frac{\tau_0}{12\gamma_0}\right)$	$\frac{\tau_0(30\gamma_0 + 3\tau_0)}{9\gamma_0 + 20\tau_0}$	-
PID	$\frac{\gamma_0}{K_0\tau_0} \left(\frac{4}{3} + \frac{\tau_0}{4\gamma_0}\right)$	$\frac{\tau_0(32\gamma_0 + 6\tau_0)}{13\gamma_0 + 8\tau_0}$	$\frac{4\gamma_0\tau_0}{11\gamma_0 + 2\tau_0}$

Adaptado de Control-PID, s.f.

 $K_0 = \frac{y_\infty - y_0}{u_\infty - u_0}$ es el control de ganancia.

 $\tau_0 = t_1 - t_0$ es el tiempo muerto.

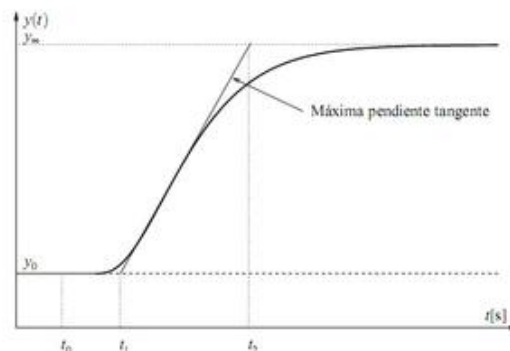
 $\gamma_0 = t_2 - t_1$ es el tiempo que tarda en estabilizarse.


Figura 11. Curva S para el cálculo de parámetros.

Tomado de TES, s.f.

2.3.6 Aplicaciones

Los controladores PID son aptos en varias aplicaciones industriales, esto se debe a la dinámica del proceso que los precede; si es de primer y segundo orden, los sistemas “stand alone” vienen con la capacidad de uno o varios lazos de control. Han sido usados por años en la ingeniería de control, en la actualidad los controladores poseen mayor demanda porque dominan algoritmos con

funciones lógicas y funciones secuenciales, ya que su señal de entrada es medida por sensores y como posee una señal de referencia cuando el sistema se encuentra constante, entonces puede proporcionar estabilidad en los sistemas a ser controlados. Un controlador PID tiene los algoritmos bien establecidos, pero no tiene la teoría bien desarrollada para el control estructural (Nerves & Krishnan, 1995). Algunas de las aplicaciones en las que se emplea controladores PID son:

- Control de temperatura: aire acondicionado, congeladores, refrigeradores.
- Control de velocidad: controlar la velocidad en que se ejecutan algunos procesos.
- Control de flujo: mantener proporcionales las cantidades en determinados espacios.
- Control de presión: mantener equilibrada la presión establecida en tubos, tanques.
- Control de nivel: controlar los niveles de líquidos y otras sustancias.
- Control estructural: reducción de movimiento.

2.4 Modelo de histéresis de Bouc-Wen

Un modelo propuesto por Bouc en 1967 y mejorado por Wen en 1980, permite describir el comportamiento histerético que presentan algunos sistemas, entonces se propone una serie de funciones para describir este fenómeno esto quiere decir que para una abscisa hay varias ordenadas por lo que se considera como una función dependiente del tiempo. En aquel momento depende de los estados anteriores a consecuencia el valor de la fuerza en un instante determinado está relacionado con el desplazamiento en ese instante, así como de los instantes anteriores (Clemente, 2011). El modelo de histéresis de Bouc-Wen se usa para describir sistemas lineales, este modelo es capaz de captar una gama de formas de ciclos que se ajustan a la conducta de sistemas histeréticos, como es muy versátil y de fácil aplicación ha ganado popularidad para su análisis matemático; existe gran cantidad de problemas de ingeniería que se pueden resolver por el método de Bouc-Wen incluyendo los sistemas con

varios grados de libertad, estructuras de edificios, respuestas torsionales, licuefacción del suelo, sistemas bidimensionales y tridimensionales continuos y sistemas de aislamiento de base.

El modelo de Bouc-Wen y las variantes que se han presentado con el desarrollo matemático han sido fundamentales para el control estructural, en particular con el modelo de comportamiento de amortiguadores MR (magnetoreológicos) ocupados en el control pasivo de vibraciones en estructuras, dispositivos de aislamiento de base y otros tipos de sistemas de amortiguación. En la figura 11 se puede observar el modelo mecánico de Bouc-Wen al incluir el sistema histerético se obtienen dos componentes una lineal y otra histerética en su ecuación de movimiento.

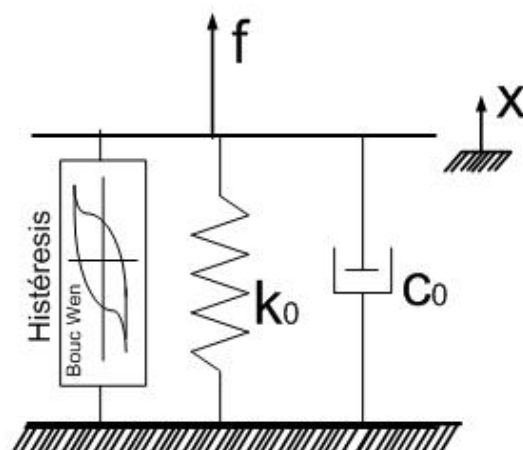


Figura 12. Modelo mecánico de Bouc-Wen.

Tomado de Félix-Herrán, 2006.

Amortiguadores MR: la construcción y funcionamiento de los amortiguadores MR es analógica, a excepción de que poseen un campo magnético y un campo eléctrico (Symans & Constantinou, 1999), el campo magnético se usa para controlar el fluido magnéticamente polarizado. Los amortiguadores MR tienen muchas ventajas para el control estructural.

2.4.1 Formulación del modelo

Considerando la ecuación de movimiento para un grado de libertad se obtiene lo siguiente:

$$m\ddot{s}(t) + c\dot{s}(t) + f_{s,i} = f(t) \quad (\text{Ecuación 1})$$

donde m es la masa, $s(t)$ es el desplazamiento, c es la constante viscosa de amortiguación, $f_{s,i}$ es la fuerza de restauración y $f(t)$ es la fuerza de excitación respecto al tiempo.

Tanto la fuerza de restauración como la fuerza de excitación serán desarrolladas en el proceso de metodología.

2.4.2 Energía histórica consumida

La energía histórica consumida representa la energía disipada por el sistema histerético, y se cuantifica como el área de la fuerza histerética por debajo del desplazamiento total, por lo tanto, se puede expresar como:

$$E = \int_{s(0)}^{s(t)} \frac{f_{s,i}(s)}{m} ds = (1 - \varepsilon)w^2 \int_0^t z(\tau)\dot{s}(\tau)d\tau \quad (\text{Ecuación 2})$$

donde w^2 es la frecuencia natural del sistema no lineal expresada como $\frac{k_i}{m}$.

La disipación de energía es buena medida del daño acumulado bajo las reversiones de esfuerzo del sistema, y paralelamente refleja el proceso de evolución del daño. En el modelo de Bouc-Wen-Barbar-Noori esta energía cuantifica la degradación del sistema.

2.4.3 Modificaciones del modelo de Bouc-Wen

2.4.3.1 Modelo de Bouc-Wen-Barber-Noori

Una importante modificación al modelo original fue sugerida por Baber en 1981 y luego por Babar y Noori en 1986, esta modificación incluye la resistencia, rigidez y efectos de degradación por pinzamiento mediante funciones de degradación adecuadas a la siguiente ecuación:

$$\dot{z} = \frac{h(z)}{\eta(\epsilon)} \dot{s} \{A(\epsilon) - v(\epsilon) [\beta \sin(\dot{u}) |z|^{n-1}z + \gamma |z|^n]\} \quad (\text{Ecuación 3})$$

donde los parámetros $v(\epsilon)$, $\eta(\epsilon)$ y $h(z)$ están asociados respectivamente con la fuerza, elasticidad y el efecto de degradación por pinzamiento, $v(\epsilon)$, $A(\epsilon)$ y $\eta(\epsilon)$ están definidas como funciones de aumento lineal de la energía histerética consumida.

$$v(\epsilon) = v_0 + \delta_v \epsilon(t) \quad (\text{Ecuación 4})$$

$$A(\epsilon) = A_0 + \delta_A \epsilon(t) \quad (\text{Ecuación 5})$$

$$\eta(\epsilon) = \eta_0 + \delta_\eta \epsilon(t) \quad (\text{Ecuación 6})$$

La función de pinzamiento está definida como:

$$h(z) = 1 - \zeta_1(\epsilon) \exp \left(- \frac{(z \sin(\dot{s}) - qz_s)^2}{(\zeta_2(\epsilon))^2} \right) \quad (\text{Ecuación 7})$$

donde:

$$\zeta_1(\epsilon) = (1 - \exp(-p\epsilon))\zeta \quad (\text{Ecuación 8})$$

$$\zeta_2(\epsilon) = (\psi_0 + \delta_\psi \epsilon(t))(\lambda + \zeta_1(\epsilon)) \quad (\text{Ecuación 9})$$

y z_s obtiene el valor de z dado por la siguiente expresión:

$$z_s = \sqrt[n]{\frac{1}{v(\beta + \gamma)}} \quad (\text{Ecuación 10})$$

2.4.3.2 Generalización de dos grados de libertad

Una generalización de dos grados de libertad fue definida por Park et al. (1986) para representar el comportamiento de un sistema constituido por una sola masa m sometida a una excitación que actúa en dos direcciones perpendiculares, este modelo es ideal para reproducir el comportamiento geométrico lineal desacoplado de una columna de hormigón.

2.5 Modelado de estructuras de edificios

Para obtener un modelo dinámico de una estructura de edificio, es necesario conocer el comportamiento y el impacto de las excitaciones en el edificio como vientos fuertes y fuerzas sísmicas (Yu & Thenozhi, 2016), A un terremoto se lo puede definir como el resultado de liberación de energía de la corteza terrestre, lo que genera ondas sísmicas que recorren de forma interna o superficial afectando las estructuras de los edificios. El edificio oscila por los movimientos de la tierra y como resultado la masa del piso de la estructura experimenta la fuerza de inercia, que está representada por:

$$f = -m\ddot{x}_g \quad (\text{Ecuación 11})$$

donde m es la masa y \ddot{x}_g es la aceleración del suelo causada por las excitaciones sísmicas. El movimiento del edificio depende de varios factores como: la amplitud y otros relacionados con el movimiento del suelo, propiedades dinámicas de la estructura, las características de los materiales y fundición (relación solido-estructura).

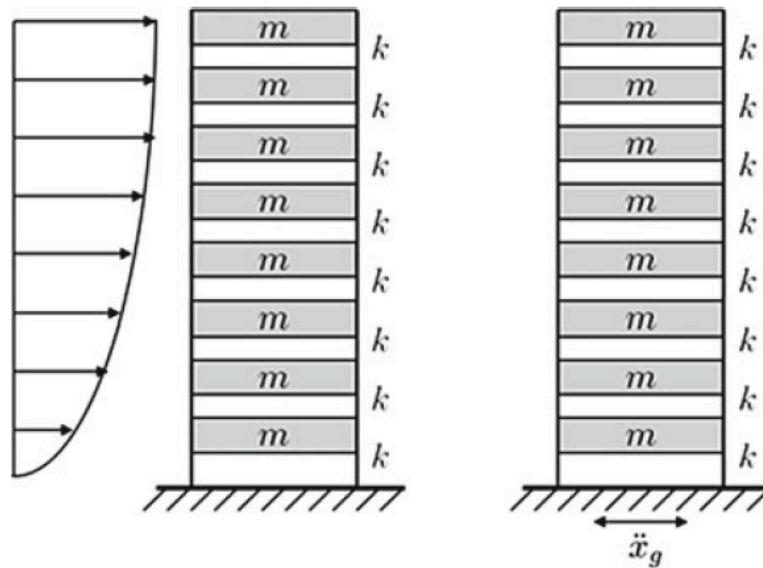


Figura 13. Excitación del viento y de terremotos.

Tomado de Yu & Thenozhi, 2016, p. 7.

Una estructura civil tiene múltiples frecuencias de resonancia que son iguales a sus grados de libertad, entonces si la frecuencia de movimiento del suelo es cercana a la frecuencia natural edificio se produce una resonancia, como resultado los pisos se mueve en diferentes direcciones lo que causa deslizamientos internos entre los pisos. Una estructura soporta hasta su punto crítico, sí el movimiento supera dicho punto el edificio sufre daños severos.

Se debe tener en consideración que las ondas de frecuencias altas afectan a edificios pequeños y ondas de frecuencias bajas afectan a edificios medianos y altos. La mayor parte de la estructura de la energía elástica se almacena en sus frecuencias naturales de bajo orden, por lo que es importante controlar la estructura de vibración a esas frecuencias (Jian, Wei & Guo, 2010).

Es importante diferenciar entre los efectos de un terremoto y vientos fuertes en una estructura, ya que un terremoto causa fuerza inercial debido a las vibraciones de la masa del edificio y los vientos actúan de forma externa aplicando presión.

2.5.1 Modelado de una estructura de un grado de libertad

Una estructura de un grado de libertad puede ser modelada usando tres componentes: la masa m , el factor de amortiguación c , y la rigidez k (Sture, 2001); de esta forma se puede tener una aproximación de la respuesta de dicha estructura ante un sismo. La masa m se considera una constante y el factor de rigidez puede ser lineal o no lineal, por lo tanto, puede ser elástico o inelástico, respectivamente (Nerves & Krishnan, 1995).

Cuando una fuerza externa f como una excitación sísmica se aplica a la estructura, se producen cambios en relación al desplazamiento x , velocidad \dot{x} y aceleración \ddot{x} , entonces se puede modelar de forma matemática mediante la siguiente ecuación:

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = f_e \quad (\text{Ecuación 12})$$

donde m es la masa, c es el coeficiente de amortiguación, k la rigidez, y f_e es la fuerza externa aplicada a la estructura del edificio.

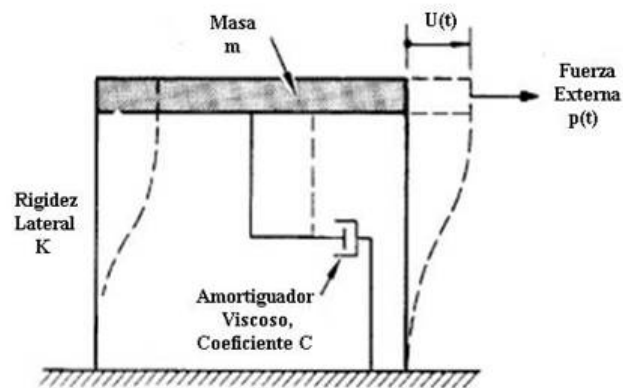


Figura 14. Estructura de un grado de libertad.

Tomado de Animas, 2011.

2.5.2 Modelado de estructuras de n grados de libertad

Ahora se presenta un modelo lineal de una estructura con n grados de libertad en la figura 15, desde este punto se asume que la masa de la estructura está concentrada en cada piso, se desprecia la fuerza de la gravedad y se asume que la fuerza que actúa sobre la estructura es horizontal (Nerves & Krishnan, 1995). De esta forma se puede proceder con la simulación ya que asumir que la fuerza es horizontal, se la asocia con un movimiento periódico que reconoce un controlador PID. Entonces la ecuación de movimiento de una estructura de n grados de libertad queda expresada como:

$$M\ddot{x} + C\dot{x} + f_s = -f_e \quad (\text{Ecuación 13})$$

donde M es la matriz de los n pisos de un edificio de dimensiones $n \times n$, C es la matriz de amortiguamiento de dimensión $n \times n$ y f_s es la fuerza lateral.

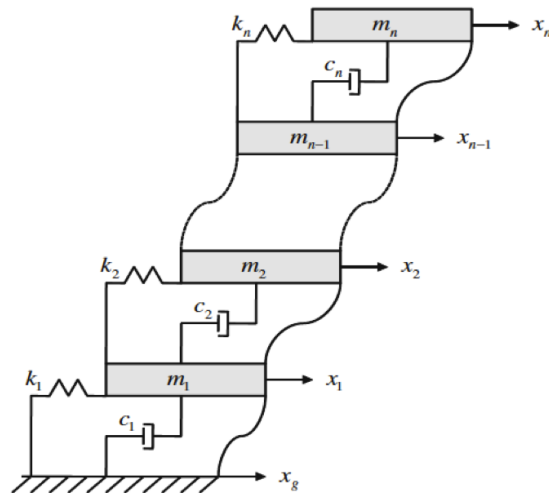


Figura 15. Modelo mecánico de una estructura de n grados de libertad.

Tomado de Yu & Thenozhi, 2016, p. 9.

En realidad, cada masa puede tener hasta seis grados de libertad ya que las masas están unidas entre sí, son rígidas y por medio resortes y amortiguadores lineales los movimientos de cada piso son traslaciones y rotaciones, pero para tener el modelo mecánico se asume que es unidireccional y cada piso representa un grado de libertad. Entonces para movimientos unidireccionales los parámetros M , C y f_s se pueden simplificar mediante las siguientes matrices:

$$M = \begin{bmatrix} m_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & m_2 & \dots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & m_n \end{bmatrix} \in \mathfrak{R}^{n \times n}, \quad (\text{Ecuación 14})$$

$$C = \begin{bmatrix} c_1 + c_2 & -c_2 & \dots & 0 & 0 \\ -c_2 & c_2 + c_3 & \dots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \dots & c_{n-1} + c_n & -c_n \\ 0 & 0 & \dots & -c_n & c_n \end{bmatrix} \in \mathfrak{R}^{n \times n}, \quad (\text{Ecuación 15})$$

$s \in \mathfrak{R}^n$, $f_s = [f_{s,1}, \dots, f_{s,n}] \in \mathfrak{R}^n$ es el vector fuerza de la rigidez de la estructura, y $f_e \in \mathfrak{R}^n$ es la fuerza externa aplicada a la estructura, como excitaciones sísmicas o vientos fuertes. Ahora sí la relación entre la fuerza lateral f_s y la resultante de deformación s es lineal, entonces f_s :

$$f_s = Kx \quad (\text{Ecuación 16})$$

donde:

$$K = \begin{bmatrix} k_1 + k & -k_2 & & \dots & 0 & 0 \\ -k_2 & k_2 + k_3 & & \dots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & & \ddots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & & \dots & k_{n-1} + k_n & -k_n \\ 0 & 0 & & \dots & -k_n & k_n \end{bmatrix} \in \mathcal{R}^{n \times n}, \quad (\text{Ecuación 17})$$

Si la relación entre la fuerza lateral f_s y la deformación x es no lineal, es inelástico (Chopra, 1995). El modelo de Bouc-Wen da una representación realista del comportamiento estructural bajo fuertes excitaciones sísmicas (Wen, 1976), la relación fuerza desplazamiento (fuerza de restauración) de cada uno de los elementos de rigidez coincide con la siguiente relación:

$$f_{s,i} = \varepsilon k_i x_i + (1 - \varepsilon) k_i \eta \varphi_i, \quad i = 1 \dots n \quad (\text{Ecuación 18})$$

donde la primera parte es la rigidez elástica y la segunda parte es la rigidez inelástica, k_i es la rigidez lineal presentada en la ecuación 18, ε y η son números positivos, y φ_i es la fuerza de fuerza de restauración no lineal que se expresa como:

$$\dot{\varphi}_i = \eta^{-1} [\delta \dot{x}_i - \beta |\dot{s}_i| |\varphi_i|^{p-1} \varphi_i + \gamma \dot{x}_i |\varphi_i|^p] \quad (\text{Ecuación 19})$$

donde δ, β, γ y p son números positivos, el modelo de Bouc-Wen tiene propiedades de histéresis y es un modelo matemático sencillo y efectivo para aplicaciones de control estructural.

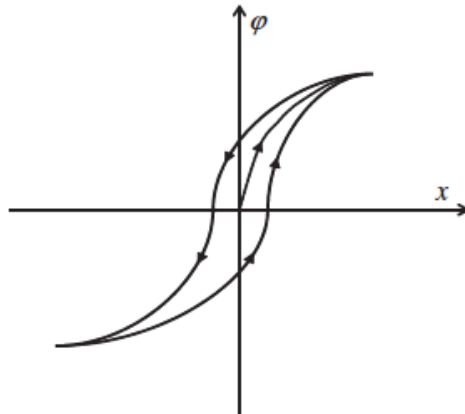


Figura 16. Bucle de histéresis.

Tomado de Yu & Thenozhi, 2016, p. 10.

Para el caso de sistema de bucle cerrado, sus variables de entrada y salida pueden responder a no linealidades, por lo que es fundamental tener claro cómo responde la dinámica de una estructura ante las no linealidades. El modelo de Bouc-Wen representado en las ecuaciones 18 y 19 está con entradas y salidas limitadas, si y solo si el conjunto Ω_{bw} con condiciones iniciales $\varphi(0)$ no está vacío. Ω_{bw} es definido como: $\varphi(0) \in \mathbb{R}$ tanto que f_s está ligado a toda señal de entrada C^1 , y s con los valores fijo de los parámetros δ, β, γ y p , φ_a y φ_b están definidos como:

$$\varphi_a = \sqrt[p]{\frac{\delta}{\beta + \gamma}}, \varphi_b = \sqrt[p]{\frac{\delta}{\gamma - \beta}} \quad (\text{Ecuación 20})$$

Para cualquier señal de entrada ligada s , la salida de histéresis f_s también lo está. Por otro lado si $\varphi(0) \in \Omega_{bw} = 0$, entonces el modelo de salida de f_s no está ligado. Para el caso de una estructura de n grados de libertad, el modelo no lineal se puede modificar a:

$$M\ddot{x} + C\dot{x} + f_s + f_e = \Gamma(u - d) \quad (\text{Ecuación 21})$$

donde $u \in \mathfrak{R}^n$ es la señal de control aplicada a los amortiguadores, $d \in \mathfrak{R}^n$ es el vector fuerza de amortiguación y fricción de los amortiguadores.

2.5.3 Evaluación de parámetros de una estructura

2.5.3.1 Posicionamiento del sensor y actuador

La colocación óptima se refiere a la ubicación de los dispositivos de medición y control en regiones preseleccionadas, para tener un proceso de medición y luego de control de las vibraciones en la estructura de manera óptima. Durante un terremoto, la fuerza de cizallamiento máxima interna ocurre en el primer piso (Guclu, 2006). El posicionamiento adecuado de los sensores y actuadores va guiado por medio del control y tipo de observación del sistema respectivamente, en otros sistemas, el posicionamiento óptimo de los actuadores depende del algoritmo de control (Li et al., 2001).

Para la implementación de sistema de control activo bajo el uso de controladores PID, se opta por colocarlo en el último piso, de esta forma se cumple con la característica de observación y se verifica que su control sea adecuado, como se muestra más adelante en la figura 19.

2.5.3.2 Identificación de parámetros

Para realizar la identificación de parámetros de las estructuras civiles, se estudia la respuesta dinámica desde los datos de entrada y salida. Entonces las entradas son fuerzas de excitación como: terremotos y vientos fuertes, y, las salidas son: posición, velocidad y aceleración correspondientes a la señal de entrada. Existen diferentes métodos para la identificación de sistemas lineales y no lineales (Ljung, 1987). Ya que el modelamiento de un sistema que se lleva a la parte práctica no es exacto y no actúa de forma ideal para identificar los parámetros puede ser por medio de los siguientes métodos: ecuaciones

diferenciales ordinarias, funciones de transferencia (usadas por controladores PID), modelos de espacio de estado, ver anexo 2 para la clasificación.

2.5.3.3 Identificación de los estados de sistema

Para la dinámica de los sistemas es necesario medir los estados, se puede hacer de dos formas: directa e indirectamente, lo que se realiza mediante sensores y observadores de estado respectivamente. Algunas aplicaciones de control estructural utilizan el filtro de Kalman como observador para estimar la velocidad y el desplazamiento (Gu, 2008). El filtro de Kalman no es aplicable en un sistema de control estructural si no se tienen los valores de masa, amortiguación y rigidez, el filtro de Kalman está dado por:

$$\dot{\hat{z}} = A\hat{z} + Bu + L(y - H\hat{z} - Du) \quad (\text{Ecuación 22})$$

$$L = R^{-1}(\gamma_g FE^T + HO)^T \quad (\text{Ecuación 23})$$

donde \hat{z} es la estimación del vector de estado z , L es la matriz de ganancia del filtro de Kalman, O es la solución de la ecuación de Riccati usando la matriz R , γ_g es la densidad de la energía de potencia de la aceleración de la tierra.

Hay diferentes sensores disponibles para medir el desplazamiento, velocidad y aceleración (Housner et al., 1997). Al usar un acelerómetro se obtiene el valor de la aceleración y es una medición confiable y nada costosa, y por medio de integración con respecto al tiempo se consiguen los valores de velocidad y posición, siempre que se los coloque en puntos estratégicos de la estructura, lo que resulta ser una solución simple, pero hay algunos casos prácticos en los cuales resulta en una estimación errónea, cuando un acelerómetro realiza la integración: algunas señales pueden amplificar componentes de baja frecuencia, pueden haber reducciones de altas frecuencias y errores de fase, dando como resultado una estimación irreal de los parámetros.

La salida de un acelerómetro puede ser expresada como:

$$a(t) = k_a \ddot{x}(t) + \varphi(t) + \varepsilon \quad (\text{Ecuación 24})$$

donde k_a es la ganancia del acelerómetro, $\varphi(t)$ es el ruido y efectos de perturbación durante la medición y ε denota la polarización DC (Zhu, 2007).

El acelerómetro tiene diferentes fuentes de ruido, la integración de estas señales de ruido conduce a una salida que tiene un valor cuadrático medio (RMS) que aumenta con el tiempo de integración, incluso en ausencia de cualquier movimiento del acelerómetro (Thong, 2004).

Si se da un proceso de conversión analógico-digital (ADC) se puede controlar el contenido en baja frecuencia, este procedimiento se lo debe realizar entre el acelerómetro y la tarjeta de adquisición de datos.

2.6 Evaluación de la posición y velocidad

En el control estructural de las vibraciones, las mediciones de las posiciones y velocidades relativas no son fáciles de obtener, ya que necesitan posiciones de referencia fijas en un edificio, lo que resulta más complicado durante fuertes excitaciones sísmicas (Yu & Thenozhi, 2016, p. 41). Por otro lado, es factible conseguir la medición de la aceleración por medio de acelerómetros, los cuales son necesarios para el diseño del control PID, hay que tener en cuenta que necesitan conocimiento previo de los parámetros de la estructura masa, elasticidad y el coeficiente de amortiguamiento. A partir de estos valores se puede tener por medio de la integración y la doble integración los valores correspondientes de la posición y la velocidad de la estructura.

El desplazamiento entre los pisos es el mayor problema de la integración numérica esto se debe a que los acelerómetros presentan los siguientes inconvenientes:

- no tienen las condiciones iniciales necesarias
- un integrador ideal amplifica las señales de corriente directa (DC), lo que se debe evitar

2.6.1 Integradores numéricos para acelerómetros

El acelerómetro para casos de estudio puede considerarse como un sistema de un grado de libertad como lo representa la figura 17 (Link & von Martens, 2004), entonces su modelo consta de una masa m , denominada como masa de prueba, unida a un resorte de elasticidad k y a un amortiguador c , entonces la fuerza inicial aplicada a la masa está dada por la siguiente expresión:

$$F = m(\ddot{x}(t) + \ddot{x}_m(t)) \quad (\text{Ecuación 25})$$

donde $\ddot{x}(t)$ es la aceleración que actúa sobre el acelerómetro y $\ddot{x}_m(t)$ es la aceleración relativa de la masa de prueba con respecto a la base. La dinámica de un acelerómetro sometido a una aceleración $\ddot{x}(t)$ usando la segunda ley de Newton está dada por:

$$m\ddot{x}_m(t) + c\dot{x}_m(t) + kx_m(t) = -m\ddot{x}(t) \quad (\text{Ecuación 26})$$

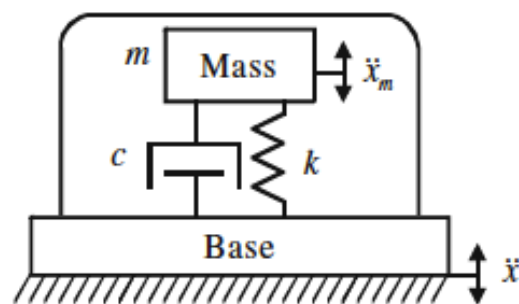


Figura 17. Modelo mecánico de un acelerómetro.

Tomado de Yu & Thenozhi, 2016, p. 43.

La deflexión que se produce debido a la aceleración es detectada y convertida en una señal eléctrica equivalente, es una conversión representada usando la ganancia del acelerómetro, k_a :

$$\ddot{x}_m(t) + 2\zeta\omega_n\dot{x}_m(t) + \omega_n^2x_m(t) = k_a\ddot{x}(t) \quad (\text{Ecuación 27})$$

El acelerómetro mide la aceleración de entrada con un ligero cambio en su amplitud definida por su ganancia k_a y fase, que son normalmente insignificantes (Chopra, 1995). La señal de salida del acelerómetro $a(t)$ contiene ruido y desplazamiento. Un acelerómetro tiene una variación denominada compensación 0g, el cual se mide cuando se tiene ausencia de movimiento o gravedad, el 0g es normalmente la mitad de su fuente de alimentación ($V_{dd}/2$). Las principales causas de esta variación son el material de detección, la temperatura, la desviación de la tensión de alimentación, el esfuerzo mecánico y los errores de recorte. La señal del acelerómetro puede estar representada como:

$$a(t) = k_a\ddot{x}(t) + \omega(t) + \varphi \quad (\text{Ecuación 28})$$

donde $\omega(t)$ es el ruido y los efectos de perturbación en la medición, y φ es la compensación 0g. Entonces matemáticamente la velocidad $\dot{x}(t)$ y posición $x(t)$ son calculadas por la integración de la aceleración $\ddot{x}(t)$:

$$\dot{x}(t) = \int_0^t \ddot{x}(\tau) d\tau + \dot{x}(0) \quad (\text{Ecuación 29})$$

$$x(t) = \int_0^t \int_0^\tau \ddot{x}(\tau) d\tau dt + \dot{x}(0)t + x(0) \quad (\text{Ecuación 30})$$

donde $\dot{x}(0)$ y $x(0)$ son las condiciones iniciales de la velocidad y posición respectivamente.

2.6.2 Actuador servo lineal

A partir del cálculo de los parámetros del integrador numérico, se procede a verificar por medio de simulaciones el funcionamiento de un servomecanismo, lo ideal es utilizar un servomecanismo lineal que sea accionado por un servo controlador digital, de esa forma se puede controlar un servo tubo incorporado por un sensor de posición, una posición de referencia será establecida y usando señales sinusoidales básicas y la aceleración medida con el acelerómetro se puede accionar el servomecanismo.

El acelerómetro está colocado sobre el actuador, de esta forma su eje sensible es paralelo al movimiento del actuador. Para realizar el caso práctico se implementa un servomecanismo con un motor DC de 5[v] y un servo motor SG-5010, ver anexo 3.

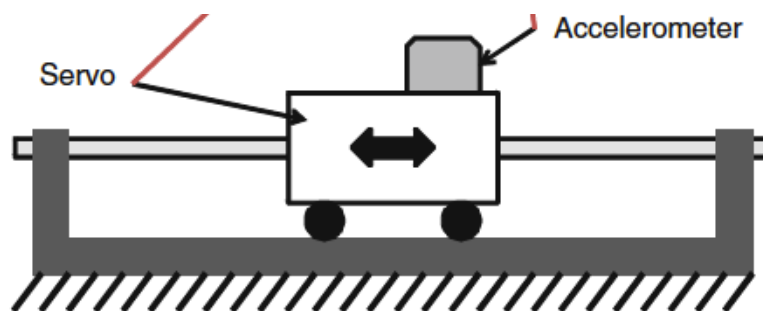


Figura 18. Servo mecanismo lineal.

Adatado de Yu & Thenozhi, 2016, p. 51.

2.6.3 Matriz de amortiguadores

Si el número de amortiguadores instalados en el edificio es menor que el número de los pisos del edificio n , entonces el sistema resultante se denomina sistema bajo accionamiento, en este caso, la matriz de localización Γ debe ser incluida junto con las matrices de ganancia. Para la implementación solo hay un amortiguador instalado en el segundo piso de la estructura del edificio, entonces el controlador PID se convierte en:

$$\Gamma u = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \left\{ - \begin{bmatrix} k_{p1} & 0 \\ 0 & k_{p2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} k_{i1} & 0 \\ 0 & k_{i2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \int_0^t x_1 d\tau \\ \int_0^t x_2 d\tau \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} k_{d1} & 0 \\ 0 & k_{d2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} \right\} \quad (\text{Ecuación 31})$$

$$\Gamma u = \begin{bmatrix} 0 \\ -k_{p2}x_2 - k_{i2} \int_0^t x_2 d\tau - k_{d2}\dot{x}_2 \end{bmatrix} \quad (\text{Ecuación 32})$$

donde los escalares k_{p2} , k_{i2} y k_{d2} son las ganancias proporcional, integral y derivativa, respectivamente.

Como se puede observar la metodología para el diseño y la implementación de un sistema de control activo de vibraciones es totalmente teórica y consta del desarrollo de ecuaciones diferenciales ordinarias y de segundo orden, se parte del modelo mecánico de una estructura con n grados de libertad teniendo en cuenta sus ecuaciones de movimiento, a partir del cual se analiza la propiedad de histéresis de la estructura, al ser una estructura de dos pisos se concluye que el sistema es lineal y se procede con el desarrollo de las ecuaciones del controlador PID para la atenuación de las vibraciones provocadas por la mesa vibratoria simulando excitaciones sísmicas reales en un modelo con parámetros reales de un edificio y ver cómo actúa un amortiguador de masa activa.

3. METODOLOGÍA

La implementación de un controlador PID que reciba señales mediante el uso de acelerómetros, para el control de una masa que minimice las vibraciones en la estructura de un edificio de dos pisos, es el objetivo del presente trabajo para el control activo de vibraciones, a continuación, se detalla la metodología usada tanto para la recolección de información, el modelo teórico-matemático y la posterior simulación del prototipo.

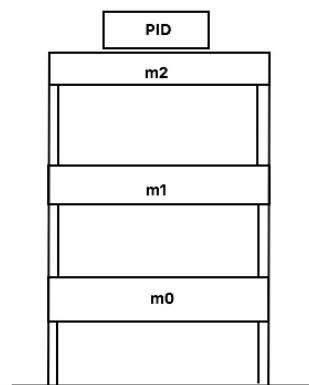


Figura 19. Esquema de control en el último piso.

3.1 NEC: normativa ecuatoriana de la construcción

La normativa ecuatoriana de la construcción contempla varios puntos con lo que se obtiene el análisis estructural, esto se debe a que la normativa mantiene los objetivos claros los cuales pretenden evitar la pérdida de vidas a través de impedir el colapso de todo tipo de estructura, a lo cual podemos añadir las nuevas tendencias que no solo involucran la protección de vidas humanas, sino la conservación de las estructuras y la búsqueda del cumplimiento de diversos niveles de desempeño sísmico.

Entonces los diseños que se contemplan en la NEC son sismo resistentes, por lo que si se aplica para un caso de estudio en el Ecuador, hay que tener en cuenta las curvas de peligro de cada región, en este caso se debe analizar la curva de peligro sísmico para Quito, para la predicción de vida útil de una

estructura se tiene en cuenta el historial de actividad sísmica ocurrida en una región, en aquel momento a partir de estos datos la predicción por el tipo de suelo en el Ecuador una estructura tiene una vida útil de 475 años, esto quiere decir que una estructura de edificio sismo resistente construida en base a la NEC puede soportar un terremoto de grandes magnitudes cada 475 años.

3.2 Modelado de una estructura de dos pisos

Para realizar la implementación del sistema de control activo se propone un edificio de dos pisos, el cual va a estar sometido a las vibraciones provocadas por excitaciones sísmicas y va a utilizar un controlador PID con una masa activa como actuador para minimizar las vibraciones. Partiendo de la ecuación 13 se la utiliza para el caso de $n = 2$, de esta forma la matriz de masas queda expresada, así:

$$M = \begin{bmatrix} m_1 & 0 \\ 0 & m_2 \end{bmatrix} \quad (\text{Ecuación 33})$$

La matriz de amortiguamiento C queda de la siguiente forma:

$$C = \begin{bmatrix} c_1 + c_2 & -c_2 \\ -c_2 & c_2 \end{bmatrix} \quad (\text{Ecuación 34})$$

Y la matriz de rigidez K s expresa como:

$$K = \begin{bmatrix} k_1 + k_2 & -k_2 \\ -k_2 & k_2 \end{bmatrix} \quad (\text{Ecuación 35})$$

En la práctica, los parámetros de la estructura son parcialmente conocidos, y el modelo de la estructura puede tener no linealidades como el fenómeno de histéresis, entonces la ecuación 21 puede expresarse como:

$$M\ddot{x} + C\dot{x} + f_s + f_e = u$$

(Ecuación 36)

3.3 Mesa vibratoria

La mesa vibratoria es usada para verificar la estimación durante la excitación de un terremoto. El prototipo se acciona usando una señal sinusoidal de baja frecuencia y se mide la aceleración de la estructura, que a su vez se utiliza para calcular la velocidad y posición de la estructura del edificio de dos pisos. Las configuraciones experimentales se muestran en las figuras 20 y 21. Se evalúan las respuestas naturales y forzadas de la estructura mecánica, este proceso se realiza con un golpe sobre la superficie que genera una señal de su respuesta natural, la señal medida permite obtener posición por medio del proceso de integración.

Y mediante el accionamiento de la mesa vibratoria se generan señales de baja frecuencia se mide la aceleración de la estructura mecánica, ver anexo 4 para el código de implementación de la mesa vibratoria.

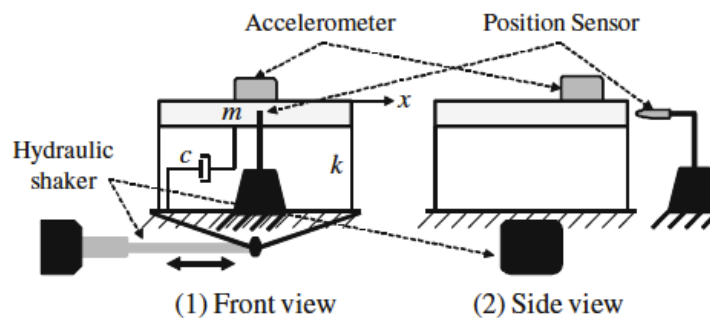


Figura 20. Esquema de la configuración de la mesa vibratoria.

Tomado de Yu & Thenozhi. 2016. p. 54.

Figura (1) es la vista frontal y figura (2) la vista lateral.

Los acelerómetros son colocados sobre cada masa dependiendo del tipo de control que se quiera lograr.

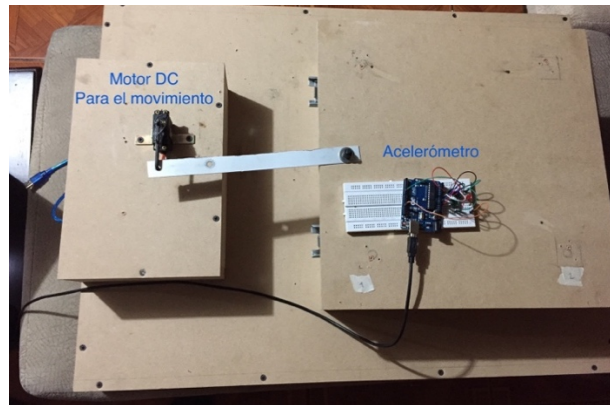


Figura 21. Configuración experimental de la mesa vibratoria.

3.4 Control activo en estructuras de edificios

Es esta sección se implementa el controlador PID industrial estándar para el control activo de vibraciones, entonces se parte del análisis teórico para casos lineales relacionados con la rigidez estructural. El proceso empieza con la derivación de las condiciones necesarias para generar la estabilidad asintótica, las cuales son simples y explícitas.

Las ganancias del controlador pueden decidirse a partir de las condiciones o características de diseño. Para el caso práctico se construye un sistema de control activo de vibraciones para una estructura de dos pisos equipada con un amortiguador de masa activa.

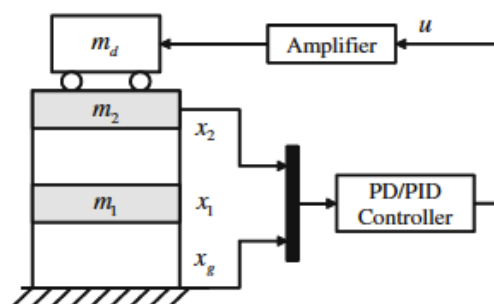


Figura 22. Control PID para un edificio de dos pisos.

Tomado de Thenozhi & Yu, 2014, p. 4.

3.4.1 Controlador PID

En el punto de vista de control, el error de regulación producido por un controlador PD, se elimina cuando se introduce una componente integral, por lo que se obtiene un controlador PID que puede expresarse de la siguiente manera:

$$u = -K_p(x - x^d) - K_i \int_0^t (x - x^d) d\tau - K_d(\dot{x} - \dot{x}^d) \quad (\text{Ecuación 37})$$

donde $K_i > 0$ corresponde a la ganancia de integración, para el caso de regulación $x^d = \dot{x}^d = 0$, entonces la ecuación 37 se convierte en:

$$u = -K_p x - K_i \int_0^t x d\tau - K_d \dot{x} \quad (\text{Ecuación 38})$$

Para analizar la estabilidad del controlador PID la ecuación anterior puede estar expresada por:

$$u = -K_p x - K_d \dot{x} - \xi \quad (\text{Ecuación 39})$$

$$\xi = K_i x, \xi(0) = 0 \quad (\text{Ecuación 40})$$

Ahora sustituyendo las ecuaciones 39 y 40 en 36 el sistema de lazo cerrado puede escribirse como:

$$M\ddot{x} + C\dot{x} + f = -K_p x - K_d \dot{x} - \xi \quad (\text{Ecuación 41})$$

En forma de matriz, el sistema de lazo cerrado es:

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \xi \\ x \\ \dot{x} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K_i \\ \dot{x} \\ -M^{-1}(C\dot{x} + f + K_p x + K_d \dot{x} + \xi) \end{bmatrix} \quad (\text{Ecuación 42})$$

El equilibrio de la ecuación 41 es $[\xi, x, \dot{x}] = [\xi^*, 0, 0]$, Puesto que en el punto de equilibrio $x = 0$ y $\dot{x} = 0$, el equilibrio es $[f(0), 0, 0]$. Para mover el equilibrio al origen, se define:

$$\xi = \xi - f(0) \quad (\text{Ecuación 43})$$

La ecuación final de bucle cerrado es:

$$\begin{aligned} M\ddot{x} + C\dot{x} + f &= -K_p x - K_d \dot{x} - \xi + f(0) \\ \xi &= K_i x \end{aligned} \quad (\text{Ecuación 44})$$

Para analizar la estabilidad de la ecuación 44, se dan las siguientes propiedades.

Propiedad 1. La matriz definida positiva M , satisface la siguiente condición:

$$0 < \lambda_m(M) \leq \|M\| \leq \lambda_M(M) \leq \bar{m} \quad (\text{Ecuación 45})$$

donde $\lambda_m(M)$ y $\lambda_M(M)$ son los valores mínimos y máximos propios de la matriz M , respectivamente, y $\bar{m} > 0$ es el límite superior.

Propiedad 2. El termino f es Lipschitz sobre \tilde{x} e \tilde{y}

$$\|f(\tilde{x}) - f(\tilde{y})\| \leq k_f \|\tilde{x} - \tilde{y}\| \quad (\text{Ecuación 46})$$

La mayoría de las incertidumbres son funciones continuas de primer orden, ya que f_s , f_e y d son funciones continuas de primer orden y satisfacen la condición

de Lipschitz. Propiedad 2 puede establecerse usando la siguiente ecuación y se calcula el límite inferior de $\int \mathbf{f} dx$.

$$F = F_s(x, \dot{x}) + F_e + \psi \quad (\text{Ecuación 47})$$

$$\int_0^t \mathbf{f} dx = \int_0^t \mathbf{f}_s dx + \int_0^t \mathbf{f}_e dx + \int_0^t \mathbf{d} dx \quad (\text{Ecuación 48})$$

Se define el límite inferior de $\int_0^t \mathbf{f}_s dx$ es $-\bar{f}_s$ y para $\int_0^t \mathbf{d} dx$ es $-\bar{d}$. Comparado con \mathbf{f}_s y \mathbf{d} , \mathbf{f}_e es mucha mayor en el caso de un terremoto, entonces el límite inferior de $\int_0^t \mathbf{f}_e dx$ queda definido a $-\bar{f}_e$, y finalmente el límite inferior de k_f es:

$$k_f = -\bar{f}_s - \bar{f}_e - \bar{d} \quad (\text{Ecuación 49})$$

El siguiente teorema da el análisis de estabilidad del controlador PID:

Teorema 1. Considerando el sistema estructural como (Ecuación 36) controlado por el controlador PID como (Ecuación 39 y 40), el sistema de lazo cerrado como (Ecuación 42) es asintóticamente estable en el equilibrio $[\xi - \mathbf{f}(0), x, \dot{x}]^T = 0$, siempre que las ganancias de control satisfagan:

$$\begin{aligned} \lambda_m(K_p) &\geq \frac{3}{2} [k_f + k_c] \\ \lambda_M(K_i) &\leq \varnothing \frac{\lambda_m(K_p)}{\lambda_M(M)} \\ \lambda_m(K_d) &\geq \varnothing \left[1 + \frac{k_c}{\lambda_M(M)} \right] - \lambda_m(C) \end{aligned} \quad (\text{Ecuación 50})$$

donde $\varnothing = \sqrt{\frac{1}{3} \lambda_m(M) \lambda_m(K_p)}$.

Observación 1. Dado que la rigidez de la estructura del edificio tiene propiedades de histéresis, la salida de histéresis depende tanto de la deformación instantánea como de la deformación histórica. Esta deformación antes de aplicar la fuerza (carga) y después de retirar la fuerza (descarga) no es la misma, en decir la posición de equilibrio antes del terremoto y después de que termina no es la misma.

Después del terremoto se mueve el punto de estabilidad, esto significa $f(0)$, entonces se dice que el sistema de lazo cerrado no es completamente estable.

El objetivo principal de la acción integral se puede considerar que anula f con el fin de disminuir la ganancia integral, se estima que f se aplica al control PID como en las ecuaciones 39 y 40, el control PID con una compensación de fuerza aproximada \hat{f} es:

$$u = -K_p x - K_d \dot{x} - \xi + \hat{f}, \quad \xi = K_i x \quad (\text{Ecuación 51})$$

El teorema anterior también es aplicable para los controladores PID con una compensación f aproximada a la ecuación 48, la condición para las ganancias del controlador PID en la ecuación 49 se convierten en $\lambda_m(K_p) \geq \frac{3}{2} [\tilde{k}_f + k_c]$ y $\lambda_M(K_i) \leq \frac{3\phi}{2} \frac{\tilde{k}_f + k_c}{\lambda_M(M)}, \tilde{k}_f \ll k_f$.

3.5 Análisis estructural con Matlab

Para obtener el comportamiento simulado de la estructura de dos pisos mediante Matlab se procede con la elaboración del diseño el cual se muestra en la figura 23, donde se definen los nudos, el número de elementos que componen la estructura y el movimiento de los dos grados de libertad que va a tener la misma. El código presentado en el anexo 5 es un análisis estructural básico de rigidez, y es implementado para simular las deformaciones de la estructura ante cargas externas que van a representar el movimiento producido por una excitación

sísmica, éste código se ejecuta con funciones creadas y detalladas en los anexos 6 hasta el 12, ya que su diseño es de armadura plana y se simulan cargas en los puntos señalados, hay que tener en consideración que se analiza movimientos en dos ejes por lo que no se muestra su deformación en torsión solo en flexión.

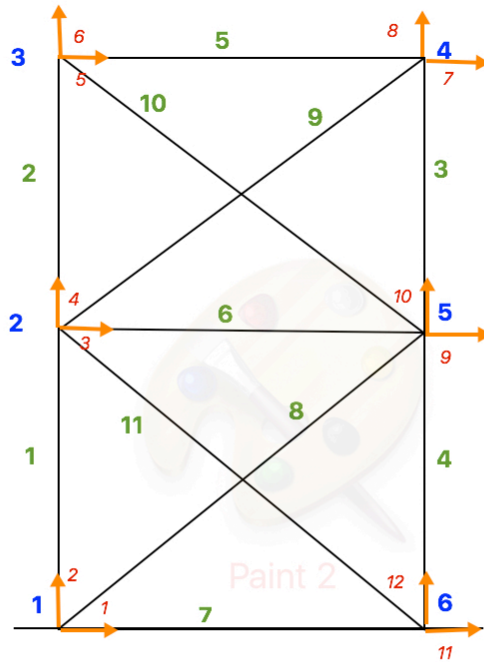


Figura 23. Diseño estructural para analizar con Matlab.

Números azules representan los nudos de la estructura.

Número verdes representan cada elemento de la estructura.

Números rojos muestran los grados de libertad que cada elemento de la estructura, que en este caso son 2, señalados por las flechas naranjas.

El siguiente análisis permite ver el comportamiento de la estructura cuando está sometida a cargas horizontales y verticales en consecuencia se puede observar su diagrama con las deformaciones que presentaría en caso de que ocurriera un sismo, ya que el movimiento va a aumentar la masa de la estructura generando una fuerza, cada sección tiene los comentarios para que se pueda comprender el proceso realizado. Entonces para comprender como se obtiene la función de transferencia de la estructura que se va a usar en Simulink para hacer el

controlador PID, se inicia con la primera sección que es el ingreso de la longitud de los elementos, una vez identificados en la figura 23 de color azul. A lo que se añade los datos de los ángulos de inclinación de los elementos con respecto a un eje de coordenadas XY. De esta forma se puede tener una ubicación previa de cada elemento con respecto a la base.

A partir de las longitudes y los ángulos de inclinación se puede obtener una primera matriz de rigidez con un sistema de coordenadas locales, entonces se hace uso del anexo 6 para crear la armadura de acuerdo a la rigidez de cada elemento. Para que la matriz pase de coordenadas locales a coordenadas generales, esto quiere decir que cada elemento deja de actuar de forma individual y pasa a ser parte de un sistema que se mueve de forma uniforme, se hace uso de una matriz de transformación que se detalla en el anexo 7, al obtener una matriz de transformación ya que puede ensamblar la matriz de rigidez en coordenadas generales, por medio de la transpuesta de rigidez de cada elemento.

Para obtener una gráfica de las deformaciones es necesario dar un vector de ensamble de cada elemento, entonces se obtiene 11 vectores, dichos vectores se realizan mediante los grados de libertad numerados de color rojo en la figura 23 en cada elemento, este proceso se realiza ingresando los datos de menor a mayor, desde abajo hacia arriba y de izquierda a derecha, caso contrario por el tipo de programación el gráfico que se generará discreparía del analizado.

Para ensamblar la matriz de rigidez se debe tener en cuenta el número de nudos en la estructura, que en el caso de una estructura de dos pisos es de 6 nudos, los cuales se multiplican por sus grados de libertad que son 2, y se obtiene una matriz de ensamble de 12x12, que será armada mediante el anexo 8. A continuación, se ubican las cargas tanto verticales como horizontales para que tenga los dos tipos de deformaciones. Se debe tener en cuenta que la estructura tiene grados de libertad que están restringidos y otros que no tiene restricción, por ende, los grados que están restringidos, son lo que están en la base de la

estructura, se los ingresa como un vector, y los grados sin restricción se ingresan como otro vector.

Para que las cargas ejerzan alguna acción sobre la estructura, se debe considerar acciones y reacciones, por lo que la función en el anexo 9 permite observar las reacciones de la estructura, y mediante el anexo 10 se obtienen los desplazamientos en coordenadas locales de cada elemento, por lo que se deben pasar a coordenadas generales, realizando la transpuesta de cada uno, para que el sistema funcione de forma global.

A partir de los desplazamientos tanto locales como generales, se puede obtener las acciones de cada elemento de forma local y por medio de la transpuesta realizada anteriormente, se generan las acciones en coordenadas generales.

Para finalizar con el análisis se debe generar una diagonal con las acciones internas de la estructura mediante la función detalla en el anexo 11, esto quiere decir que se va a usar las acciones en coordenadas locales para graficar la armadura plana, con la cual se puede obtener el gráfico tanto el original de la estructura, como el deformado por acción de las cargas mediante el anexo 12.

Cuando se ejecuta el programa con los datos ingresados como se detalla, se obtiene el gráfico mostrado en la figura 24 y los resultados numéricos que serán mostrados y evaluados en un apartado de simulaciones numéricas. En este punto se obtiene la función de transferencia que representa la estructura y como esta actúa.

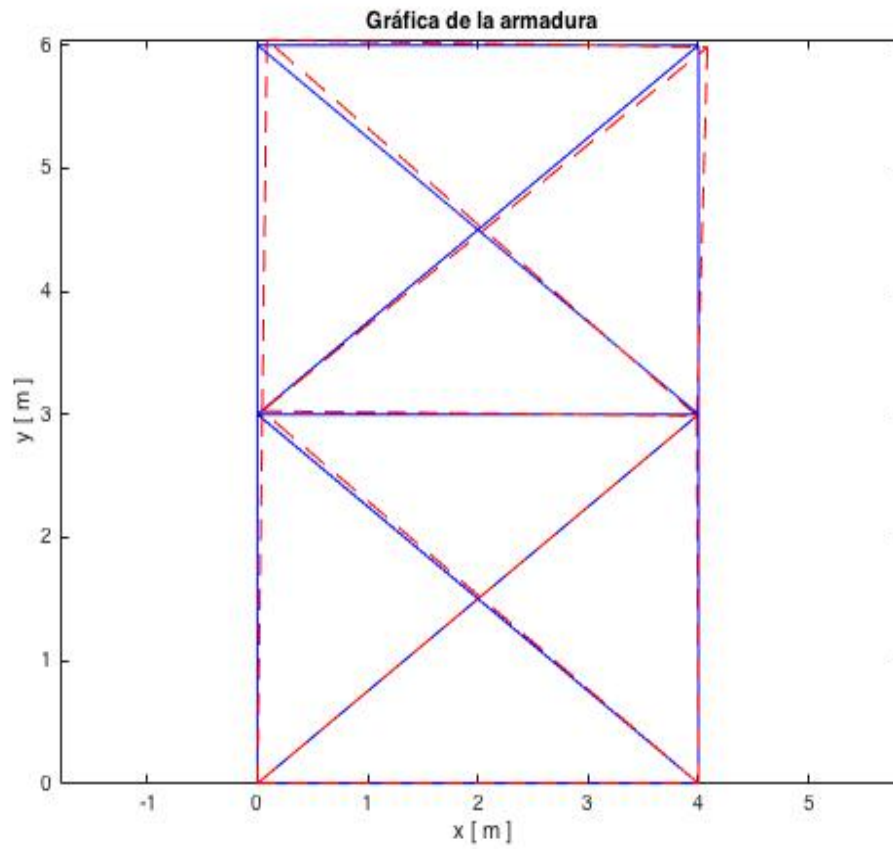


Figura 24. Resultado de las deformaciones de análisis con MATLAB.

4. DESARROLLO

El siguiente capítulo explica el procedimiento e implementación del controlador PID, así como también de la estructura de un edificio de dos pisos y la mesa vibratoria para realizar las simulaciones respectivas. Por lo que se detalla cada parte de forma individual y se realiza la comprobación de la teoría explicada en la metodología y marco teórico, para observar sus estados cuando: actúan de forma normal y cómo reaccionan ante excitaciones, por lo que en las simulaciones se procede primero con el análisis de la mesa vibratoria y después con la estructura colocada. Los programas usados son Matlab R2015b y Arduino v1.6.13.

4.1 Construcción a escala de un edificio de dos pisos

A partir del desarrollo de las ecuaciones y el análisis de histéresis se procede con la construcción de un edificio a escala de dos pisos teniendo como referencia el trabajo presentado por Thenozhi y Yu (2014), trabajo en el que realizan un análisis de estabilidad del control activo de vibraciones de estructuras de edificios usando control PD/PID.

Entonces la estructura se construye con varillas de aluminio en forma de L y la masa de los pisos son de madera MDF de un espesor de 15mm, en la siguiente tabla se muestran las dimensiones de los materiales empleados para la estructura.

Tabla 5.

Dimensiones de la estructura del edificio

Cantidad	Descripción	Unidades
4	Varillas de aluminio L de 90	cm
8	Varillas de aluminio L de 30	cm
2	Cortes de MDF de 30x30	cm
24	Rodelas de ½	pulgada
24	Pernos y tuercas de ½	pulgada
4	Ángulos L	

La construcción del edificio se empieza uniendo 4 varillas de aluminio L de 30cm para formar un cuadrado y con los 4 restantes se realiza el mismo procedimiento, se fija el cuadrado con un perno y una tuerca de ½ pulgada añadiendo una rodela para tener mayor ajuste en cada esquina, a continuación, se unen los cuadrados a las varillas de 90cm y se fijan en la parte superior y en la mitad para separar los dos pisos con se muestra en las figuras 25, 26 y 27.



Figura 25. Base de casa piso de la estructura del edificio.

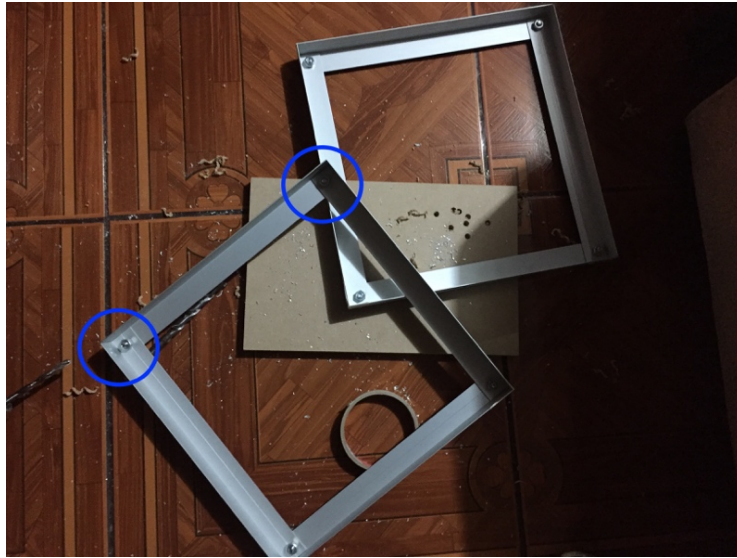


Figura 26. Uniones de las esquinas con pernos.



Figura 27. Estructura del edificio de dos pisos.

Para finalizar con la construcción del edificio a escala se procede a colocar las tablas de 30x30cm de MDF para simular las masas de cada piso y para asegurar la estructura a la base de la mesa vibratoria se coloca un ángulo L en cada esquina como se representa en las figuras 28 y 29.



Figura 28. Colocación de la masa en el primer piso.



Figura 29. Ángulo L en cada esquina para soporte de la estructura.

4.2 Construcción de una mesa vibratoria

Para realizar la parte práctica del proyecto se construye un prototipo de mesa vibratoria de un grado de libertad esto quiere decir que va a oscilar en un solo

eje de forma analógica, por lo que no contiene un software para cargar simulaciones de terremotos. Lo que es una limitante, pero al tener un movimiento oscilatorio permite que el acelerómetro reciba las lecturas para poder graficar la señal y poder compararlo, las dimensiones de la mesa vibratoria a ser construida se muestran en la tabla 6, entonces la construcción de la mesa inicia uniendo la base de la mesa con las piezas de 60x80cm y las piezas de 80x8cm en los lados laterales y las piezas 57x8cm en la parte frontal y posterior como lo muestra la figura 28; todo se une con tornillos para madera de dos pulgadas, a continuación se coloca la base con las piezas de 32,5x8cm y 40x8cm sobre las cuales se colocan las rieles de 38cm para tener el movimiento de la base de 40x40cm como esta en las figuras 30 y 31.

Para tener un control de la mesa vibratoria se realiza una base en la parte frontal con las piezas de 20x8cm y 27x8cm y se coloca sobre la superficie la pieza de 30x20cm como se muestra en la figura 33, sobre la cual se colocará un servomotor MG995, ver anexo 3 y un arduino UNO R3, ver anexo 13; que lleva un programa para el movimiento de la estructura como lo muestra la figura 34.

Tabla 6.

Dimensiones de la mesa vibratoria

Cantidades	Descripción	Unidades
1	Pieza de 60x80	cm
2	Piezas de 80x8	cm
2	Piezas de 57x8	cm
1	Pieza de 40x40	cm
2	Piezas de 40x8	cm
2	Piezas de 32,5x8	cm
2	Piezas de 20x8	cm
1	Pieza de 27x8	cm
1	Pieza de 30x20	cm
2	Rieles de 38	cm



Figura 30. Base de la mesa vibratoria.



Figura 31. Base para la estructura del edificio.



Figura 32. Rieles de movimiento.



Figura 33. Base para el control de la mesa vibratoria.

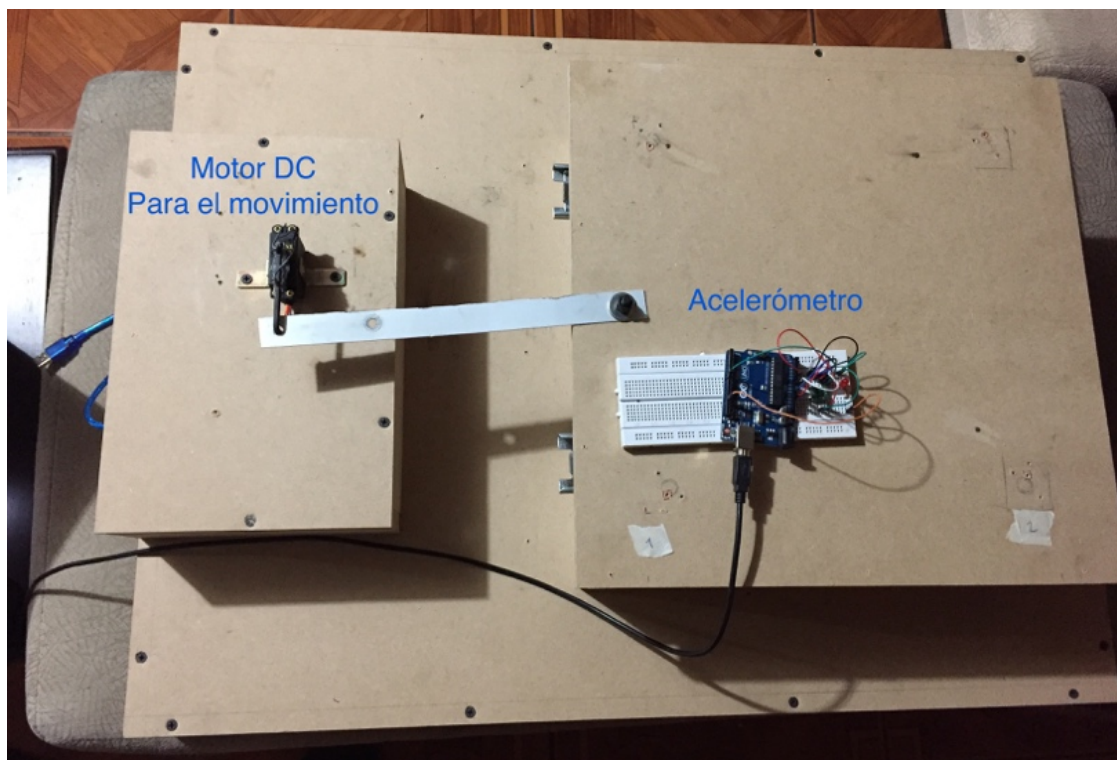


Figura 34. Base para el control de la mesa vibratoria.

4.3 Implementación del controlador PID a la estructura

El controlador PID para la estructura se implementa a partir de las ecuaciones por lo que se realiza una planta de la estructura con las matrices y los valores

del control proporcional y los tiempos de integración y derivación que se muestran a continuación en la tabla 7. En la figura 35 se puede observar el diagrama de programación en bloques elaborada mediante Simulink de Matlab a partir de la obtención de la función de transferencia, el cual permite la conexión de arduino y que se ejecuten los dos programas y observar el comportamiento de la estructura analizada anteriormente aplicada el controlador PID.

Tabla 7.

Parámetros del controlador PID

Parámetro	Valor	Unidad
K_p	10 900 000	N/m
τ_i	1.15	s
τ_d	0.5	s

τ_i tiempo de integración.

τ_d tiempo de derivación.

El controlador PID es colocado en el segundo piso del edificio, su estructura de control (programación) se muestra en la figura 35, este sistema permite reducir las excitaciones sísmicas producidas por la mesa vibratoria, ya que, si detecta un movimiento, mueve la masa activa hacia el lado contrario inmediatamente para deducir las vibraciones, la estructura se construye con los elementos mostrados en la tabla 8.

El diagrama de bloques tiene una forma sencilla con respecto a su realización, parte del análisis estructural con Matlab realizado en un apartado anterior mediante el cual se obtiene diferentes matrices en coordenadas locales y generales de rigidez, al igual que las acciones producidas por los elementos y por consiguiente las reacciones de acuerdo a las cargas colocadas en los nudos en algunos grados de libertad, que están señalados en el código de programación.

Entonces a partir de estos datos se puede crear una planta denominada como función de transferencia que es sobre la cual va a actuar el controlador PID. El controlador PID representado en el diagrama es una función autónoma de Matlab que necesita ser sintonizada, para lo cual se ocupa las ganancias mostradas en la tabla 7.

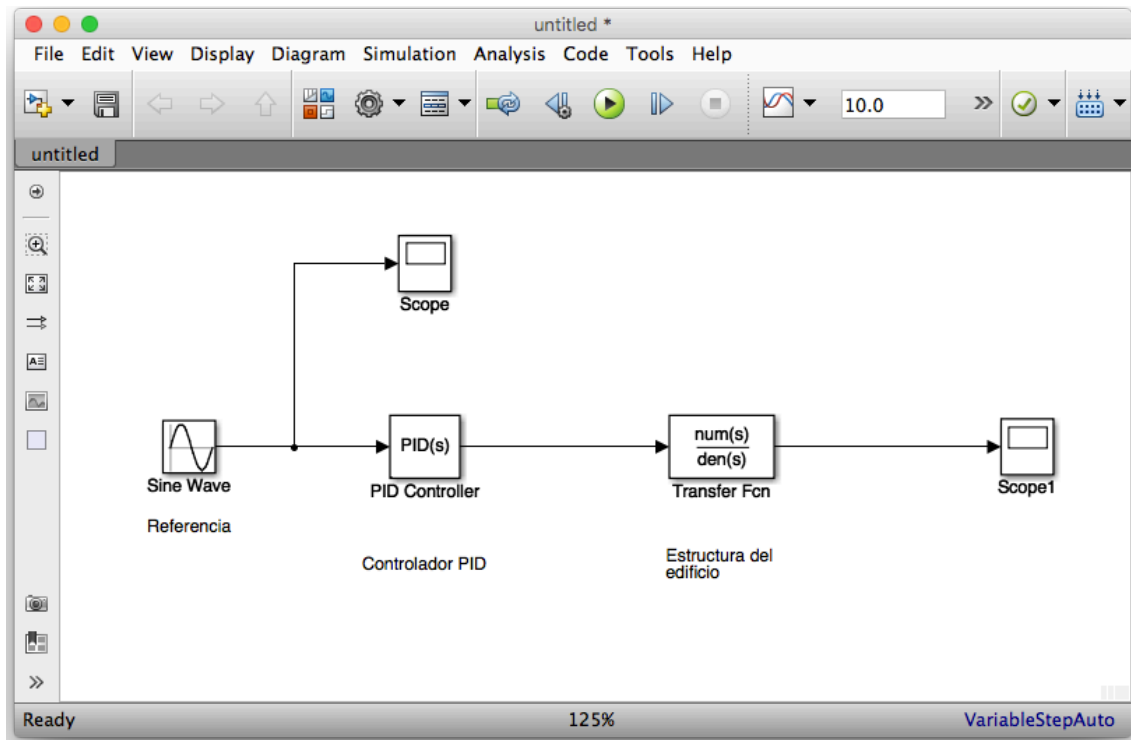


Figura 35. Diagrama de bloques en Simulink del control PID sobre la planta.

La señal de entrada al sistema es una señal sinusoidal que por ser periódica puede ser detectada fácilmente por el acelerómetro, y se puede obtener la aceleración de la mesa vibratoria y como va a influir sobre la estructura del edificio, señal que va a pasar por el controlador PID previamente sintonizado con los valores que ya se mencionó y el controlador actúa sobre la planta o función de transferencia que en este caso es la estructura del edificio de dos pisos y se puede observar su comportamiento antes y después del uso del controlador PID respecto a la señal de entrada cambiando su periodo y ver cómo actúa ante los cambios y su efectividad de atenuación.

Tabla 8.

Materiales del controlador PID

Cantidad	Descripción
1	Arduino UNO R3
1	Servo motor SG-5010
1	Potenciómetro de 5k
1	Barra de acero de 20cm
1	Masa activa
1	Riel de impresora

Las conexiones se realizan de la siguiente manera: el arduino UNO R3 se conecta al puerto USB de la computadora se usan los programas Arduino y Simulink de Matlab R2015b para la respectiva programación, del puerto 13 del arduino se envía la señal de control para el potenciómetro el cual es conectado a tierra y a un voltaje de alimentación de 5[v], el servomotor SG-5010 controla el desplazamiento de la riel de una impresora para tener un movimiento paralelo de la masa activa con respecto a la mesa vibratoria, todas las conexiones se muestran en la figura 36.

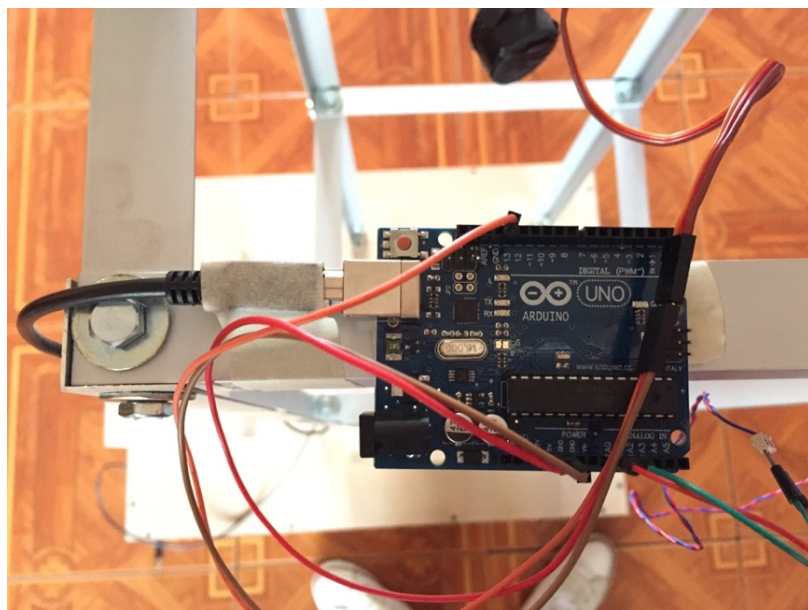


Figura 36. Conexiones del controlador PID.

En la figura 37 se muestra la ubicación del controlador PID sobre la estructura del edificio, para comprobar el estado de las conexiones se ejecuta el programa y se realizan los movimientos de la masa vibratoria, una vez que el programa corra y se termina de modificar las ganancias proporcional, integral y derivativa del controlador PID, y se procede con las simulaciones.



Figura 37. Controlador PID sobre la estructura del edificio.

4.3.1 Parámetros estructura de dos pisos

Los parámetros usados para la implementación de la estructura del edificio de dos pisos, pertenecen a un edificio real y se obtienen de (Graham, 2007) y se presentan en la siguiente tabla:

Tabla 9.

Parámetros del edificio

Piso	Masa [kg]	Rigidez [N/m]	Amortiguamiento [Ns/m]
1	6, 800	33, 732, 000	67, 000
2	5, 897	33, 732, 000	67, 000

4.4 Simulaciones numéricas

Para comenzar con las simulaciones numéricas se pueden describir las acciones hechas en el análisis estructural con Matlab mediante las siguientes tablas, en las cuales se va a detallar acciones, reacciones y matrices de rigidez.

Tabla 10.

Matriz de rigidez de la estructura

S											
1.3	0.3	0	0	0	0	0	0	-0.4	-0.3	-0.8	0
0.3	1.4	0	-1.1	0	0	0	0	-0.3	-0.2	0	0
0	0	1.7	0	0	0	-0.4	-0.3	-0.8	0	-0.4	-0.3
0	-1.1	0	2.8	0	-1.1	-0.3	-0.2	0	0	-0.3	-0.2
0	0	0	0	1.3	-0.3	-0.8	0	-0.4	-0.3	0	0
0	0	0	-1.1	-0.3	1.4	0	0	0.3	-0.2	0	0
0	0	-0.4	-0.3	-0.8	0	1.3	0.3	0	0	0	0
0	0	-0.3	-0.2	0	0	0.3	1.4	0	-1.1	0	0
-0.4	-0.3	-0.8	0	-0.4	0.3	0	0	1.7	0	0	0
-0.3	-0.2	0	0	-0.3	-0.2	0	-1.1	0	2.8	0	-1.1
-0.8	0	-0.4	-0.3	0	0	0	0	0	0	1.3	-0.3
0	0	-0.3	-0.2	0	0	0	0	0	-1.1	-0.3	1.4

La matriz de rigidez S está multiplicada por un valor de $1e^5$

Entonces mediante esta matriz de rigidez se obtiene el comportamiento de la estructura cuando está sometida a cargas puntuales en toneladas metro sobre los nudos, esto quiere decir sobre las uniones en las columnas, a continuación, se presenta el vector de desplazamientos generales de la estructura:

Tabla 11.

Vector de desplazamientos generales de la estructura

D =	$1e^{-3}$	0
		0
		0.14
		0.08
		0.28
		0.14
		0.27
		-0.04
		-0.05
		-0.04
		0
		0

Los valores del vector de desplazamiento están en metros [m]

Por último, del análisis estructural se puede obtener el vector de reacciones de la estructura, presentada en la tabla 12.

Tabla 12.

Vector de reacciones de acuerdo a las cargas colocadas

R =	3.6694
	-7.5000
	-3.6694
	7.5000

Las reacciones están en toneladas-metro [t-m]

En el siguiente apartado se describe las simulaciones realizadas del controlador PID, por lo que en la figura 38 se muestra la sintonización que se da al controlador de acuerdo a la tabla 7.

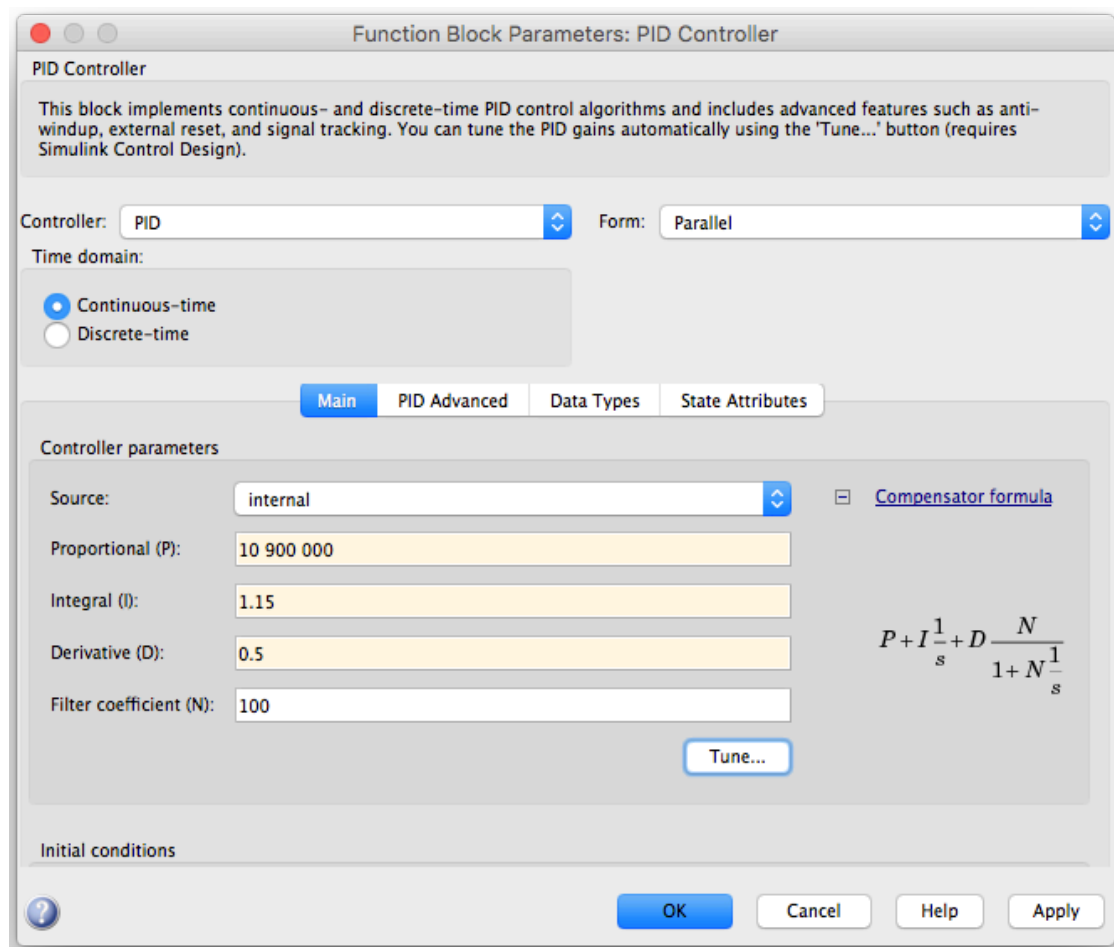


Figura 38. Parámetros del controlador PID.

A continuación, se muestra los resultados obtenidos de la estructura mientras está expuesta a excitaciones sísmicas sin control y con control PID cuando se aplica un retardo de respuesta del servomotor MG995 de 6ms.

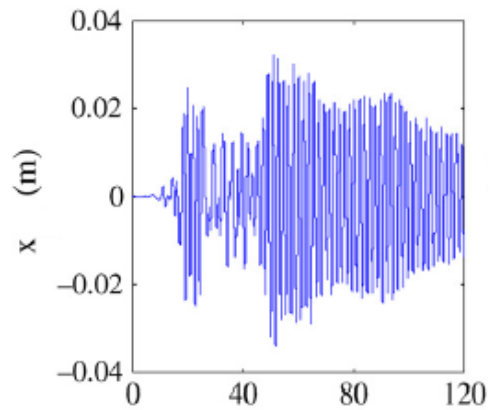


Figura 39. Respuesta del edificio sin control.

El eje X está en función del tiempo en segundos [s], y en el eje Y está en función de la amplitud en metros [m].

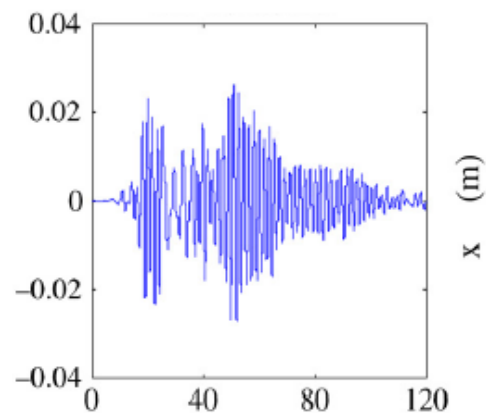


Figura 40. Respuesta del edificio con control PID.

El eje X está en función del tiempo en segundos [s], y en el eje Y está en función de la amplitud en metros [m].

Ahora se muestra los resultados obtenidos de la estructura mientras está expuesta a excitaciones sísmicas sin control y con control PID cuando se aplica un retardo de respuesta del servomotor MG995 de 10ms.

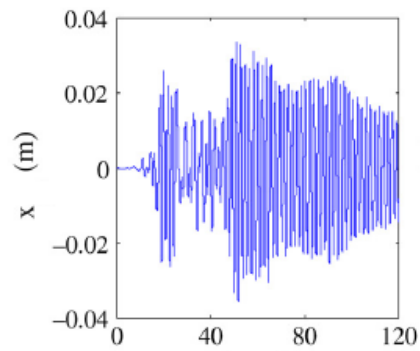


Figura 41. Respuesta del edificio con control PID.

El eje X está en función del tiempo en segundos [s], y en el eje Y está en función de la amplitud en metros [m].

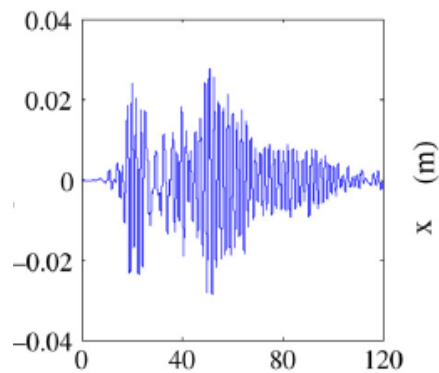


Figura 42. Respuesta del edificio con control PID.

El eje X está en función del tiempo en segundos [s], y en el eje Y está en función de la amplitud en metros [m].

5. ANÁLISIS Y DISCUSIÓN DE RESULTADOS

5.1 Análisis de los resultados

Para exponer los resultados de la teoría demostrada, se construye un prototipo de un edificio de dos pisos, el cual es colocado sobre una mesa vibratoria (ver figura 37). La estructura es construida con varillas de aluminio, la mesa vibratoria actúa con un sistema de control mediante un arduino UNO R3 y un servo motor: representando un sistema mecánico de movimiento en un solo eje para generar las señales sísmicas. La masa activa de amortiguación es un servo motor colocado en el segundo piso, y su masa activa de amortiguación representa un aproximado del 7% de la masa total del edificio.

Durante la excitación sísmica, también se moverá la base en la que están conectados los sensores de desplazamiento y velocidad (acelerómetros), por lo que el valor absoluto de los parámetros anteriores no puede ser detectado de forma adecuada. Entonces se tiene en consideración, que los datos provienen de un solo eje, y como no se hace uso de un amplificador de corriente externa durante la ejecución del prototipo, la señal que emiten ambos dispositivos no está amplificada; esto quiere decir que maneja un voltaje constante tanto la mesa vibratoria como el controlador PID.

Aun así, se tiene claro que el controlador PID cumple con los requisitos del proyecto: ya que permite la reducción de la transmisión estructural, aunque no sea la adecuada para una estructura de dos pisos, por las limitaciones en la instrumentación usada.

A continuación, se presenta una tabla con un indicador de desplazamiento, de esta forma se puede observar que el controlador PID actúa sobre la estructura, reduciendo su movimiento, por consecuencia se reduce la transmisión estructural, pero; para el tipo de diseño planteado no es una reducción adecuada, ya que, si se hace una relación directa con una estructura real, los

desplazamientos son superiores a los valores presentados, por lo que el análisis estructural realizado no es apropiado, ya que no se tiene el conocimiento completo de todas las variables que afectan a la estructura durante una excitación sísmica. Y el prototipo al no tener amplificación, no muestra un comportamiento cercano a la realidad, y en ese caso la sintonización usada con el controlador PID para cada una de sus componentes se debe cambiar.

Tabla 13.

Comparación de la atenuación de vibraciones con y sin control PID

Lugar de acción	Sin control	Control PID	Unidades
Primer piso	1,168	0,128	cm
Segundo piso	2,635	0,328	cm

Por lo cual los resultados obtenidos con respecto a la teoría son satisfactorios, si son aplicados para el prototipo de estructura de dos pisos, claro que se refleja que los valores de ganancias proporcional, integral y derivativo no son los más óptimos, y se deben hacer más pruebas para determinar valores exactos de ganancias adecuados para el prototipo, que concuerde con el tipo de edificación y el tipo de suelo en el que va a ser implementado, de acuerdo a sus curvas de peligro sísmico y las cargas sísmicas que podría resistir, tanto la estructura como el sistema de control activo.

Durante la ejecución de las excitaciones sísmicas se puede observar el comportamiento del acelerómetro (ver figura 43), ya que en los primeros segundos en el eje Y existe mayor aceleración, lo que claramente va a producir un cambio con respecto a la posición y velocidad, las cuales se obtienen mediante un proceso de integración a partir de la aceleración medida. Entonces de acuerdo al cambio de posición, será más impulsivo, esto quiere decir que el controlador PID necesitará más voltaje para actuar sobre la estructura, lo que influye claramente sobre la aceleración del sistema, por ende, afecta a la velocidad y posición.

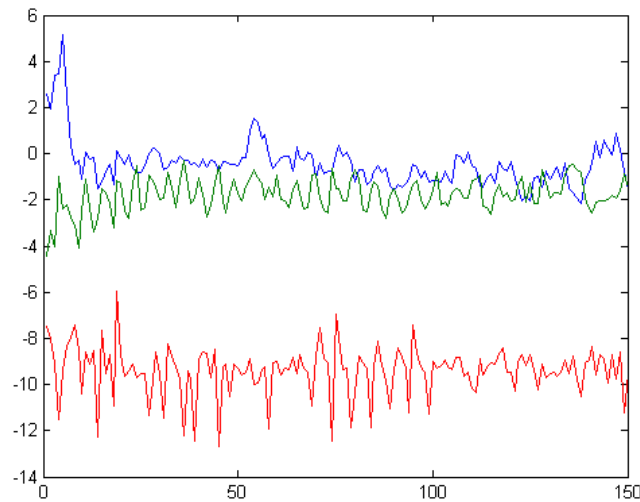


Figura 43. Obtención de la aceleración por medio del acelerómetro.

El eje X está en función del tiempo en segundos [s], y en el eje Y está en función de la amplitud en metros [m].

A continuación, se muestra una línea del control de voltaje para el controlador PID, que mientras mayor es la aceleración, por consecuencia el voltaje tiene que aumentar, lo que puede aumentar la fuerza en la respuesta del sistema.

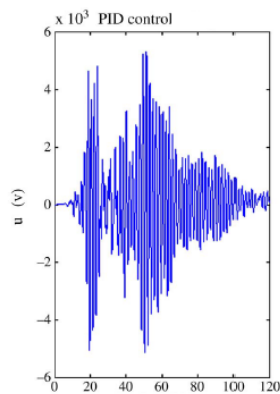


Figura 44. Línea de control de voltaje.

El eje X está en función del tiempo en segundos [S], y en el eje Y está en función de la amplitud en voltios [v].

Con respecto al prototipo, los resultados esperados reflejan el fin de la investigación, ya que el controlador PID actúa de acuerdo a la sintonización que se ingrese, el problema que se evidencia es el uso de las ganancias del

controlador PID obtenidas en laboratorio mediante otras investigaciones, ya que los materiales no son los mismos, se puede observar que la estructura construida no reacciona de la misma manera, porque las varillas de aluminio usadas son de densidad y constata de elasticidad diferentes.

5.2 Discusión

Existe un gran avance en la teoría del control estructural, que claramente queda demostrado en los documentos analizados para realizar este proyecto, pero se debe tener en consideración, que faltan explorar varias áreas de investigación y relacionarlas con las diferentes ingenierías involucradas en la construcción de estructuras para edificios, ya que ningún documento ha sido implementado en una estructura real, y los diseños usados en laboratorio no contemplan todas las características que la ingeniería civil aplica para la construcción.

El modelo usado mediante el análisis estructural en Matlab presenta acciones y reacciones de acuerdo a las cargas (peso en toneladas-metro), colocadas en los nudos conforme a sus grados de libertad, entonces para realizar una comparación en el caso de una estructura real de un edificio de dos pisos, el comportamiento es totalmente diferente a las deformaciones simuladas, van a variar por causa de diferentes factores como la unión de las juntas, el tipo de diseño sismo resistente, el tipo de suelo, la cimentación de las bases, entre otros factores a tener en consideración, en consecuencia, el prototipo no tiene la predicción del comportamiento de la estructura para casos reales.

La acción de un sistema de control estructural depende de varios elementos, entre los que se destacan:

- Factores de excitación (terremotos, vientos fuertes)
- Características estructurales (grados de libertad, frecuencia natural, estructura lineal o no lineal)
- Diseño de sistemas de control (tipo y número de dispositivos, ubicación de dispositivos, modelos del sistema y algoritmos de control).

Son diversas las variables a tener en consideración para realizar control activo de vibraciones, por lo que, en el proyecto mediante los resultados obtenidos, se puede apreciar que se debe abarcar un mayor campo de investigación, claro que se redujo la transmisión estructural. Pero, a través de la aplicación de otros métodos y sistemas se puede ejercer mayor control, al igual que el diseño de la estructura elaborada, es posible que otros métodos que no se han contemplado podrían considerar el tipo de suelo para su diseño, lo que apoyaría a mejorar el resultado de atenuación obtenido.

El modelo experimental de la estructura de dos pisos, al cual se aplicó un controlador PID, no presenta resultados negativos, pero esto no quiere decir que se logró a cabalidad los objetivos planteados, ya que si presenta una atenuación de las vibraciones. Pero no se puede hacer un análisis adecuado, por el tema de la instrumentación, al no contar con acelerómetros de vibraciones, se programa en acelerómetros de bajo costo, que pueden influir en las mediciones.

Al implementar una mesa vibratoria sin software que simule un terremoto real, o en el caso del servo motor que controla la masa activa, no se vende en el país, como es el caso del STB1108 disponible solo en tiendas físicas de Europa. Entonces a la final si se llega a una reducción estructural, pero no es la ideal, por el tipo de datos usados y el análisis debe ser más extenso y aplicar otro tipo de estudios enfocados principalmente en el diseño de estructuras.

6. ANÁLISIS ECONÓMICO

En esta sección se realiza el análisis de los recursos empleados durante la implementación del prototipo, hay que tener en cuenta que no se detalla las horas de investigación, simulación e implementación del prototipo ya que es responsabilidad del estudiante. Por lo que el análisis económico es únicamente de los materiales usados.

Tabla 14.

Descripción de materiales y elementos usados para la implementación del prototipo

Cantidad	Descripción	Valor unitario	Valor total
2	Arduino UNO R3	45,00	90,00
1	Servomotor SG-5010	15,10	15,10
1	Servomotor MG995	15,75	15,75
1	Potenciómetro de 5k	0,75	0,75
1	Cautín	5,00	5,00
5	Estaño	0,30	1,50
1	Riel de impresora	20,00	20,00
1	Fuente de 12[v]	10,00	10,00
1	Plancha de MDF de 15mm y cortes	37,40	37,40
1	Varilla de aluminio L de 6m	9,00	9,00
12	Cortes de varilla	0,15	1,80

40	Tornillos para madera de 2 pulgadas	0,10	4,00
24	Pernos de ½ pulgada	0,15	3,60
24	Tuercas	0,15	3,60
24	Rodelas	0,13	3,12
6	Ángulos	0,50	3,00
1	Juego de cables	5,00	5,00
2	Rieles	3,00	6,00
1	Barra de acero de 20cm	5,00	5,00
1	Curso de análisis matricial	120,00	120,00
TOTAL			359,62

Como se puede observar el total invertido es de 359 dólares americanos con 62 centavos, hay que tener en consideración que es un prototipo de estudio, por lo que su implementación para una estructura asciende a un nivel mayor de inversión por los materiales a ser usados y los estudios que requiere.

7. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

7.1 Conclusiones

Mediante los resultados obtenidos se puede comprobar que la reducción de transmisión estructural es efectiva para estructuras de dos pisos, esto quiere decir: en el modelamiento para dos grados de libertad los controladores PID funcionan sin problema alguno, ya que hay que tener a consideración que con estructuras mayores tienden a presentar problemas por lo que es posible añadir otro tipo de control a la estructura ya que la teoría de los controladores PID no está totalmente desarrollada para el control estructural.

El modelo matemático parte de ecuaciones de movimiento, lo que simula un comportamiento ideal, algo que no sucede en la realidad, entonces se tiene a consideración ese margen de error y como los datos utilizados para la simulación son de estudios realizados en laboratorio con otra instrumentación; no se pueden obtener resultados totalmente óptimos en el modelo implementado.

Al implementar una maqueta con una estructura de aluminio se debe tener en consideración que la transmisión estructural será mayor, ya que es un material liviano, por lo que se puede observar su comportamiento cuando no tiene control estructural y está sometida a una excitación externa, ésta tiende a realizar desplazamientos horizontales del segundo piso muy bruscos, lo que en un caso real: dañaría totalmente la estructura, cuando se aplica el control estructural se puede observar cómo se reducen los desplazamientos inmediatamente ya que la masa activa se mueve en dirección opuesta a los desplazamientos de la estructura, y; una vez que se ha detenido la excitación externa, el control PID deja de actuar y el edificio vuelve a su posición de estabilidad, pero esta no vuelve a ser la misma, ya que cambia por las vibraciones a la que fue sometida.

El modelo de Bouc-Wen permite acceder a una predicción del comportamiento de la estructura ya sea en estado normal o bajo excitaciones, ya que cuando se

aplica la propiedad de histéresis se puede observar como un lazo cerrado actúa bajo una excitación externa, creando deformaciones en el lazo, lo que representa las deformaciones en la estructura.

En la actualidad, existe un gran incremento de investigaciones del control activo de vibraciones para estructuras de edificios, un punto que se debe tener a consideración es que tanto el control activo, como el control pasivo están delimitados por el rango de frecuencias que cubren, por lo que el trabajo realizado presenta una limitación, que mediante pruebas de laboratorio se podría observar que limite tiene el controlador PID sobre la estructura construida.

El sistema de control activo de vibraciones mediante controladores PID para una estructura de dos pisos es simple, práctico y funcional, tomando en cuenta que los efectos destructivos de un terremoto suceden con vibraciones horizontales, como lo explica la ingeniería sísmica, por lo que los grados de libertad se asumen en esa dirección, entonces la reducción de la amplitud de las vibraciones y la posible mejora en el comportamiento de la estructura, permiten que el caso analizado con datos limitados respecto a las variables en la conducta de la estructura, sea alentador para continuar con futuros estudios.

7.2 Recomendaciones

Para el caso de la implementación se deben contar con los instrumentos de medición adecuados, ya que, si bien la mesa vibratoria que se realizó permite emular el movimiento, no es ideal, porque se debe contar con un software de control que permita cargar señales o crear señales de terremotos reales, de esa forma se puede tener una idea más acertada del comportamiento de la estructura de un edificio.

Para realizar un estudio futuro del control activo de vibraciones, hay que tener en consideración el movimiento del eje y, ya que hay las ondas se dispersan de diversas formas como se pudo apreciar entre las ondas de superficie y las ondas

internas, entonces al usar un control activo o fusionar varios tipos de controles se puede proteger una estructura de la mejor manera, ya que el objetivo es salvaguardar las vidas humanas, así como también evitar pérdidas económicas y medioambientales.

El tipo de material e instrumentación utilizada no es adecuado del todo, ya que procesar a tiempo real entre los softwares MATLAB R2015b y Arduino no es adecuado, porque una placa de arduino UNO R3 no procesa a tiempo real como lo hace MATLAB, por lo que el trabajo puede presentar ciertos erros en sus resultados.

REFERENCIAS

- Alavinasab, A., Moharrami, H., & Khajepour, A. (2006). Active Control of Structures Using Energy-Based LQR Method. *Computer-Aided Civil and Infrastructure Engineering*, 21(8), 605-611. Recuperado el 12 de septiembre de 2016 de <http://onlinelibrary.wiley.com/doi/10.1111/j.1467-8667.2006.00460.x/full>
- Allen, M., Bernelli-Zazzera, F., & Scattolini, R. (2000). Sliding mode control of a large flexible space structure. *Control Engineering Practice*, 8(8), 861-871. Recuperado el 15 de septiembre de 2016 de <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0967066100000046>
- Alvarez-Ramirez, J., Kelly, R., & Cervantes, I. (2003). Semiglobal stability of saturated linear PID control for robot manipulators. *Automatica*, 39(6), 989-995. Recuperado el 15 de septiembre de 2016 de <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S00051098030000359>
- Amini, F., & Tavassoli, M. R. (2005). Optimal structural active control force, number and placement of controllers. *Engineering Structures*, 27(9), 1306-1316.
- Animas, H. (2011). Evaluación de estructuras en resonancia. Recuperado el 3 de diciembre de 2016 de https://www.researchgate.net/figure/273633706_fig6_Figura-35-Idealizacion-de-un-sistema-de-un-grado-de-libertad-con-amortiguamiento
- Asgarieh, E., Moaveni, B., Barbosa, A., & Chatzi, E. (2016). Nonlinear model calibration of a shear wall building using time and frequency data features. *Mechanical Systems and Signal Processing*. 85, 236-251. Recuperado el 3 de octubre de 2016 de <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0888327016302709>

- Åström, K. J., & Hägglund, T. (2004). Revisiting the Ziegler–Nichols step response method for PID control. *Journal of process control*, 14(6), 635-650. Recuperado el 3 diciembre de 2016 de <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0959152404000034>
- Balendra, T., Wang, C. M., & Yan, N. (2001). Control of wind-excited towers by active tuned liquid column damper. *Engineering Structures*, 23(9), 1054-1067. Recuperado el 15 de octubre de 2016 de <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0141029601000153>
- Bazán, E., & Meli, R. (1999). Diseño sísmico de edificios. Limusa. México.
- Beltrán-Carbajal, F., Silva-Navarro, G., & Arias-Montiel, M. (2014). Control Activo de Vibraciones en un Rotor Tipo Jeffcott con Velocidad Variable Usando una Suspensión Electromecánica. *Revista Iberoamericana de Automática e Informática Industrial RIAI*, 11(3), 295-303.
- Buckle, I. G., & Mayes, R. L. (1990). Seismic isolation: history, application, and performance-a world view. *Earthquake spectra*, 6(2), 161-201. Recuperado el 16 de septiembre de 2016 de <http://www.earthquakespectra.org/doi/abs/10.1193/1.1585564?code=eeri-site>
- Bullen, K. E., & Bolt, B. A. (1985). An introduction to the theory of seismology. Cambridge university press.
- Casciati, F., Rodellar, J., & Yildirim, U. (2012). Active and semi-active control of structures—theory and applications: A review of recent advances. *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*. 23(11), 1181-1195. Recuperado el 20 de septiembre de 2016 de <http://journals.sagepub.com/doi/abs/10.1177/1045389X12445029>
- Chang, C. M., & Spencer, B. F. (2010). Active base isolation of buildings subjected to seismic excitations. *Earthquake Engineering & Structural Dynamics*, 39(13), 1493-1512. Recuperado el 14 de septiembre de 2016 de <http://onlinelibrary.wiley.com/doi/10.1002/eqe.1040/full>

- Cheng, F. Y., Jiang, H., & Lou, K. (2008). *Smart structures: innovative systems for seismic response control*. (1.^a ed.). [versión electrónica] Recuperado el 15 de septiembre de 2016 de https://books.google.com.ec/books?hl=es&lr=&id=93ysnbMf8oQC&oi=fnd&pg=PP1&dq=Smart+structures:+innovative+systems+for+seismic+response+control&ots=3d0sj7-GH6&sig=F_KYIkeqPc5izAE7HgYkkgBQxb4&redir_esc=y#v=onepage&q=Smart%20structures%3A%20innovative%20systems%20for%20seismic%20response%20control&f=false
- Chopra, A. K. (2017). *Dynamics of structures: Theory and applications to earthquake engineering*. (5.^a ed.). [versión electrónica] Recuperado el 15 de septiembre de 2016 de <https://www.pearsonhighered.com/program/Chopra-Dynamics-of-Structures-5th-Edition/PGM1101746.html>
- Clemente, A. (2011). Caracterización y estudio de sistemas con histéresis de tipo Bouc-Wen. (Tesis de maestría). Universidad Carlos III de Madrid.
- Control-PID. (s.f.). CONTROL PID, METODOLOGÍA Y APLICACIONES. Recuperado el 27 de noviembre del 2016 de <https://control-pid.wikispaces.com>
- Cuenca, S. (2014). Deriva continental y tectónica de placas. Recuperado el 6 de diciembre del 2016 de <http://slideplayer.es/slide/141756/>
- Datta, T. K. (2003). A state-of-the-art review on active control of structures. *ISET Journal of earthquake technology*, 40(1), 1-17. Recuperado el 15 de septiembre de 2016 de <http://citeseerx.ist.psu.edu/viewdoc/download?doi=10.1.1.487.4718&rep=rep1&type=pdf>
- Djajakesukma, S. L., Samali, B., & Nguyen, H. (2002). Study of a semi-active stiffness damper under various earthquake inputs. *Earthquake engineering & structural dynamics*, 31(10), 1757-1776. Recuperado el 15 de septiembre de 2016 de <http://onlinelibrary.wiley.com/doi/10.1002/eqe.181/full>

- Du, H., & Zhang, N. (2008). control for buildings with time delay in control via linear matrix inequalities and genetic algorithms. *Engineering Structures*, 30(1), 81-92.
- Dyke, S. J. (1996). Aceleration feedback control strategies for active and semi-active control systems: modeling, algorithm development and experimental verification. (Tesis de doctorado). Department of Civil Engineering and Geological Sciences.
- Educarchile. (s.f.). Ondas y sonidos. Recuperado el 9 de diciembre de 2017 de <http://www.educarchile.cl/ech/pro/app/detalle?ID=133069>
- El universo. (s.f.). 17 de abril del 2016: terremoto y angustia. Recuperado el 3 diciembre del 2016 de <http://www.eluniverso.com/noticias/2016/09/15/nota/5800966/17-abril-2016-terremoto-angustia>
- Enríquez-Zárate, J., & Silva-Navarro, G. (2014). Active vibration control in building-like structures submitted to earthquakes using multiple positive position feedback and sliding modes. *Dyna*, 81(188), 83-91. Recuperado el 15 de septiembre de 2016 de <http://www.revistas.unal.edu.co/index.php/dyna/article/view/40097>
- Espíndola, J. M., & Jiménez, Z. (1994). *Terremotos y ondas sísmicas*. (1.^a ed.). [versión electrónica] Recuperado el 17 de septiembre de 2016 de https://books.google.es/books/about/Terremotos_y_ondas_s%C3%A4Dsmicas.html?id=dImOiZYrpgAC&hl=es
- Félix-Herrán, L. (2006). Control of a Semi-active Suspension with a Magnetorheological Damper. Recuperado el 15 de septiembre de 2016 de https://www.researchgate.net/figure/260059087_fig19_Figura-31-Modelo-de-Bouc-Wen-para-un-amortiguador-magnetorreologico
- Fisco, N. R., & Adeli, H. (2011). Smart structures: part I—active and semi-active control. *Scientia Iranica*, 18(3), 275-284. Recuperado el 15 de septiembre de 2016 de <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S102630981100099>
- X

- Fisco, N. R., & Adeli, H. (2011). Smart structures: part II—hybrid control systems and control strategies. *Scientia Iranica*, 18(3), 285-295. Recuperado el 10 de octubre de 2016 de <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1026309811001003>
- Forrai, A., Hashimoto, S., Funato, H., & Kamiyama, K. (2001). Structural control technology: system identification and control of flexible structures. *Computing & Control Engineering Journal*, 12(6), 257-262. Recuperado 10 de octubre de 2016 de <http://ieeexplore.ieee.org/abstract/document/975701/>
- Fujita, T. (1998). Seismic isolation of civil buildings in Japan. *Progress in Structural Engineering and Materials*, 1(3), 295-300. Recuperado 10 de octubre de 2016 de <http://onlinelibrary.wiley.com/doi/10.1002/pse.2260010311/abstract>
- Gavin, H. P., Morales, R., & Reilly, K. (1998). Drift-free integrators. *Review of scientific instruments*, 69(5), 2171-2175. Recuperado 10 de octubre de 2016 de <http://aip.scitation.org/doi/abs/10.1063/1.1148918>
- Gawronski, W. (1997). Actuator and sensor placement for structural testing and control. *Journal of Sound and Vibration*, 208(1), 101-109. Recuperado 10 de octubre de 2016 de <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0022460X97911901>
- González, M. (2008). Modelado y control PID-difuso de una estructura sometida a las vibraciones de un temblor. (Tesis de maestría). Centro de investigación y de estudios avanzados del Instituto Politécnico Nacional.
- Gozukizil, B. B. (2000). Active control of earthquake induced structures. (Tesis de maestría). Istanbul Technical University.
- Graham, K. (2007). System dynamics and response. Australia; Toronto: Thomson.
- Gu, Z. Q., & Oyadiji, S. O. (2008). Application of MR damper in structural control using ANFIS method. *Computers & structures*, 86(3), 427-436.

Recuperado 10 de octubre de 2016 de
<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0045794907000806>

Guclu, R. (2006). Sliding mode and PID control of a structural system against earthquake. *Mathematical and Computer Modelling*, 44(1), 210-217.

Recuperado 10 de octubre de 2016 de
<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0895717706000161>

Guclu, R., & Yazici, H. (2008). Vibration control of a structure with ATMD against earthquake using fuzzy logic controllers. *Journal of Sound and Vibration*, 318(1), 36-49. Recuperado 10 de octubre de 2016 de

<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0022460X08003271>

Güney, M., & Eşkinat, E. (2008). Optimal actuator and sensor placement in flexible structures using closed-loop criteria. *Journal of Sound and Vibration*, 312(1), 210-233. Recuperado 10 de octubre de 2016 de

<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0022460X07008553>

Housner, G., Bergman, L. A., Caughey, T. K., Chassiakos, A. G., Claus, R. O., Masri, S. F., ... & Yao, J. T. (1997). Structural control: past, present, and future. *Journal of engineering mechanics*, 123(9), 897-971.

Recuperado 10 de octubre de 2016 de
[http://ascelibrary.org/doi/abs/10.1061/\(ASCE\)0733-9399\(1997\)123:9\(897\)](http://ascelibrary.org/doi/abs/10.1061/(ASCE)0733-9399(1997)123:9(897))

Hrovat, D., Barak, P., & Rabins, M. (1983). Semi-active versus passive or active tuned mass dampers for structural control. *Journal of Engineering Mechanics*, 109(3), 691-705. Recuperado 10 de octubre de 2016 de

[http://ascelibrary.org/doi/abs/10.1061/\(ASCE\)0733-9399\(1983\)109:3\(691\)](http://ascelibrary.org/doi/abs/10.1061/(ASCE)0733-9399(1983)109:3(691))

Hung, S. L., Huang, C. S., Wen, C. M., & Hsu, Y. C. (2003). Nonparametric identification of a building structure from experimental data using wavelet neural network. *Computer-Aided Civil and Infrastructure*

- Engineering*, 18(5), 356-368. Recuperado 10 de octubre de 2016 de <http://onlinelibrary.wiley.com/doi/10.1111/1467-8667.t01-1-00313/abstract>
- Ibidapo-Obe, O. (1985). Optimal actuators placements for the active control of flexible structures. *Journal of mathematical analysis and applications*, 105(1), 12-25. Recuperado de <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0022247X85900940>
- Ikeda, Y. (2009). Active and semi-active vibration control of buildings in Japan— Practical applications and verification. *Structural Control and Health Monitoring*, 16(7-8), 703-723 Recuperado 10 de octubre de 2016 de <http://onlinelibrary.wiley.com/doi/10.1002/stc.315/full>
- Ikhouane, F., Mañosa, V., & Rodellar, J. (2007). Dynamic properties of the hysteretic Bouc-Wen model. *Systems & control letters*, 56(3), 197-205 Recuperado 10 de octubre de 2016 de <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0167691106001575>
- Imai, H., Yun, C. B., Maruyama, O., & Shinozuka, M. (1989). Fundamentals of system identification in structural dynamics. *Probabilistic Engineering Mechanics*, 4(4), 162-173. Recuperado 10 de octubre de 2016 de <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0266892089900222>
- Jiang, B., Wei, X., & Guo, Y. (2010). Linear quadratic optimal control in active control of structural vibration systems. *In 2010 Chinese Control and Decision Conference*, (1), 3546-3551. Recuperado 10 de octubre de 2016 de <http://ieeexplore.ieee.org/abstract/document/5498552/>
- Karaiskos, G., Papanicolaou, P., & Zacharopoulos, D. (2016). Experimental investigation of jet pulse control on flexible vibrating structures. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 76, 1-14.
- Kelly, R. (1995). A tuning procedure for stable PID control of robot manipulators. *Robotica*, 13(02), 141-148 Recuperado 10 de octubre de 2016 de <https://www.cambridge.org/core/journals/robotica/article/div-classtitlea-tuning-procedure-for-stable-pid-control-of-robot->

manipulatorsa-hreffn01-ref-
 typfnadiv/6476A033C263DBCAD992207030608578

- Kerschen, G., Worden, K., Vakakis, A. F., & Golinval, J. C. (2006). Past, present and future of nonlinear system identification in structural dynamics. *Mechanical systems and signal processing*, 20(3), 505-592
 Recuperado 10 de octubre de 2016 de <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0888327005000828>
- Kim, S. B., & Yun, C. B. (2000). Sliding mode fuzzy control: Theory and verification on a benchmark structure. *Earthquake engineering & structural dynamics*, 29(11), 1587-1608
 Recuperado 10 de octubre de 2016 de [http://onlinelibrary.wiley.com/doi/10.1002/1096-9845\(200011\)29:11%3C1587::AID-EQE974%3E3.0.CO;2-W/full](http://onlinelibrary.wiley.com/doi/10.1002/1096-9845(200011)29:11%3C1587::AID-EQE974%3E3.0.CO;2-W/full)
- Korkmaz, S. (2011). A review of active structural control: challenges for engineering informatics. *Computers & Structures*, 89(23), 2113-2132
 Recuperado 10 de octubre de 2016 de <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0045794911002070>
- Kwak, M., & Yang, D. (2015). Dynamic modelling and active vibration control of a submerged rectangular plate equipped with piezoelectric sensors and actuators. *Journal of Fluids and Structures*, 54, 848-867
 Recuperado 10 de octubre de 2016 de <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0889974615000420>
- La Otra. (s.f.). Ruptura geológica genera terremotos en la Costa ecuatoriana. Recuperado el 3 de octubre del 2016 de <http://www.laotra.com.ec/ruptura-geologica-genera-terremotos-en-la-costa-ecuatoriana/>
- Landau, I. D., Airimitoiaie, T. B., Castellanos-Silva, A., & Constantinescu, A. (2017). *Introduction to Adaptive and Robust Active Vibration Control*. (1.^a ed.) [versión electrónica] Recuperado 10 de octubre de 2016 de http://link.springer.com/chapter/10.1007/978-3-319-41450-8_1

- Lewis, F. L., Dawson, D. M., & Abdallah, C. T. (2003). *Robot manipulator control: theory and practice*. (2.^a ed.). [versión electrónica] Recuperado 10 de octubre de 2016 de https://books.google.com.ec/books?hl=es&lr=&id=8002tURIPP4C&oi=fnd&pg=PR5&dq=Robot+manipulator+control:+theory+and+practice&ots=EMGiRR9YD8&sig=rwlrjbuHt-QUirbBotsVPcUp2oE&redir_esc=y#v=onepage&q=Robot%20manipulator%20control%3A%20theory%20and%20practice&f=false
- Li, Q. S., Liu, D. K., Fang, J. Q., & Tam, C. M. (2000). Multi-level optimal design of buildings with active control under winds using genetic algorithms. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, 86(1), 65-86. Recuperado 10 de octubre de 2016 de <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0167610500000040>
- Li, S., Qiu, J., Li, J., Ji, H., & Zhu, K. (2012). Multi-modal vibration control using amended disturbance observer compensation. *IET Control Theory & Applications*, 6(1), 72-83. Recuperado 10 de octubre de 2016 de <http://ieeexplore.ieee.org/abstract/document/6111726/>
- Liang, Z., Lee, G. C., Dargush, G. F., & Song, J. (2011). *Structural damping: applications in seismic response modification*. (3.^a ed.). [versión electrónica] Recuperado 10 de octubre de 2016 de https://books.google.com.ec/books?hl=es&lr=&id=URTOBQAAQBAJ&oi=fnd&pg=PP1&dq=Structural+damping:+applications+in+seismic+response+modification&ots=F0ouMal4WI&sig=XYnG9cHg3vvUa48Rj7H2ems4uiE&redir_esc=y#v=onepage&q=Structural%20damping%3A%20applications%20in%20seismic%20response%20modification&f=false
- Link, A., & von Martens, H. J. (2004). Accelerometer identification using shock excitation. *Measurement*, 35(2), 191-199. Recuperado 10 de octubre de 2016 de <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0263224103000861>

- Liu, D. K., Yang, Y. L., & Li, Q. S. (2003). Optimum positioning of actuators in tall buildings using genetic algorithm. *Computers & structures*, 81(32), 2823-2827. Recuperado 10 de octubre de 2016 de <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0045794903003572>
- Liu, J., Chen, X., Gao, J., & Zhang, X. (2016). Multiple-source multiple-harmonic active vibration control of variable section cylindrical structures: A numerical study. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 81, 461-474. Recuperado 10 de octubre de 2016 de <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0888327016001163>
- Liu, W., Hou, Z., & Demetriou, M. A. (2006). A computational scheme for the optimal sensor/actuator placement of flexible structures using spatial H2 measures. *Mechanical systems and signal processing*, 20(4), 881-895. Recuperado 10 de octubre de 2016 de <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0888327005001366>
- Ljung, L. (1987). *System Identification: Theory for the user*. (1.^a ed.). [versión electrónica] Recuperado 10 de octubre de 2016 de <http://onlinelibrary.wiley.com/doi/10.1002/047134608X.W1046/abstract?userIsAuthenticated=false&deniedAccessCustomisedMessage=>
- Lu, X., Li, P., Guo, X., Shi, W., & Liu, J. (2014). Vibration control using ATMD and site measurements on the Shanghai World Financial Center Tower. *The Structural Design of Tall and Special Buildings*, 23(2), 105-123. Recuperado 10 de octubre de 2016 de <http://onlinelibrary.wiley.com/doi/10.1002/tal.1027/abstract>
- Martelli, A., Forni, M., Panza, G. (2011) Features, Recent Application And Conditions For The Correct Use Of Seismic Isolation Systems. *WIT Transactions on The Built Environment*, 120(13), 15-27. Recuperado 10 de octubre de 2016 de <https://www.witpress.com/elibrary/wit-transactions-on-the-built-environment/120/22667>

- Miyamoto, K., She, J., Imani, J., Xin, X., & Sato, D. (2016). Equivalent-input-disturbance approach to active structural control for seismically excited buildings. *Engineering Structures*, 125, 392-399 Recuperado de <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S014102961630356>
X
- Monajemi-Nezhad, S., & Rofooei, F. R. (2007). Decentralized sliding mode control of multistory buildings. *The Structural Design of Tall and Special Buildings*, 16(2), 181-204. Recuperado de <http://onlinelibrary.wiley.com/doi/10.1002/tal.310/full>
- My Weblog. (s.f.). PID Controller Simplified. Recuperado el 3 de diciembre del 2016 de <https://radhesh.wordpress.com/2008/05/11/pid-controller-simplified/>
- Nerves, A. C., & Krishnan, R. (1995). Active control strategies for tall civil structures. *In Industrial Electronics, Control, and Instrumentation*, 2, 962-967. Recuperado 10 de octubre de 2016 de <http://ieeexplore.ieee.org/abstract/document/483859/>
- Park, W., Park, K. S., & Koh, H. M. (2008). Active control of large structures using a bilinear pole-shifting transform with H^∞ control method. *Engineering Structures*, 30(11), 3336-3344. Recuperado 10 de octubre de 2016 de <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S014102960800182>
X
- Park, Y. J., Wen, Y. K., & Ang, A. (1986). Random vibration of hysteretic systems under bi-directional ground motions. *Earthquake engineering & structural dynamics*, 14(4), 543-557. Recuperado 10 de octubre de 2016 de <http://onlinelibrary.wiley.com/doi/10.1002/eqe.4290140405/full>
- Patil, S. S., & Awasare, P. J. (2016). Vibration Isolation of Lumped Masses Supported on Beam by Imposing Nodes Using Multiple Vibration Absorbers. *Mechanical Engineering Research*, 6(1), 88 Recuperado 10 de octubre de 2016 de <http://www.ccsenet.org/journal/index.php/mer/article/view/59039>

- Pereira, E., Díaz, I., Hudson, E., & Reynolds, P. (2014). Optimal control-based methodology for active vibration control of pedestrian structures. *Engineering Structures*, 80, 153-162
- Preda, V., Cieslak, J., Henry, D., Falcoz, A., & Bennani, S. (2015). LPV Control for Active Vibration Mitigation in High Stability Space Missions: A Comparative Study. *IFAC-PapersOnLine*, 48(14), 88-94 Recuperado 10 de octubre de 2016 de <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S240589631501558>
- X
- Rotondo, L. M. B., & Barbat, A. H. (1999). *Diseño sismo resistente de edificios*. Reverté. Reverté.
- Saeed, M., Ali, A., & Mahmood, H. (2016). A Comparison between Velocity Feedback and Proportional-Integral-Derivative [PID] Performance In Active Vibration Control. *Journal of Vibration Analysis, Measurement, and Control*. 4(1), 40-55
- Sontag, E. D., & Wang, Y. (1995). On characterizations of the input-to-state stability property. *Systems & Control Letters*, 24(5), 351-359 Recuperado 10 de octubre de 2016 de <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0167691194000506>
- Soong, T. T., Masri, S. F., & Housner, G. W. (1991). An overview of active structural control under seismic loads. *Earthquake Spectra*, 7(3), 483-505 Recuperado 10 de octubre de 2016 de <http://www.earthquakespectra.org/doi/abs/10.1193/1.1585638?code=eeri-site>
- Spencer, B. F., & Sain, M. K. (1997). Controlling buildings: a new frontier in feedback. *IEEE Control Systems*, 17(6), 19-35 Recuperado 10 de octubre de 2016 de <http://ieeexplore.ieee.org/document/642972/>
- Symans, M. D., & Constantinou, M. C. (1999). Semi-active control systems for seismic protection of structures: a state-of-the-art review. *Engineering structures*, 21(6), 469-487 Recuperado 10 de octubre de 2016 de <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S014102969700225>

- Takewaki, I., Murakami, S., Fujita, K., Yoshitomi, S., & Tsuji, M. (2011). The 2011 off the Pacific coast of Tohoku earthquake and response of high-rise buildings under long-period ground motions. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, 31(11), 1511-1528 Recuperado 10 de octubre de 2016 de <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0267726111001813>
- Tang, Y. (1996). Active control of SDF systems using artificial neural networks. *Computers & structures*, 60(5), 695-703 Recuperado 10 de octubre de 2016 de <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0045794995004386>
- Thenozhi, S., & Yu, W. (2014). Stability analysis of active vibration control of building structures using PD/PID control. *Engineering Structures*, 81, 208-218
- Thong, Y. K., Woolfson, M. S., Crowe, J. A., Hayes-Gill, B. R., & Jones, D. A. (2004). Numerical double integration of acceleration measurements in noise. *Measurement*, 36(1), 73-92 Recuperado 10 de octubre de 2016 de <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0263224104000417>
- Wen, Y. K. (1976). Method for random vibration of hysteretic systems. *Journal of the engineering mechanics division*, 102(2), 249-263 Recuperado 10 de octubre de 2016 de <http://ascelibrary.org/doi/10.1061/9780784479865.026>
- Worden, K. (1990). Data processing and experiment design for the restoring force surface method, part I: integration and differentiation of measured time data. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 4(4), 295-319 Recuperado 10 de octubre de 2016 de <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0888327090900101>
- Worden, K. (1990). Data processing and experiment design for the restoring force surface method, part II: choice of excitation signal. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 4(4), 321-344 Recuperado 10 de

- octubre de 2016 de
<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0888327090900119>
- Xu, Y. L. (1996). Parametric study of active mass dampers for wind-excited tall buildings. *Engineering structures*, 18(1), 64-76 Recuperado 10 de octubre de 2016 de <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0141029695001088>
- Xu, Y. L., & Chen, B. (2008). Integrated vibration control and health monitoring of building structures using semi-active friction dampers: Part I— methodology. *Engineering Structures*, 30(7), 1789-1801
- Xu, Z., Agrawal, A. K., & Yang, J. N. (2006). Semi-active and passive control of the phase I linear base-isolated benchmark building model. *Structural control and health monitoring*, 13(2-3), 626-648 Recuperado 10 de octubre de 2016 de <http://onlinelibrary.wiley.com/doi/10.1002/stc.102/abstract>
- Yan, G., & Zhou, L. L. (2006). Integrated fuzzy logic and genetic algorithms for multi-objective control of structures using MR dampers. *Journal of sound and vibration*, 296(1), 368-382 Recuperado 10 de octubre de 2016 de <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0022460X06002173>
- Yu, W., & Thenozhi, S. (2016). Active Structural Control with Stable Fuzzy PID Techniques. (1.^a ed.). [versión electrónica] Recuperado 10 de octubre de 2016 de <http://www.springer.com/in/book/9783319280240>
- Zhang, S., Schmidt, R., & Qin, X. (2015). Active vibration control of piezoelectric bonded smart structures using PID algorithm. *Chinese Journal of Aeronautics*, 28(1), 305-313 Recuperado 10 de octubre de 2016 de <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1000936114002040>
- Zhu, W. H., & Lamarche, T. (2007). Velocity estimation by using position and acceleration sensors. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 54(5), 2706-2715 Recuperado 10 de octubre de 2016 de <http://ieeexplore.ieee.org/abstract/document/4292361/>

ANEXOS

Anexo 1: Código de la simulación del controlador PID

```
% PID
% El siguiente programa es un ejemplo del funcionamiento de un controlador PID aplicado en
MATLAB
clear all % Limpia todas las variables de la memoria
clc % Borra las líneas de comandos usadas

% Función de transferencia

num = [ 1 ] % Numerador se coloca el número 1, aquí van a estar los valores de kp, ki, kd.
demon = [ 1 6 3 ] % Denominador básicamente se tiene un trinomio
% Si se aumenta una variable la figura se deforma totalmente por el
% problema de histéresis

Gp = tf( num,demon ) % tf = función de transferencia entre numerador y denominador
H = [ 1 ] % Variable para obtener una retroalimentación de la función de transferencia, SE
PUEDE MODIFICAR!

% Loop abierto para que funcione el controlador PID

M = feedback( Gp,H ) % Función de transferencia entre Gp y H, básicamente una suma
%step(M) % Permite graficar la operación resultante de M
%hold on % Mantiene la gráfica original en caso de tener otras graficas

% Al poner %% Permite crear otro bloque de código

% Controlador PID

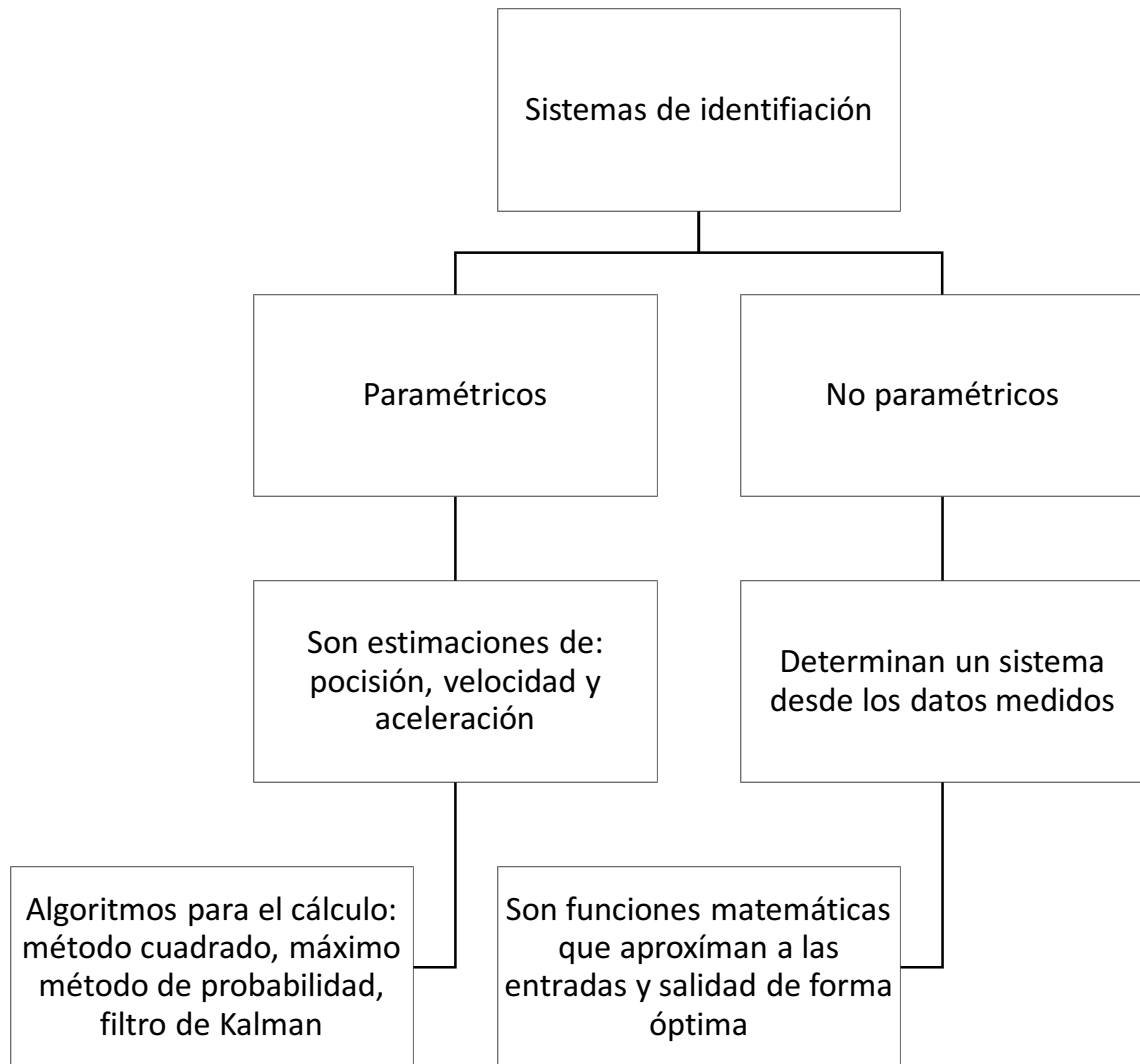
Kp = 10 % Variable proporcional
Ki = 0 % Variable integral
Kd = 0 % Variable derivativa

Gc = pid( Kp, Ki, Kd ) % Gc es la variable a la que se le otorga la función propia de MATLAB pid
entre kp, ki y kd

% Nueva función de transferencia con un loop cerrado

Mc = feedback( Gp*Gc, H ) % Funcion de transferencia entre Gp*Gc sobre H.
step(Mc) % Crea el grafico de la funcion de transferencia de controlador
title ('Respuesta en pasos');
xlabel ('tiempo(seg)');
ylabel ('Amplitud');
grid on % Activa la grilla para observar a más detalle las diferencias entre los gráficos.
```

Anexo 2: Sistemas de identificación



Anexo 3: Datasheet servo motor SG 5010 y MG 995

DC Servo Motors



Item Code: 77011635

TowerPro SG-90

- Stall Torque: 1.6kg/cm @ 6.0V
 - Speed: 0.12 seconds/60deg. @ 4.8V
 - Dimensions: 21x12x22 mm
 - Temperature Range: 0c - 55c
 - Operating Voltage: 3.0V - 6.0V
 - Weight: 9 grams
- Teflon Bushing
coreless motor



Item Code: 77011633

TowerPro 9805BB

- Stall Torque: 20kg/cm @ 6.0V
 - Speed: 0.2 seconds/60deg. @ 4.8V
 - Dimensions: 66x30.2x64.4mm
 - Temperature Range: 0c - 55c
 - Operating Voltage: 4.8V - 7.2V
 - Weight: 160 grams
- Double Bearing, Coreless Motor



Item Code: 77011634

TowerPro SG-5010

- Stall Torque: 5.2kg/cm @ 4.8V
or 6.4kg/cm @ 6.0V
 - Speed: 0.2 seconds/60deg. @ 4.8V
or 0.16 seconds/60deg. @ 6.0V
 - Dimensions: 41mm x 20mm x 38mm
 - Temperature Range: 0c -55c
 - Operating Voltage: 4.8V - 6.0V
 - Weight: 41grams
- Ball Bearing



Item Code: 77010974

TowerPro MG-995 Digital Servo

- Stall Torque: 9.0kg/cm @ 4.8V
or 11kg/cm @ 6.0V
 - Speed: 0.17 seconds/60deg. @ 4.8V
or 0.13 seconds/60deg. @ 6.0V
 - Dimensions: 40.6 x 19.8 x 37.8mm
 - Temperature Range: 0c - 55c
 - Operating Voltage: 3.5V - 7.2V
 - Weight: 56grams
- Metal Gear, Ball Bearing

Anexo 4: Código de implementación de la mesa vibratoria

```
#include <Servo.h> // Incluir la librería de un servo
Servo servo1; // Se crea el elemento servo para el control del motor
int pos1 = 0; // Es una variable para la posición

void setup()
{
  servo1.attach(13); // Se define al pin 13 del arduino uno como la salida de la
  senal de control del servo
  servo1.write(90); // Se define el punto inicial para que el motor empiece en 90
  grados
}

void loop()
{
  for(pos1 = 0; pos1 < 90; pos1 += 1) // Ciclo de repetición para que el servo vaya
  de 0 a 90 grados
  {
    servo1.write(pos1); //
    delay(4); // Tiempo que tarda el servo en ir de 0 a 90 grados
  }
  for(pos1 = 90; pos1 >= 1; pos1 -= 1) // Ciclo de repetición para que el servo vaya
  de 90 a 0 grados
  {
    servo1.write(pos1); //
    delay(4); //
  }
}
```

Anexo 5: Código del análisis estructural con Matlab

```
% Análisis de estructuras con MATLAB
% ARMADURA PLANA
% Armadura plana con carga en los nudos
% El sistema de unidades esta en toneladas-metro

% PROPIEDADES:
% Los elementos tipo tensor para armadura son de acero
% Diam: diámetro de la sección transversal
% A: área de la sección transversal
% L: longitud de los elementos
% E: módulo del material

clear % Para limpiar el workspace cada vez que se ejecute el programa
clc % Para limpiar el command window cada vez que se ejecute el programa

Diam = 0.15;
A = pi*Diam^2/4;
E = 2e7;

% Se establece una lectura de izquierda a derecha y de abajo hacia arriba
% para determinar longitudes, ángulos, y coordenadas para la gráfica

% Longitud de los elementos:
L1 = 3;
L2 = 3;
L3 = 3;
L4 = 3;
L5 = 4;
L6 = 4;
L7 = 4;
L8 = sqrt(4^2 + 3^2);
L9 = sqrt(4^2 + 3^2);
L10 = sqrt(4^2 + 3^2);
L11 = sqrt(4^2 + 3^2);

% Ángulos de inclinación de los elementos:
alfa1 = 90;
alfa2 = 90;
alfa3 = 90;
alfa4 = 90;
alfa5 = 0;
alfa6 = 0;
alfa7 = 0;
alfa8 = atand(3/4);
alfa9 = atand(3/4);
alfa10 = -atand(3/4);
alfa11 = -atand(3/4);

% MATRIZ DE RIGIDEZ
% Matriz de rigidez en coordenadas locales

k1 = karm(A,E,L1);
k2 = karm(A,E,L2);
```

```
k3 = karm(A,E,L3);
k4 = karm(A,E,L4);
k5 = karm(A,E,L5);
k6 = karm(A,E,L6);
k7 = karm(A,E,L7);
k8 = karm(A,E,L8);
k9 = karm(A,E,L9);
k10 = karm(A,E,L10);
k11 = karm(A,E,L11);
```

```
% Matriz de Transformación [ T ]:
% Para pasar del sistema de coordenadas locales al sistema de coordenadas
% generales
```

```
T1 = Tarm(alfa1,0,0);
T2 = Tarm(alfa2,0,0);
T3 = Tarm(alfa3,0,0);
T4 = Tarm(alfa4,0,0);
T5 = Tarm(alfa5,0,0);
T6 = Tarm(alfa6,0,0);
T7 = Tarm(alfa7,0,0);
T8 = Tarm(alfa8,0,0);
T9 = Tarm(alfa9,0,0);
T10 = Tarm(alfa10,0,0);
T11 = Tarm(alfa11,0,0);
```

```
% Matriz de rigidez en coordenadas generales
% Ley de contra gradiente  $K = T.k.T^t$ 
```

```
K1 = T1*k1*T1';
K2 = T2*k2*T2';
K3 = T3*k3*T3';
K4 = T4*k4*T4';
K5 = T5*k5*T5';
K6 = T6*k6*T6';
K7 = T7*k7*T7';
K8 = T8*k8*T8';
K9 = T9*k9*T9';
K10 = T10*k10*T10';
K11 = T11*k11*T11';
```

```
% Vectores de ensamble de los elementos:
```

```
lee1 = [ 1 2 3 4 ];
lee2 = [ 3 4 5 6 ];
lee3 = [ 9 10 7 8 ];
lee4 = [ 11 12 9 10 ];
lee5 = [ 5 6 7 8 ];
lee6 = [ 3 4 9 10 ];
lee7 = [ 1 2 11 12 ];
lee8 = [ 1 2 9 10 ];
lee9 = [ 3 4 7 8 ];
lee10 = [ 9 10 5 6 ];
lee11 = [ 11 12 3 4 ];
```

```
% MARIZ DE RIGIDEZ DE LA ESTRUCTURA
```

```
% Matriz de ceros: depende del número de grados de libertad de todos los
% nudos, incluyendo las restricciones (DOF-n)
```

```
[ S ] = zeros(12); % Se debe a que la estructura tiene dos grados de
                % libertad en cada nudo, en total son 6 nudos
```

```
% Ensamble de la matriz de rigidez de la estructura
```

```
[ S ] = Ens(lee1,K1,S,12);
[ S ] = Ens(lee2,K2,S,12);
[ S ] = Ens(lee3,K3,S,12);
[ S ] = Ens(lee4,K4,S,12);
[ S ] = Ens(lee5,K5,S,12);
[ S ] = Ens(lee6,K6,S,12);
[ S ] = Ens(lee7,K7,S,12);
[ S ] = Ens(lee8,K8,S,12);
[ S ] = Ens(lee9,K9,S,12);
[ S ] = Ens(lee10,K10,S,12);
[ S ] = Ens(lee11,K11,S,12);
```

```
S
```

```
% VECTOR DE CARGAS
```

```
% Cargas en los nudos (asociados a los grados de libertad)
```

```
P = zeros(12,1);
```

```
P(3) = 20; % Carga de 20 toneladas-metro en el nudo 3
```

```
P(5) = 10; % Carga de 10 t-m en el nudo 5
```

```
P(9) = -30; % Carga de 30 t-m en el nudo 9 lo que implica un compresión con
            % respecto a las otras cargas
```

```
% DESPLAZAMIENTOS:
```

```
% Grados de libertad no restringidos
```

```
gll = [ 3 4 5 6 7 8 9 10 ];
```

```
% Grados de libertad restringidos
```

```
glr = [ 1 2 11 12 ]; % Son los grados que estan fijos en el suelo
```

```
% Delta:
```

```
[ Delta ] = Delt(gll,glr,S,P);
```

```
Delta
```

```
% REACCIONES
```

```
[ R ] = Reac(gll,glr,S,P);
```

```
R % Reacciones que se producen en cada nudo al aplicar una carga
```

```
% ACCIONES EN LOS ELEMENTOS
```

```
% Desplazamientos de cada elemento en coordenadas generales
```

```
D1 = Delta(lee1);
```

```
D2 = Delta(lee2);
```

```
D3 = Delta(lee3);
```

```
D4 = Delta(lee4);
```

```
D5 = Delta(lee5);
```

```
D6 = Delta(lee6);
```

```
D7 = Delta(lee7);
```

```
D8 = Delta(lee8);
```

```
D9 = Delta(lee9);
```

```
D10 = Delta(lee10);
```

```
D11 = Delta(lee11);
```

% Desplazamiento de los elementos en coordenadas locales

```
d1 = T1' * D1;  
d2 = T2' * D2;  
d3 = T3' * D3;  
d4 = T4' * D4;  
d5 = T5' * D5;  
d6 = T6' * D6;  
d7 = T7' * D7;  
d8 = T8' * D8;  
d9 = T9' * D9;  
d10 = T10' * D10;  
d11 = T11' * D11;
```

% Acciones de los elementos en coordenadas locales:

```
a1 = k1 * d1;  
a2 = k2 * d2;  
a3 = k3 * d3;  
a4 = k4 * d4;  
a5 = k5 * d5;  
a6 = k6 * d6;  
a7 = k7 * d7;  
a8 = k8 * d8;  
a9 = k9 * d9;  
a10 = k10 * d10;  
a11 = k11 * d11;
```

```
a = [ a1 a2 a3 a4 a5 a6 a7 a8 a9 a10 a11 ]
```

% Acciones de los elementos en coordenadas generales

```
A1 = T1 * a1;  
A2 = T2 * a2;  
A3 = T3 * a3;  
A4 = T4 * a4;  
A5 = T5 * a5;  
A6 = T6 * a6;  
A7 = T7 * a7;  
A8 = T8 * a8;  
A9 = T9 * a9;  
A10 = T10 * a10;  
A11 = T11 * a11;
```

```
A = [ A1 A2 A3 A4 A5 A6 A7 A8 A9 A10 A11 ]
```

% Diagrama de cargas axiales:

```
[ N ] = Diag(a)
```

% GRÁFICA DE LA DEFORMADA

% Coordenadas de los nudos:

```
XY = [ 0 , 0 ;  
       0 , 3 ;  
       0 , 6 ;  
       4 , 6 ;  
       4 , 3 ;  
       4 , 0];
```

```
% Ensamble de las barras en función de los nudos
```

```
IJ = [ 1 , 2 ;  
      2 , 3 ;  
      5 , 4 ;  
      6 , 5 ;  
      3 , 4 ;  
      2 , 5 ;  
      1 , 6 ;  
      1 , 5 ;  
      2 , 4 ;  
      5 , 3 ;  
      6 , 2 ];
```

```
% Gráfica:
```

```
Garm(300,XY,IJ,Delta);
```

```
% La gráfica presenta un sistema en dos dimensiones para hacerlo con otros  
% movimientos se debe crear una nueva función Garm para graficar
```

Anexo 6: Función de la matriz de rigidez de la armadura

```
function [ k ] = karm( A,E,L )
%Genera la matriz de rigidez del elemento armadura plana
% [ k ] = karm( A,E,L )
%   A: área de la sección transversal
%   L: longitud de los elementos
%   E: modulo del material

k = A * E / L * [ 1 0 -1 0 ;
                 0 0 0 0 ;
                 -1 0 1 0 ;
                 0 0 0 0 ];

end
```

Anexo 7: Función para la matriz de transformación

```
function [ T ] = Tarm( alfa,beta1,beta2 )
% Genera la matriz de transformación T de un elemento armadura plana
% [ T ] = Tarm( alfa,beta1,beta2 )
%   alfa: ángulo de inclinaciones del elemento barra respecto a la
%   posición positiva del eje x
%   beta1: ángulo de inclinaciones del apoyo en el nudo inicial
%   beta2: ángulo de inclinaciones del apoyo en el nudo final

c1 = cosd(alfa-beta1); s1 = sind(alfa-beta1);
c2 = cosd(alfa-beta2); s2 = sind(alfa-beta2);

T = [ c1 -s1  0  0 ;
      s1  c1  0  0 ;
      0  0  c2 -s2 ;
      0  0  s2  c2 ];

end
```


Anexo 8: Función para ensamblar la matriz de rigidez

```
function [ S ] = Ens( lee,K,S,ngl )
% Ensambla la matriz de rigidez de la estructura

% [ S ] = Ens( lee,K,S,dof )
%   lee: vector de ensamble del elemento
%   K: matriz de rigidez del elemento
%   S: matriz de rigidez de la estructura
%   dof: número de grados de libertad totales de la estructura
%       (incluido las restricciones)

ng = length(lee);
for i = 1:ng
    ii = lee(i);
    % Se lee la posición de los grados de libertad de la matriz de rigidez
    % del elemento y los ubica en la matriz de rigidez de toda la estructura
    if ii>0 % Condiciona que el grado de libertad sea real mayor que cero
        if ii<=ngl % Condiciona que los grados de libertad sean menores o
            % o iguales que el número de gdl del sistema
            for j = 1:ng
                jj = lee(j);
                if jj>0
                    if jj<=ngl
                        S(ii,jj) = S(ii,jj) + K(i,j);
                        % Ensambla la matriz de rigidez, ubica los grados de
                        % libertad del elemento en el lugar correspondiente
                        % dentro de la matriz de rigidez de la estructura.
                        % S existe un valor un valor antes en esa posición.
                        % le que se hace es sumar el nuevo valor existente.
                    end
                end
            end
        end
    end
end
end
end
end
end
end
end
```

Anexo 9: Función para las reacciones generales de la estructura

```
function [ R ] = Reac( gll,glr,S,P )
% Genera el vector de reacciones generales de la estructura

% [ Delta ] = Delt( gll,glr,S,P )
%     gll: grados de libertad no restringidos
%     glr: grados de libertad restringidos
%     S: matriz de rigidez de la estructura
%     P: vector de cargas asociadas a los nudos

% R = SRL * DeltaL + SRR * DeltaR

% DeltaR = 0, se supone que no hay desplazamientos previos en los apoyos

% R = SRL * DeltaL

a = glr;
b = gll;
SLL = S(b,b);
SLR = S(b,a);
SRL = S(a,b);
SRR = S(a,a);

DeltaL = inv(SLL) * P(b);

R = SRL * DeltaL;

end
```

Anexo 10: Función para el vector de desplazamientos

```
function [ Delta ] = Delt( gll,glr,S,P )
% Genera el vector de desplazamientos generales de la estructura

% [ Delta ] = Delt( gll,glr,S,P )
%   gll: grados de libertad no restringidos
%   glr: grados de libertad restringidos
%   S: matriz de rigidez de la estructura
%   P: vector de cargas asociadas a los nudos

% P = SLL * DeltaL + SLR * DeltaR
% DeltaL = SLL^-1 * ( P - SLR * DeltaR )
% DeltaR = 0, se supone que no hay desplazamientos previos en los apoyos
% DeltaL = SLL^-1 * P

a = glr;
b = gll;
SLL = S(b,b);
SLR = S(b,a);
SRL = S(a,b);
SRR = S(a,a);

DeltaL = inv(SLL) * P(b);

n = length(S);
Delta = zeros(n,1);

Delta(b) = DeltaL;

end
```

Anexo 11: Función para generar las acciones internas de la estructura

```
function [ N ] = Diag( a )
% Genera las acciones internas del elemento en coordenadas locales
% Para graficar los diagramas de carga axial de una armadura plana

% [ N ] = Diag( a )
% a = matriz de acciones internas de los elementos en coordenadas locales

% Carga axial:
Ni = a(1,:);
Nj = a(3,:);
N = [ -Ni; Nj ];

end
```

Anexo 12: Función para graficar la estructura

```
function Garm( f,XY,IJ,Delta )
% Graficar la posición deformada sobrepuesta a la posición original
% Garm( f,XY,IJ,Delta )
% f: factor de amplificación de la deformada (factor de escala)
% XY: matriz de coordenadas de los nudos
% IJ: matriz de ensamble de las barras en función de los nudos
% Delta: matriz de deformación de la estructura en coordenadas generales

n = length(XY);
ne = length(IJ);

% Deformada:
XYdef = zeros(size(XY));
c = 0;
for i = 1:n
    c = c + 1;
    XYdef(i,1) = XY(i,1) + f * Delta(c);
    c = c + 1;
    XYdef(i,2) = XY(i,2) + f * Delta(c);
end

% Grafica:
figure
for e = 1:ne
    G = [ XY(IJ(e,1),1) XY(IJ(e,1),2) ; % matriz de datos para graficar
          XY(IJ(e,2),1) XY(IJ(e,2),2) ]; % la armadura

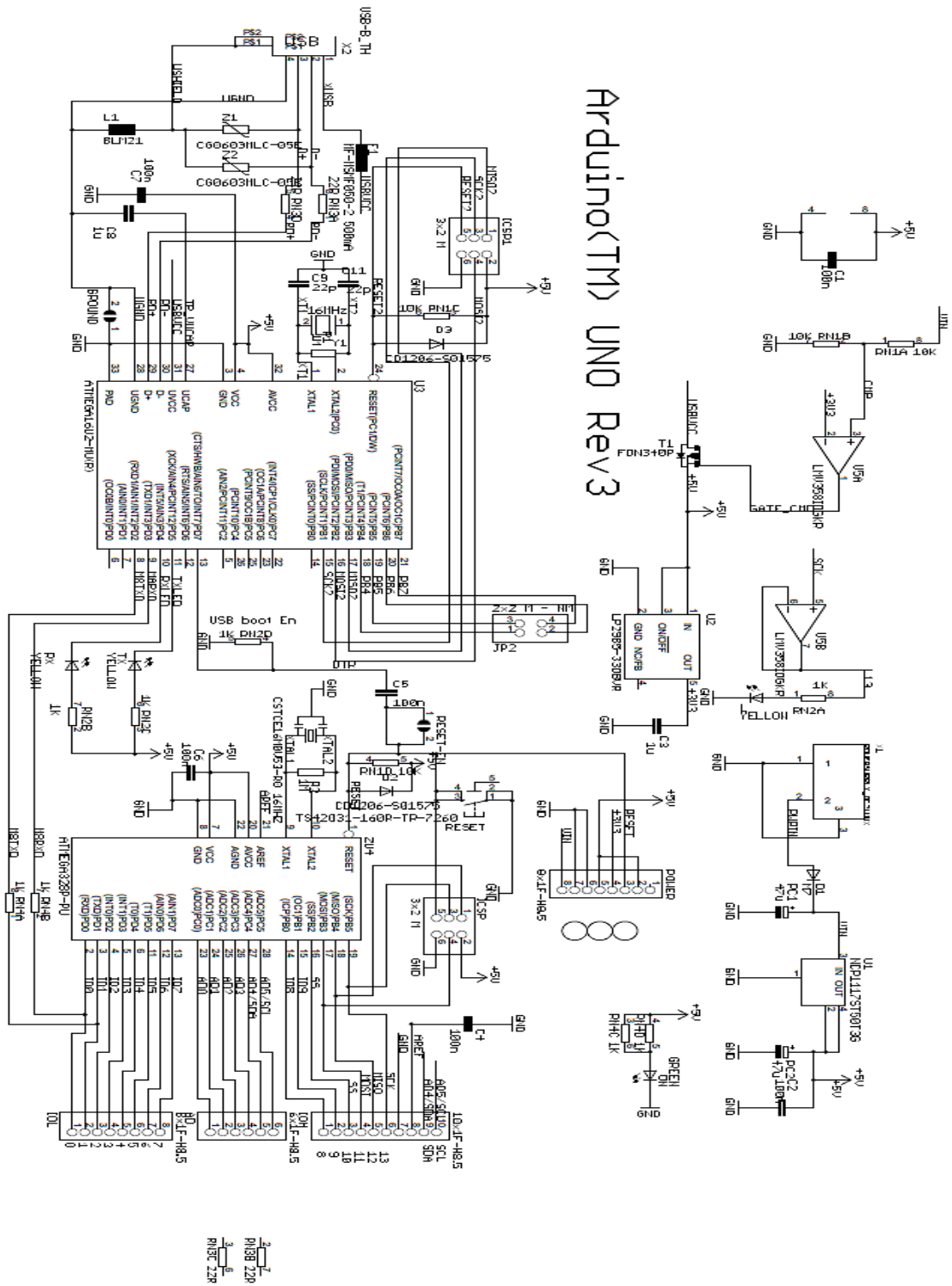
    Gdef = [ XYdef(IJ(e,1),1) XYdef(IJ(e,1),2) ; % matriz de datos para
             XYdef(IJ(e,2),1) XYdef(IJ(e,2),2) ]; % graficar la armadura

    plot(G(:,1),G(:,2),'-b', Gdef(:,1),Gdef(:,2),'-r')
    hold on
end

xlabel('x [ m ]')
ylabel('y [ m ]')
title('Gr-fica de la armadura')
axis equal % Para que la primera línea no salga cerca del eje Y

end
```

Anexo 13: Arquitectura de Arduino Uno R3



Anexo 14: Código para el acelerómetro

```
void setup() {  
  Serial.begin(9600); // La lectura del monitor sera por medio del protocolo 9600  
  pinMode(13,OUTPUT); // Tiene un indicador LED en el pin 13  
}  
  
void loop() {  
  Serial.print("eje Y: "); // Imprime las palabras eje Y:  
  Serial.println(analogRead(A1)); // Imprime en el monitor las coordenadas  
  captadas por el acelerómetro  
  delay(600); // Marca la posición cada 600ms  
}
```

