ESCUELA DE MÚSICA

INTERPRETACIÓN MUSICAL DE LAS CARACTERÍSTICAS DE LA NATURALEZA (FORMA, ESTRUCTURA), DE TRES ESPECIES NATIVAS DE FLORA DE LA CIUDAD DE QUITO: TAXO, TUNA Y MORA.

Trabajo de Titulación presentado en conformidad con los requisitos establecidos para optar por el título de Licenciado en Música

Profesora Guía
María Fernanda Naranjo

Autor
Pedro Adrián Morejón Ortega

Año
2016

DECLARACIÓN DEL PROFESOR GUÍA

—Declaro haber dirigido este trabajo a través de reuniones periódicas con el estudiante, orientando sus conocimientos y competencias para un eficiente desarrollo del tema escogido y dando cumplimiento a todas las disposiciones vigentes que regulan los trabajos de titulación.

María Fernanda Naranjo

M.M.

1711577997

DECLARACIÓN DE AUTORÍA DEL ESTUDIANTE

—Declaro que este trabajo es original, de mi autoría, que se han citado las fuentes correspondientes y que en su ejecución se respetaron las disposiciones legales que protegen los derechos de autor vigentes.

Pedro Adrián Morejón Ortega

1722107628

DEDICATORIA

A la familia, a los maestros y a los amigos.

RESUMEN

El presente trabajo busca la creación de un método de composición que vincule a la música y a la naturaleza mediante las matemáticas. Este vínculo se logra mediante la correlación de los tres campos anteriormente mencionados. A partir de la investigación realizada se mostrará las formas en que cada expresión numérica pueda ser interpretada en términos físicos (mediante las características visuales de las plantas) y en términos musicales. Para este propósito las composiciones realizadas en el trabajo estarán basadas en tres especies de plantas nativas de la ciudad de Quito: el Taxo (*Passiflora tarminiana*), la Mora de Quito (*Rubus glaucus*) y la Tuna de San Antonio y Calderón (*Opuntia soederstromiana*). Todas las composiciones dentro de este método se centran en las figuras geométricas presentes en la naturaleza y la proporción del número de oro.

ABSTRACT

This paper seeks to create a method of composition that links both music and nature through mathematics. This link is achieved by correlating the three fields mentioned above. From the conducted research the ways in which each numerical expression can be interpreted in physical terms (through the visual characteristics of plants) and in musical terms is displayed. For this purpose the compositions performed at work will be based on three species of native plants in the city of Quito: the Taxo (Passiflora tarminiana), the Mora de Quito (Rubus glaucus) and the Tuna of San Antonio and Calderon (Opuntia soederstromiana). All compositions within this method are focused on the geometric shapes present in nature and proportion of the Golden Number.

INDICE

1. Introducción

El objetivo del presente trabajo es la realización de un concierto con música basada en la naturaleza. Para este propósito se plantea un método de composición que busca relacionar las características visuales de las plantas con diferentes parámetros musicales: forma, ritmo y armonía. Para poder relacionar estos dos campos se precisó encontrar un punto de encuentro entre sus características. Dentro de la investigación se utiliza a los números como un elemento omnipresente en todos los elementos a estudiarse, las características de la naturaleza y la teoría musical. Al ser estos elementos traducidos hacia números, pueden ser reinterpretados hacía otras expresiones: de la naturaleza a elementos teórico musicales. A partir del método planteado se realizaron tres composiciones las cuales serán presentadas dentro del concierto. Para la composición de los temas se tomaron tres especies de plantas del Distrito Metropolitano de Quito: El Taxo (*Passiflora tarminiana*), La Mora de Quito (*Rubus glaucus*) y La Tuna de San Antonio y Calderón (*Opuntia soederstromiana*). (USFQ, 2012).

1.1. Antecedentes

Los principios pitagóricos determinan que los números son la esencia de todas las cosas, el universo y todas sus manifestaciones son expresiones numéricas, por lo tanto su estudio, es decir mediante el estudio de las matemáticas se puede llegar a la verdad absoluta. Esta postura muestra a los números como base de todo lo que existe, por lo tanto todos los elementos dentro del universo pueden ser traducidos a números. Dentro de la presente investigación se pretende utilizar a los números como un elemento omnipresente en todos los temas a estudiarse. A partir de las diferentes figuras geométricas en hojas, flores y frutos presentes en las plantas se crean valores numéricos que a su vez son reinterpretados hacia elementos teórico-musicales.

El Realismo es una corriente estética de las artes que se da en toda Europa en la segunda mitad del siglo XIX. Esta corriente se caracteriza por intentar interpretar e imitar la realidad de forma objetiva y despersonalizada por medio de la observación y la documentación. Así mismo plantea un concepto de arte en el cual la realidad es el ideal a seguirse, busca representar un fenómeno u objeto tal cual es.

Dentro de la investigación se llevará a cabo un trabajo que pretende transformar a diferentes elementos de la naturaleza a un lenguaje musical, de tal forma que estos sean representados de la manera más real posible, mantener la esencia misma de la naturaleza mediante la expresión musical (Anónimo, s.f.).

El Municipio del Distrito Metropolitano de Quito realizó una convocatoria de expertos para determinar las especies de flora y fauna más representativas de la ciudad de Quito.

A partir de esta convocatoria el Municipio seleccionó 7 especies de flora como las especies emblemáticas y patrimoniales de la ciudad:

- La Tuna de San Antonio y Calderón (*Opuntia soederstromiana*)
- El Arrayán de Quito (*Myrcianthes halli*)
- El Guabo de Tumbaco y Los Chillos (*Inga insignis*)
- El Chocho de Rumipamba (*Lupinus pubescens*)
- La Salvia de Quito o Ñukchu (*Salvia quitensis*)
- La Mora de Quito (*Rubus glaucus*)

Dentro de la investigación se toma como modelos a tres especies de flora del Distrito Metropolitano de Quito: La Tuna, el Taxo y la Mora, en donde dos de estas especies forman parte de las especies seleccionadas como las más representativas y emblemáticas de la ciudad.

1.2. Justificación

Esta investigación genera un método que permita interpretar las características de la naturaleza y aplicarlas hacia la composición e interpretación musical. La importancia de ésta radica en la búsqueda y la recuperación del origen y la esencia de todo arte: la naturaleza. Así la presente investigación servirá como una guía clara y organizada para compositores e intérpretes enfocados en vincular la expresión musical con la naturaleza. La idea principal de la investigación es la de desarrollar el concepto de creación y ejecución basado en el uso de elementos del entorno. Se pretende retomar una dirección en la expresión artística, renovarla de sentido. Al utilizar especies de flora del Distrito Metropolitano de Quito la investigación pretende realizar un aporte a la identidad de la ciudad así como un desarrollo de las expresiones basadas en elementos propios de la misma.

1.3. Objetivos

1.3.1. Objetivo general

Plantear un método de composición e interpretación musical a partir de las características visuales de la naturaleza y su aplicación dentro de una presentación en vivo, utilizando como modelo tres especies de flora del Distrito Metropolitano de Quito: el Taxo, la Tuna y el Mora.

1.3.2. Objetivos específicos

Presentar los resultados de la investigación mediante un concierto final, el cual estará complementado con elementos visuales (fotografía) que muestren de una manera gráfica el desarrollo de la interpretación musical. Para la misma de realizarán composiciones dentro del género jazz/jazz fusión, en el que habrá espacio para la improvisación y estará conformado por los siguientes instrumentos:

- batería

- percusión menor

- guitarra eléctrica

- vientos: saxofón (alto y tenor)

- teclados (piano y sintetizadores)

2. Capítulo I Música y naturaleza

Aparentemente la música es una expresión universal. Ésta ha sido encontrada en todas las culturas humanas alrededor del mundo. La música está ligada a una amplia gama de eventos sociales, desde matrimonios y funerales, hasta ceremonias religiosas. Su poder en los seres humanos radica en la capacidad de generar diferentes sentimientos y emociones, desde alegría hasta tristeza. Esta presencia constante de la música en las culturas humanas, que se han desarrollado independientes unas de otras, demuestra la existencia de algún tipo de mecanismo innato que motiva la producción y apreciación de la música (Mcdermott, Hauser, 2005, p. 29-30).

2.1. Origen

A pesar de las evidencias que existen de que la música es inherente a las culturas humanas, su origen sigue siendo un misterio. Para dar respuesta a esta interrogante existen algunas teorías que plantean su posible origen. Existen cuatro teorías principales (Chornik, 2010, p. 43-44).

Herbert Spencer propone que el habla emocional sentó las bases del desarrollo musical. Spencer plantea dicha teoría tras el análisis del habla emocional, el cual utiliza un rango mayor de notas y volumen que el habla común. En sus propias palabras “las danzas-cantos de tribus salvajes son muy monótonas; y en virtud de su monotonía están vinculadas más estrechamente al habla común que las canciones de las razas civilizadas. (…) vemos que la música vocal más antigua de la que tenemos registro difiere mucho menos del habla emocional que la música vocal de nuestros días” (Chornik, 2010, p. 43).
Charles Darwin propone otra teoría que niega la interpretación de Spencer, donde plantea que la música ancestral es anterior al lenguaje y que cumple una función en los procesos de cortejo.

En sus propias palabras “Las notas y ritmos musicales fueron adquiridos primero por los progenitores de la humanidad, machos o hembras, con el propósito de atraer al sexo opuesto.

De este modo los tonos musicales llegaron a tener una estrecha ligazón con algunas de las pasiones más poderosas que un animal pueda sentir, por eso se usan en forma instintiva o por asociación cuando el habla expresa emociones intensas”.
Así mismo Darwin otorga cualidades musicales a los sonidos producidos por animales, especialmente a los pájaros. Esta afirmación es sustentada por el estudio donde se muestra que algunos animales son capaces de utilizar una octava y los diferentes semitonos que la componen (Chornik, 2010, p. 44).

Richard Wallaschek, quien rechaza la idea de que el origen de la música esté relacionado con los procesos de cortejo, plantea que el impulso rítmico de la música satisface el apetito por el ejercicio del ser humano. Y esto a su vez crea una organización en los sonidos de maneras determinadas.
Así mismo propone que la evolución de la música necesita un progreso mental. De esta manera plantea que el lenguaje y la música tienen un origen simultáneo. En sus propias palabras “Creo que la música y el lenguaje no surgieron uno del otro, sino que ambos se organizaron desde una idéntica etapa primitiva en uno de sus elementos comunes. Por eso ocurre que al investigar el origen de la música, forzosamente nos ponemos en contacto con el lenguaje primitivo, y al inquirir acerca del origen del lenguaje nos ponemos en contacto con la música primitiva, o para ser más precisos, con los sonidos correspondientes. La expresión humana primitiva, que utiliza sonidos-metáforas y onomatopeyas para hacerse inteligible, puede asemejarse a tonos musicales primitivos. Sin embargo, pareciera que se produjo una separación temprana entre tonos distintos y sonidos indistintos, no como una transición de uno previo al otro, sino como una divergencia desde un estado primitivo que, en rigor, no es ninguno de los dos” (Chornik, 2010, p. 45).

Alejandro Carpentier plantea el origen de la música como una función social, donde su principal objetivo consiste en implicar a la gente en experiencias compartidas dentro de los límites de su experiencia cultural.

Es decir que la música tiene un papel de mediador entre la persona y su cultura. Mediante los diferentes rituales y costumbres se integran las experiencias personales con las experiencias sociales (Chornik, 2010, p. 45).

2.2. Definición de música

Tras el análisis de las diferentes teorías del origen de la música, es importante definir a la música en sí, para así poder conocer qué es y qué no es música, y encontrar los diferentes elementos que la caracterizan.

Definir un término como música presenta un gran problema debido a la diversidad de este fenómeno. Comúnmente se la define como la sucesión de sonidos y silencios en una manera coherente (Mcdermott, Hauser, 2005, p. 30).

A parte de esta definición, existen otros elementos que engloban el término de música, aunque existan excepciones a estas características:

La música puede ser definida como sonidos estructurados producidos directamente por seres humanos.

Estos sonidos son comúnmente empleados para transmitir emociones y producir disfrute, aunque no siempre.

Estos sonidos generalmente tienen estructuras complejas, aunque no siempre (Mcdermott, Hauser, 2005, p. 30-31).

2.3. Relación entre música y naturaleza

Al tener contacto con la naturaleza, es realmente fácil asociar los diferentes sonidos, en especial de los animales, con música. Se identifican elementos tales como el ritmo y la afinación, que son parte de la concepción de la misma. Tras su estudio, es claro que dichas manifestaciones dentro de la naturaleza tienen su origen en una funcionalidad específica, ya sea ésta como parte de un lenguaje, o una manera de código dentro de los procesos de reproducción. Por consiguiente dichas manifestaciones no pueden ser consideradas música como tal, sino formas de expresión que comparten ciertos elementos con la definición de música. Por lo tanto no se podría hablar de una relación directa entre música y naturaleza, sino más bien una relación entre la música y la naturaleza del ser humano (Mcdermott, Hauser, 2005, p. 29).

Una de las principales evidencias entre la relación de la naturaleza y el ser humano, son los vestigios arqueológicos encontrados alrededor del mundo. Dentro de estos vestigios se encuentran principalmente a los instrumentos musicales, los cuales han permitido el estudio del origen de la música. Los instrumentos más antiguos encontrados muestran la utilización de elementos de la naturaleza. Los huesos son la materia principal de estos, con los cuales se fabricaban flautas añadiendo orificios a distancias definidas. Conforme la civilización fue avanzando, nuevos materiales fueron utilizados. Desde madera y piedra, hasta la actualidad donde se puede encontrar una amplia gama de instrumentos de metal (Mcdermott, Hauser, 2005, p. 34).

Figura 1. Flauta construida a partir de un hueso.
Tomado de Mcdermott J, Hauser, M. 2005, p. 34.

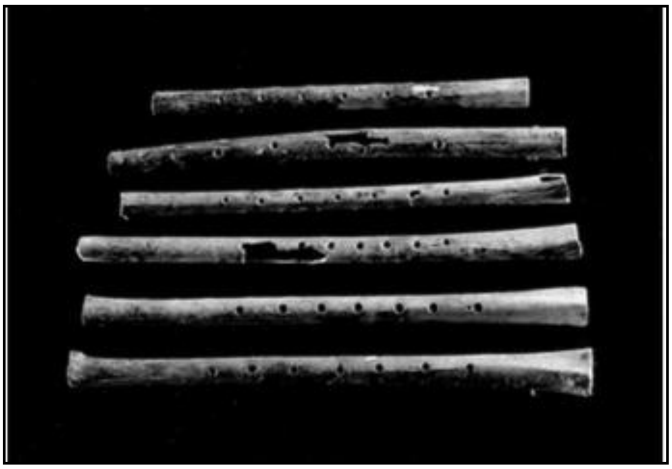


Figura 2. Varias flautas construidas a partir de huesos.
Tomado de Mcdermott J, Hauser, M. 2005, p. 34.

2.4. Escala pentatónica

Otro de los elementos que relacionan a la naturaleza con las culturas humanas es la utilización de ciertas estructuras de sonidos, es decir las escalas. Dentro de las diferentes escalas existe una que parece estar presente en todas las culturas antiguas: la escala pentatónica. La escala pentatónica consiste en una escala de cinco notas (en este caso la escala no está determinada por intervalos determinados sino hace referencia al número de notas que la conforma). Szabolcsi plantea al sistema pentatónico como la base universal de la evolución musical (Szabolcs, 1943, p. 24-25). Este sistema puede dividirse en dos grandes grupos:

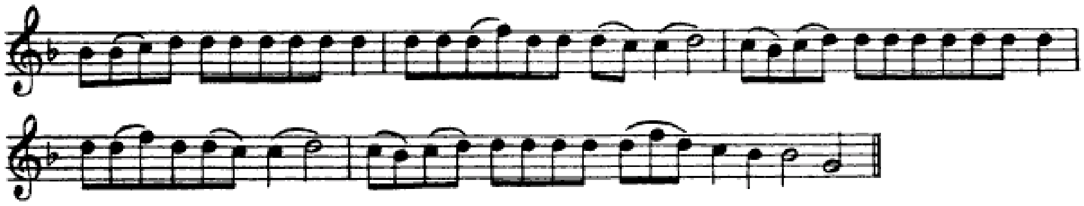
Anhemitónica, que quiere decir sin semitonos (Szabolcs, 1943, p. 25).

Hemitónica, que quiere decir que posee semitonos (Szabolcs, 1943, p. 25).

El primer grupo es característico de cualquier tipo de estilo melódico-pentatónico. Mientras que el segundo es típico en estados tardíos de algunas civilizaciones (Szabolcs, 1943, p. 25).

A continuación se mostrarán pequeños fragmentos de los estilos prevalecientes del sistema pentatónico:

1. Melodía gregoriana



2. Melodía indo-china

3. Melodía china

4. Melodía turca

5. Melodía Cheremiz

6. Melodía negra

7. Melodía Yuma

8. Melodía Peruana

9. Melodía negra espiritual

10. Melodía escocesa

11. Melodía alemana

En los anteriores once ejemplos, se puede observar la utilización de cinco notas en sus melodías. Estas melodías a su vez muestran una característica en común que las abarca, que es el sistema pentatónico. Debido a la diversidad de los ejemplos, se puede comprobar que el sistema pentatónico está presente en toda la música de las culturas antiguas, siendo de esta manera una forma natural en la que los seres humanos desarrollan la música.

2.5. La naturaleza como inspiración en la composición musical

La naturaleza ha sido extensamente utilizada como inspiración en las diferentes expresiones artísticas. Dentro de la música occidental existen algunas corrientes que han utilizado métodos de composición que utilizan a la naturaleza como su musa.

Uno de los principales representantes de compositores basados en la naturaleza es el francés Oliver Messiaen. Nacido en 1908, Messiaen empezó a utilizar cantos de pájaros como elementos dentro de su estilo, y posteriormente a usarlos como material central en algunas de sus obras. Un ejemplo de una de sus primeras obras donde existe la presencia de los cantos de las aves es L'abîme d'oiseaux (Kraft. 2000, p. 17-19).

2.5.1 Trascripción del canto de las aves

A parte de ser músico Messiaen se consideraba así mismo como un ornitólogo por su pasión hacía las aves. Realizaba salidas de campo para transcribir los diferentes cantos de los pájaros de una zona en específico. Posteriormente su esposa utilizaría una grabadora, para así terminar dicho trabajo dentro de casa. Messiaen explica que sus transcripciones del canto de las aves son lo más fieles posibles, aunque siempre es necesario un elemento de preferencia musical personal para lograr el producto final. Por propósitos estéticos dentro de la transcripción del canto de las aves, Messiaen modificaba dos elementos, el tiempo, el cual muchas veces era reducido para poder ser presidido en su totalidad, y la transposición del canto de las aves a un rango de notas más “cómodo” para el oído humano, ya que algunos de los cantos llegan a superar el registro del piano. Así mismo utiliza elemento del ambiente en el cual se desarrollan los cantos de los pájaros (Kraft. 2000, p. 60-65).

A continuación se muestra la transcripción de algunos de los pájaros utilizados en las obras de Oliver Meesiaen:

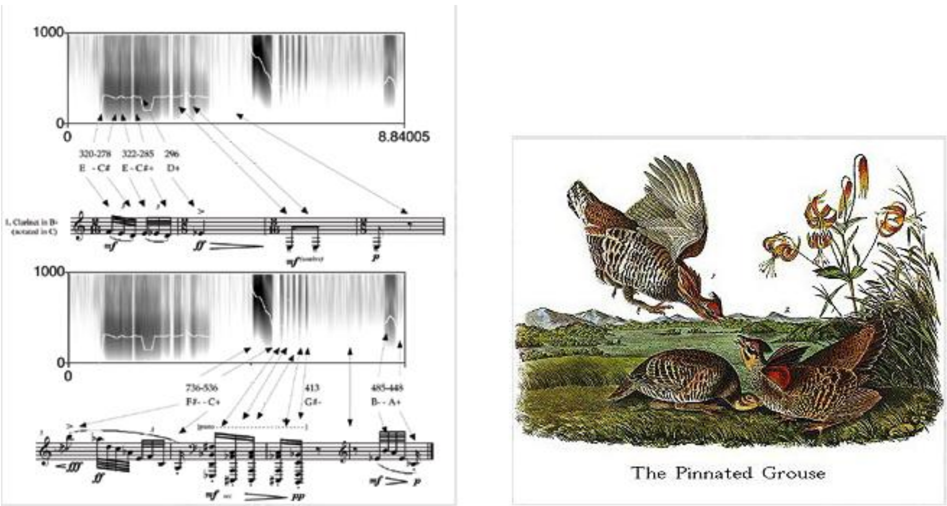


Figura 3. Trascripción del canto del Gallo Pinado de Oliver Messiaen. Tomado de Audubon, J. 2001.

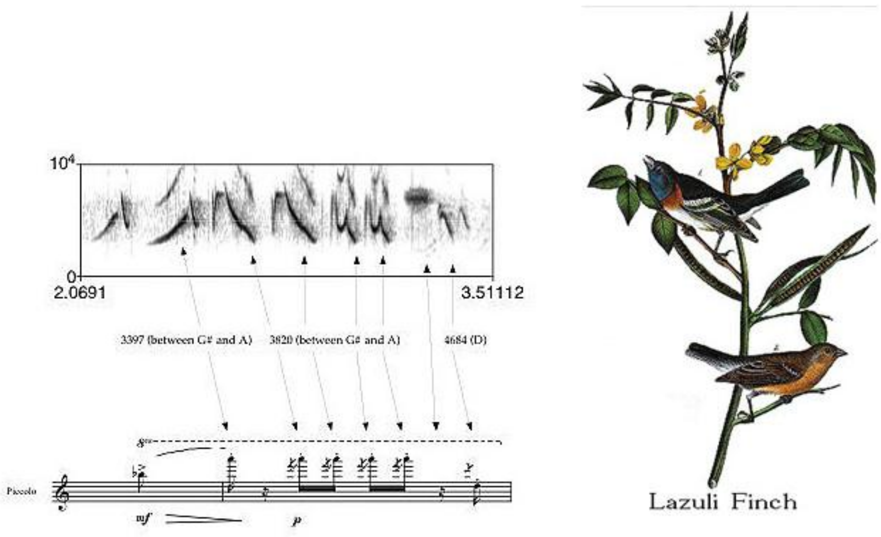


Figura 4. Trascripción del cando del Pinzón Lazuli de Oliver Messiaen. Tomado de Audubon, J. 2001.

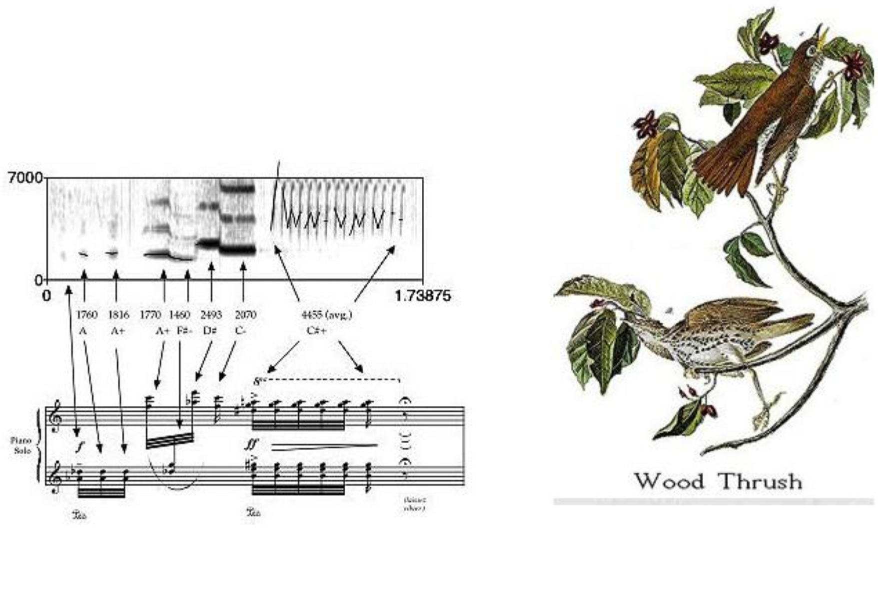


Figura 5. Trascripción del canto del Tordo Maderero de Oliver Messiaen. Tomado de Audubon, J. 2001.

3. Capítulo II Música y matemáticas

La idea de que la música y las matemáticas estén fuertemente relacionadas ha sido aceptada desde civilizaciones muy antiguas. De hecho, la música es una de las primeras disciplinas en la que se aplicó la matemática (Wells. 2008). En la antigua Grecia la música era parte de los estudios medievales del Cuadriviun, es decir, una de las disciplinas o profesiones consideradas liberales (que era ejercida por hombres "libres"), en contraposición a las artes serviles (ejercidas por los siervos o esclavos). Éstas tenían un enfoque principal en el número y se describían según éste:

- La aritmética: el estudio de los números en reposo.
- La geometría: las magnitudes en reposo.
- La astronomía: las magnitudes en movimiento.
- La música: los números en movimiento (Peralta, 1998, p. 237-239).

Dentro de esta descripción se puede notar que desde la antigua Grecia, la música era considerada en sí números en movimiento, es decir no existe una línea que separe ambas materias. Citando a Aristóteles "La música es la ciencia de toda proporción y toda relación como tal", por lo tanto cuando se escuchan varios sonidos, no es la diferencia de frecuencia la que se percibe, sino la proporción existente entre los mismos, es decir, lo que se aprecia son las relaciones numéricas dentro de los sonidos (Peralta, 1998, p. 237).

Es preciso mencionar que hasta este periodo histórico, no existía ningún estudio formal-teórico acerca de las relaciones consonantes y disonantes de los sonidos. Es justamente aquí donde aparece la figura de Pitágoras y su Escuela, la que realiza este estudio y sienta las bases de prácticamente todos los sistemas de afinación que se desarrollarían hasta la actualidad (Peralta, 1998, p. 38-40).

3.1. Pitágoras y la Escuela pitagórica

Pitágoras de Samos quien vivió en siglo VI antes de Cristo, fue un matemático y filósofo griego. En la actualidad es considerado uno de los matemáticos más importantes de la historia gracias a sus contribuciones en la matemática helénica, la geometría y la aritmética.

Según Photius, Pitágoras fue el primero en llamar cosmos al Universo, pues está ornamentado con belleza infinita. Cosmos significa orden. Pero también significa adorno u ornamento. Para el pitagorismo entonces "… el mundo… está ornamentado con orden… (y)… esta es otra forma de decir que el universo está bellamente ordenado…". Según esta afirmación dentro de la filosofía pitagórica el número se asocia tanto a la belleza como a lo sagrado. Esta correlación entre el orden, el número y la belleza resultará determinante para la estética europeo-céntrica hasta nuestros tiempos (Tomasini. 2003, p. 54).

El concepto de orden abarca tanto el concepto de límite y su contrario, lo ilimitado.

La cosmovisión pitagórica está basada en la idea de ordenar o limitar lo indefinido o ilimitado. Y bajo esta lógica el número desempeña un papel central, ya que al poder limitar lo ilimitado, lo que no tiene forma, toma forma.

En la actualidad, el número ha adquirido un uso e importancia basada en su función y sus aplicaciones, pero para la Escuela pitagórica "El número es un principio universal, a partir del cual se generan y ordenan todas las cosas". Además, el número también es comprendido como principio divino, y dentro de este pensamiento no existía una distinción entre ciencia y religión, porque ambas eran un solo concepto (Tomasini. 2003, p. 54-56).

3.2. Monocordio y relaciones interválicas de la cuerda

A partir de esta idea del número como principio universal, Pitágoras y la Escuela pitagórica realizaron varios estudios en diferentes materias relacionándolas al número. Uno de estos estudios trataba de determinar la relación numérica de las consonancias y disonancias sonoras, para lo cual Pitágoras creó un instrumento llamado monocordio, el cual consistía en una sola cuerda (mono=uno, cordio= cuerda), y una regla graduada, con la cual se podía determinar las relaciones entre los sonidos y las medidas en relación a la cuerda, es decir su relación numérica (Arenzana Hernández y Arenzana Romeo, 1998, p. 17-31).

Al “pisar” la cuerda en diferentes puntos se generan diferentes frecuencias, cuanto más se acorta la cuerda la nota es más aguda. De manera metódica Pitágoras comparó una nota de referencia con relación a las distintas distancias de la cuerda. Estas relaciones se basaban en números pequeños: dividiendo la cuerda a la mitad, a la tercera parte, a los dos tercios, etcétera.
De esta manera Pitágoras determinó los tres intervalos consonantes, que serían la base de la escala pitagórica:
La octava, se genera en relación 2:1.
Tomando una cuerda y dividiéndola en tres partes iguales, si se “pisa” en la relación dos partes a una 2:1, la sección restante es exactamente la mitad de la longitud que el otro segmento de la cuerda. Pulsando el lado izquierdo de la división se escucha la nota de referencia, mientras que si se pulsa el lado derecho de la cuerda se escucha la octava en relación a la nota de referencia. Por lo tanto la relación entre octavas cercanas dentro de una misma cuerda es la mitad exacta o 1/2.

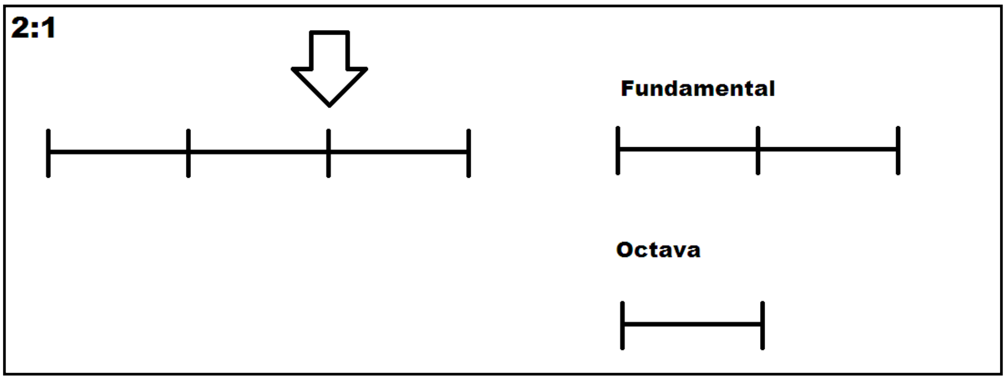


Figura 6. Relación de la cuerda 2:1.

Mediante dicha relación se genera el intervalo de octava.

La quinta se genera en relación 3:2.

Tomando una cuerda y dividiéndola en cinco partes iguales, si se “pisa” en la relación tres partes a dos 3:2, la sección restante es exactamente dos tercios de la longitud que el otro segmento de la cuerda. Pulsando el lado izquierdo de la división se escucha la nota de referencia, mientras que si se pulsa el lado derecho de la cuerda se escucha la quinta en relación a la nota de referencia. Por lo tanto la relación entre quinta dentro de una misma cuerda es dos tercios o 2/3.

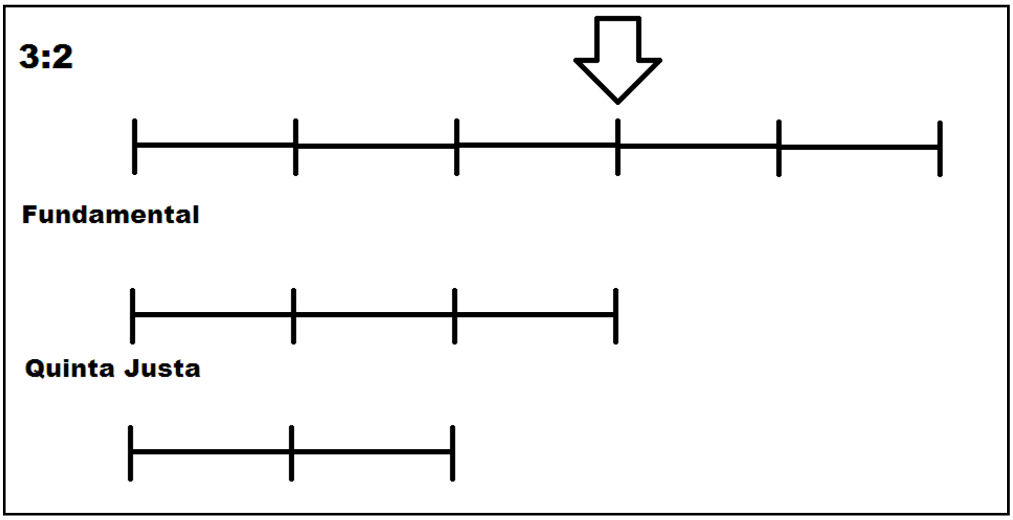


Figura 7. Relación de la cuerda 3:2.
Mediante dicha relación se genera el intervalo de quinta.

La cuarta se genera en relación 4:3

Tomando una cuerda y dividiéndola en siete partes iguales, si se “pisa” en la relación cuatro a tres 4:3, la sección restante es exactamente tres cuartos de la longitud que el otro segmento de la cuerda. Pulsando el lado izquierdo de la división se escucha la nota de referencia, mientras que si se pulsa el lado derecho de la cuerda se escucha la cuarta en relación a la nota de referencia. Por lo tanto la relación de cuarta dentro de una misma cuerda son tres cuartos o 3/4.

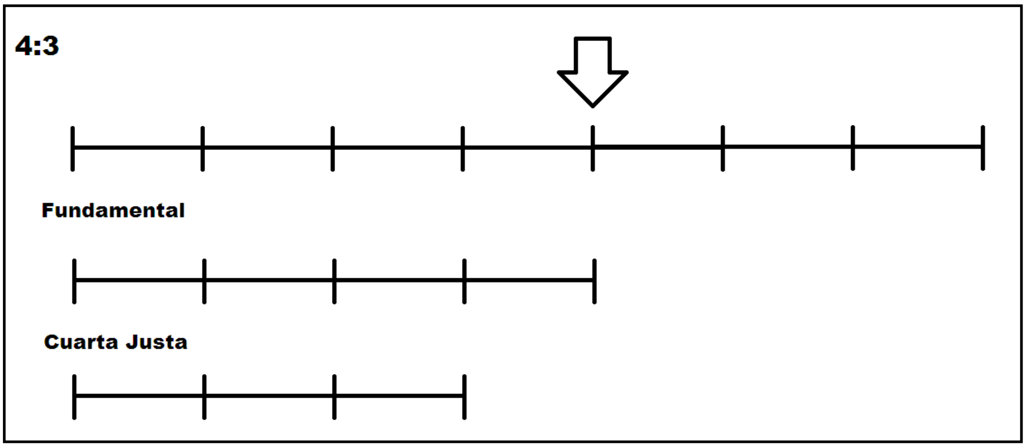


Figura 8. Relación de la cuerda 4:3.
Mediante dicha relación se genera el intervalo de cuarta.

De esta manera quedaron conformados los intervalos consonantes principales. A partir de estas relaciones, Pitágoras organizó la escala basándose en la relación de octava 2/1, y la de quinta 3/2. Así se obtuvieron las diferentes notas de la escala encadenando quintas:

Do es la nota de referencia, si se calcula su quinta se obtiene la nota sol. Al calcular la quinta de sol se obtiene la nota re, su quinta la, y continuando con esta lógica se obtienen las notas mi y si. Para calcular la nota restante fa, se calcula la quinta descendente de la nota de referencia, en este caso do. De esta manera quedó conformada la escala pitagórica. Si se continúa con el proceso de calcular los nuevos sonidos mediante el encadenamiento de quintas, se alcanza los doce sonidos de la escala cromática.

A partir de este estudio, se creó la base de nuestro sistema tonal moderno, y es el punto de referencia para el desarrollo de la teoría armónica musical (Arbonés y Milrud, 2011, p. 12-13).

3.3. Armónicos

Al ejecutarse una “nota” en una cuerda o a través de una columna de aire, lo que realmente percibe el receptor es la suma de diferentes sonidos producto de la vibración de la nota fundamental, es decir la “nota” que se ejecutó. Estos sonidos se van desprendiendo en un orden determinado por relaciones de números enteros en la cuerda o la columna de aire (Grabner, H. 2001, p. 53-54).

Los armónicos se generan en el siguiente orden:

1. Nota fundamental.
2. El primer armónico es la octava de la nota fundamental.
3. El segundo armónico es la quinta del primer armónico.
4. El tercer armónico es la segunda octava de la nota fundamental, y la cuarta del segundo armónico.
5. El cuarto armónico es la tercera del tercer armónico y la sexta del segundo.
6. El quinto armónico es la quinta del tercer armónico y la octava del segundo.

Figura 9. Orden de los armónicos a partir de la nota do.
Tomado de Grabner, H. 2001, p. 54.

Siguiendo este orden de sonidos se puede afirmar que cualquier ejecución de una nota musical contiene en sí relaciones numéricas. De hecho los sonidos consonantes o disonantes están directamente ligados a la manera en que los armónicos posean o no relaciones de números enteros con el sonido fundamental.

3.4. Desarrollo de la afinación moderna

Al empezar a utilizar la escala desarrollada por los pitagóricos, los teóricos se dieron cuenta que existía algunos errores dentro de dicha escala. Al encadenar quintas pasando por los doce tonos se debería regresar a la nota de referencia, pero en vez de esto la escala pitagórica regresa a una nota muy cercana pero que no es igual a la nota de referencia. A esta pequeña diferencia de la relación entre octavas es lo que se denominará la coma pitagórica.

Así mismo, si se toman todas las quintas basadas en la relación 3:2, no todas las relaciones entre quintas son iguales, de hecho una de estas quintas va a ser menor que el resto de intervalos de quinta, como consecuencia de que doce quintas no equivalen a siete octavas. A esta quinta “diferente” se la conoce como la “quinta del lobo”, es decir, es el intervalo que rompe con su proporción para poder cerrar el círculo de quintas en la nota de referencia (Arbonés y Milrud, 2011, p. 24-25).

Otro de los errores encontrados en la escala pitagórica es la incompatibilidad entre quintas y terceras mayores. En dicha escala la tercera de una nota se calcula tras el encadenamiento de cuatro intervalos de quinta, lo que se traduce numéricamente como 81:64, Sin embargo se descubrió que esta misma relación podía ser expresada en una relación más simple y precisa: 5/4, lo que es lo mismo que 80:64. Por lo tanto dentro de la escala pitagórica al encadenar quintas se asegura la consonancia de las mismas, pero se descuida el cálculo preciso del intervalo de tercera mayor (Arbonés y Milrud, 2011, p. 25-26).

3.5. La escala diatónica

La escala diatónica nace por la búsqueda de una afinación natural “pura”. A diferencia de la escala pitagórica que utiliza encadenamiento de quintas, la escala diatónica se construye mediante otras relaciones:

Tomando do como la nota de referencia, se calcula una quinta ascendente y una quinta descendente con lo que se obtienen las notas sol y fa. A continuación se calculan las terceras de las notas principales con lo que se obtiene mi (la tercera de do), la (la tercera de fa) y si (la tercera de sol). Para encontrar la nota re, simplemente se calcula la quinta de sol. Así quedan conformadas las relaciones entre las notas de la escala diatónica, y por lo tanto de esta manera, los intervalos de tercera son más precisos. En general, los intervalos de la escala diatónica son acústicamente más estables (Arbonés y Milrud, 2011, p. 26-27).

Pero como la escala pitagórica, la escala diatónica también presentaba una serie de errores. Se vuelve a presentar el problema de la “quinta del lobo”. Para resolver esto, se crearon diferentes temperamentos, es decir, se acomodaron las diferentes proporciones de la escala con el propósito de que ciertos intervalos suenen mejor que otros. Esta solución funciona muy bien mientras se mantenga el centro tonal para el cual se creó cierto temperamento, pero al cambiar de centro tonal, las relaciones entre los diferentes intervalos están desbalanceados, generando así una sensación de desafinación.

Para solucionar de una manera definitiva estos problemas, los teóricos se dieron cuenta de que era imposible construir un temperamento absoluto, en el cual todas las relaciones se mantengan independientemente del centro tonal, por lo tanto se determinó que la solución definitiva a este problema era generar una escala de una octava, con doce semitonos que sean exactamente iguales entre sí (Arbonés y Milrud, 2011, p. 28-29).

Vicenzo Galilei, padre de Galileo, propuso una escala de una octava dividida en doce semitonos iguales. En esta escala los semitonos guardan entre sí un *ratio* de 18/17. Par calcular el valor de cada semitono se plantea el siguiente problema:

Se llamará x a la relación entre dos semitonos consecutivos, de modo que doce intervalos de x resulten igual a una octava (Arbonés y Milrud, 2011, p. 28-29).
X debe satisfacer la igualdad:

$$X_{12} = 2 = \qquad \text{(Ecuación 1)}$$

$$x = 12\ \sqrt{2} \qquad \text{(Ecuación 2)}$$

El resultado es 1, 05946… con lo cual se obtiene una octava “perfecta”.
De esta manera la coma pitagórica se distribuye en toda la escala por igual, creando intervalos balanceados. Este temperamento es denominado “temperamento igual”, en donde todos los intervalos quedan igualmente desafinados.
De esta manera quedó conformada la afinación actual de la escala jónica diatónica.
Toda la música “tonal” nace a partir del estudio de las diferentes relaciones matemáticas entre los diferentes sonidos, por lo tanto el proceso evolutivo musical, ha estado siempre de la mano de un desarrollo matemático (Arbonés y Milrud, 2011, p. 29-30).

3.6. Desarrollo de la notación musical

3.6.1. Desarrollo de la escritura musical

A diferencia de otras artes, como lo es la pintura, o la escultura, la música es efímera, es decir que vive mientras está siendo ejecutada, por lo tanto, la transmisión de la cultura musical se dio principalmente a través de la memorización de ciertas melodías específicas. Pero existía el inconveniente de que las diferentes melodías, no eran exactas, sino más bien interpretaciones de una misma serie de sonidos. A manera de formalización de dicha transmisión musical a una forma más efectiva y precisa, nace la necesidad de la escritura musical, como una herramienta de estandarización de las diferentes expresiones musicales, especialmente utilizadas en rituales sagrado-religiosos (Grabner. 2001, p. 9-10).

El primer ejemplo histórico data del año 2000 a. C, en Nippur, actual Iraq, donde se encontró una tablilla que describe una escala, compuesta en armonía de terceras.

A partir de este hallazgo, el siguiente gran desarrollo de la escritura musical se ubica en Grecia.

La escritura desarrollada por los griegos, costaba de letras y símbolos, las cuales se ubicaban encima de un texto, indicando así la altura y la duración de una nota, pero no las armonías. Este responde a que la música escrita de esta época es monofónica, es decir que la melodía consta de una sola voz (Arbonés y Milrud, 2011, p. 38-39).

Tras la caída de Roma, la notación musical de origen griego prácticamente fue olvidada, y no fue hasta el siglo IX, cuando se empieza a desarrollar un nuevo sistema de notación musical.

Éste está descrito en una serie de cantos eclesiásticos del cristianismo primitivo, desarrolladas por el Papa Gregorio Magno, y es conocido como notación neumática, el cual deriva de la marcación silábica de la poesía latina (Arbonés y Milrud, 2011, p. 38-39) (Grabner. 2001, p. 11-12).

3.6.2. Notación neumática

Los neumas son una serie de signos derivados de los acentos de las palabras, los cuales eran colocados sobre los diferentes textos, y según su forma, estos designaban la nota aproximada a una parte del texto, indicando de esta manera su fraseo e intención al momento de ser cantados, pero a su vez no designaba ni ritmos ni alturas exactas a la melodía. Por lo cual, al igual que en la notación griega, era necesario conocer la melodía que debía ser interpretada, para así poder usar las diferentes indicaciones representadas por los neumas. Para solucionar el problema de la precisión en la ejecución de las notas, se crearon una serie de anotaciones complementarias, y por medio de un gráfico de cuatro líneas horizontales (origen del actual pentagrama), desarrollado por el monje Guido de Arezzo, se designaba las relaciones de los diferentes sonidos (Arbonés y Milrud, 2011, p. 38-39) (Grabner. 2001, p. 11-12).

3.6.3. Philippe de Vitry y el Ars Nova

Es importante mencionar que la notación musical y su teoría, hasta este momento histórico, se empleaban casi exclusivamente en círculos religiosos.
Por lo cual existía una distinción dentro de la música en dos grupos: la música religiosa y la música popular. Esta última, al no estar vinculada tan fuertemente a las reglas determinadas por la música religiosa, desarrolló grandes avances en la música polifónica, la cual necesitaba de un nuevo sistema para poder ser representada (Arbonés y Milrud, 2011, p. 38-39).

A finales del siglo XIII y principios del siglo XIV, el francés Phillippe de Vitry desarrolló una nueva forma de escritura musical, la cual fue descrita en su tratado teórico musical Ars Nova. En dicho tratado, se resuelve el problema de la polifonía, ya que al usar más de una voz, es necesario que haya una mayor precisión entre las diferentes melodías para mantener un orden y un sentido de la obra. Esto se logró mediante la profundización de la escritura rítmica.

La importancia del tratado Ars Nova, radica en la formalización de las figuras rítmicas-musicales así como las dos formas básicas de sentir el pulso: de manera binaria o de manera ternaria, y por último, el compás, es decir la forma de dividir el tiempo en partes iguales. En esta época dentro de la música religiosa, existía una preferencia por las subdivisiones ternarias ya que eran asociadas con la Santísima Trinidad (Arbonés y Milrud, 2011, p. 39-40).

Por medio de dicho tratado, tanto lo binario como lo ternario podía ser representado por las mismas figuras musicales.

Este sistema se basa en cuatro sistemas proporcionales, de los cuales, tres ya eran usados en la época y uno fue creado por Phillippe de Vetry:

Modo: relación entre longa y breve.

Tiempo: relación entre breve y semibreve.

Prolación: relación entre semibreve y mínima, esta última desarrollada en el tratado de Ars Nova.

A continuación se explicará las relaciones entre las diferentes figuras:

El Tiempo y el Modo podían ser: ternario= perfecto, o binario= imperfecto.

El Prolatio podía ser: mayor= si es ternaria, o menor = binaria

(Arbonés y Milrud, 2011, p. 40-43).

Tabla 1. Relación entre figuraciones y su equivalencia.

Proporción	Figura	Relación entre figuras
Modo perfecto	Longa/breve	1 longa= 3 breves
Modo imperfecto	Longa/breve	1 longa= 2 breves
Tiempo perfecto	Breve/semibreve	1 breve= 3 semibreves
Tiempo imperfecto	Breve/semibreve	1 breve 2 semibreves
Prolatio mayor	Semibreve/mínima	1 semibreve= 3 mínimas
Prolatio menor	Semibreve/mínima	1 semibreve= 2 mínimas

3.6.4. El compás

Con la combinación de Tiempo y de Prolatio y los diferentes tipos de pulso, el tratado de Ars Nova definió una serie de estructuras rítmicas:

Un círculo con un punto en el centro representaba un compás ternario con división ternaria del pulso, equivalente al actual 9/8.

Un círculo sin punto representaba un compás ternario con subdivisión binaria del pulso, equivalente al actual 3/4.

Una letra C con un punto en su interior representaba un compás binario con subdivisión ternaria del pulso, equivalente al actual 6/8.

Una letra C sin un punto en su interior representaba un compás binario con subdivisión binaria del pulso, equivalente al actual 2/4 (Arbonés y Milrud, 2011, p. 42-43).

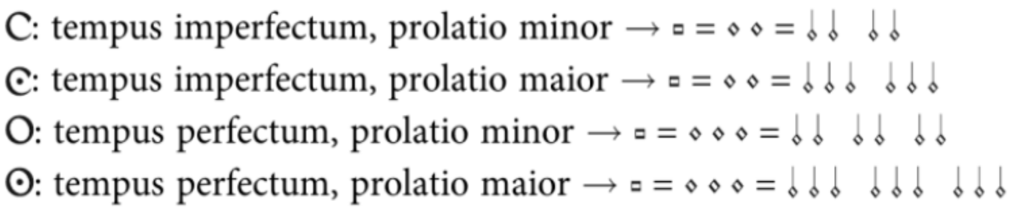


Figura 10. Relación entre métrica y valor de cada figuración.
Tomado de Schiltz, K. 2015, p. 366.

De esta manera quedaron determinados los valores exactos de cada figuración de la siguiente manera:

Tabla 2. Duración de las figuras musicales.
Tomado de Hernanz, I. 2015.

Nombre	Figura	Duración	Silencio
Redonda		4 pulsos	
Blanca		2 pulsos	
Negra		1 pulso	
Corchea		$\frac{1}{2}$ (medio) pulso	
Semicorchea		$\frac{1}{4}$ (cuarto) pulso	

Bajo este modelo de notación musical todas las figuraciones mantienen una duración numérica exacta, así como una proporción exacta entre las diferentes figuras.

3.7. Métodos numéricos de composición

3.7.1. Dodecafonismo

Es un método de composición planteado por Arnold Schönberg en 1923, durante una conferencia en Los Ángeles. El sistema dodecafónico nace como respuesta al estudio de las obras musicales de fines del siglo XIX, enfocado principalmente en el desarrollo armónico de la música tonal, el uso extendido de la enarmonía y el uso de tensiones.

Para Schönberg toda forma de construcción de armonía y escalas se basa en el uso de armónicos generados por una sola nota, así en la edad media se utilizaban solo los primeros tres armónicos (octava y quinta) y a medida que la música se fue desarrollando, paulatinamente fueron utilizados los demás armónicos. Bajo esta lógica, para Schönberg no existe el concepto de consonancia o disonancia, sino más bien consonancias lejanas y cercanas.

De esta manera el dodecafonismo busca crear un método que rompa con el modelo tonal, el cual se basa en la jerarquización de las notas, dándole más importancia a unas que a otras, esto es precisamente el enfoque contrario al método de Schönberg, el cual busca dar igual importancia a todas las notas (Sarmiento. 2007, p. 5-6).

El sistema dodecafónico está basado sobre series, es decir un conjunto de sonidos que están organizados de una forma específica, y éstas a su vez están basados en cuatro axiomas:

1. La serie consta de las doce notas de la escala cromática.
2. Ninguna nota aparece más de una vez en la serie.
3. La serie puede ser expuesta en cualquiera de sus aspectos lineales: aspecto básico, inversión, retrogradación e inversión retrograda.
4. La serie puede usarse en sus cuatro aspectos desde cualquier nota de la escala (Sarmiento. 2007, p. 5-6).

3.7.2. Las matemáticas en el serialismo musical

Retrogradación quiere decir ir de adelante hacia atrás, es decir leer las notas en sentido contrario de derecha a izquierda. Mientras que la inversión se refiere a la dirección de los intervalos, si el intervalo originalmente sube, en la inversión este baja exactamente la misma distancia que la serie original.

3.7.3. Desarrollo de las series dodecafónicas

Existen dos métodos principales para desarrollar una serie dodecafónica:
mediante una matriz, construida sobre doce columnas y doce filas, las cuales contienen a serie original y sus transposiciones donde P es la serie original, I es para su inversión, R su retrogradación e IR para su transposición retrogrado-inversa:

	I_0	I_1	I_3	I_9	I_2	I_{11}	I_4	I_{10}	I_7	I_8	I_5	I_6	
P_0	E	F	G	Db	Gb	Eb	Ab	D	B	C	A	Bb	R_0
P_{11}	Eb	E	Gb	C	F	D	G	Db	Bb	B	Ab	A	R_{11}
P_9	Db	D	E	Bb	Eb	C	F	B	Ab	A	Gb	G	R_9
P_3	G	Ab	Bb	E	A	Gb	B	F	D	Eb	C	Db	R_3
P_{10}	D	Eb	F	B	E	Db	Gb	C	A	Bb	G	Ab	R_{10}
P_1	F	Gb	Ab	D	G	E	A	Eb	C	Db	Bb	B	R_1
P_8	C	Db	Eb	A	D	B	E	Bb	G	Ab	F	Gb	R_8
P_2	Gb	G	A	Eb	Ab	F	Bb	E	Db	D	B	C	R_2
P_5	A	Bb	C	Gb	B	Ab	Db	G	E	F	D	Eb	R_5
P_4	Ab	A	B	F	Bb	G	C	Gb	Eb	E	Db	D	R_4
P_7	B	C	D	Ab	Db	Bb	Eb	A	Gb	G	E	F	R_7
P_6	Bb	B	Db	G	C	A	D	Ab	F	Gb	Eb	E	R_6
	RI_0	RI_1	RI_3	RI_9	RI_2	RI_{11}	RI_4	RI_{10}	RI_7	RI_8	RI_5	RI_6	

Figura 11. Matriz dodecafónica.
Tomado de Sarmiento, 2007, p. 6.

Y mediante la forma numérica en la cual se asigna un valor a cada nota empezando por 0 y terminada en 11 (cubriendo las doce notas de la escala cromática).

Por ejemplo:

- do: 0
- do#:1
- re:2
- re#:3
- mi:4
- fa:5
- fa#:6
- sol:7
- sol#:8
- la:9
- la#:10
- si:11

Al traducir todas las notas a un valor numérico, la serie puede ser tratada puramente con sus valores, y estos a su vez pueden ser desarrollados mediante operaciones matemáticas.

Por ejemplo, si se desea transportar una serie, a una cuarta de distancia, la única operación que sería necesaria es la suma del número de semitonos del intervalo de cuarta (5 semitonos) a todos los valores de la serie original (Sarmiento. 2007, p. 5-6).

Serie original:
re, do#, la, la#, fa, re#, mi, do, sol#, sol, fa#, si

representada numéricamente:
2,1,9,10,5,3,4,0,8,7,6,11

Transposición a una cuarta ascendente:
Número de semitonos del intervalo de cuarta :5

2+5,1+5,9+5,10+5,5+5,3+5,4+5,0+5,8+5,7+5,6+5,11+5

Si el resultado de la suma supera el número 11, se debe restar 12 para que la serie esté dentro de los números asignados previamente.

7, 6,14-12=2,15-12=3, 10, 8, 9, 5,13-12=1,12,11,16-12=4

De esta manera la transposición a una cuarta de la serie original quedaría de la siguiente forma:

7,6,2,3,10,8,9,5,1,12,11,4

(Sarmiento. 2007, p. 5-6).

4. Capítulo III Matemáticas y naturaleza

“Es curioso el modo en el que la naturaleza organiza las formas. Frente a este universo morfológico, la mirada sistemática de los matemáticos descubre los patrones numéricos y geométricos que caracterizan a plantas, animales, sonidos y estructuras cristalinas. Las formas esféricas, las secuencias cíclicas y los ordenamientos helicoidales son frecuentes, como también lo es la simetría. Los artistas se nutren de las caprichosas organizaciones de la naturaleza para otorgar a la materia un nuevo orden, el orden de lo estético” (Arbonés y Milrud, 2011, p. 61).

La ciencia nace como un método para poder comprender la naturaleza y los diferentes fenómenos que ocurren dentro de ella. Para poder comprobar lo que es “verdadero” dentro del método, ésta se basa en la comprobación o negación de diferentes hipótesis sobre el mundo que nos rodea. Para dicho propósito la ciencia utiliza dos tipos de símbolos: las letras y los números, o en otras palabras el lenguaje y las matemáticas. Las letras o el lenguaje describen los diferentes fenómenos y procesos observados, y los números o las matemáticas representan cantidades exactas. La importancia de estos dos tipos de símbolos radica en la capacidad de abstraer un fenómeno en concreto y traducirlo a una expresión comprensible para los seres humanos, y en este proceso las matemáticas juegan un papel fundamental.

Las matemáticas se puede definir como la ciencia deductiva que estudia las propiedades de los entes abstractos, como números, figuras geométricas o símbolos, y sus relaciones (RAE. 2015). Las formas de entender los diferentes fenómenos naturales han dado paso a las ciencias como la física, la química, la biología, etc., las cuales están expresadas en los dos tipos de símbolos anteriormente mencionados. La importancia de las matemáticas en las diferentes ciencias radica en su exactitud. Una cantidad exacta es muy difícil de describir mediante el lenguaje, ya que este posee un gran margen de interpretación.

En contraposición, las matemáticas usan símbolos que representan cantidades exactas lo cual permite obtener resultados concretos y comprobables, el propósito principal de la ciencia. Por lo tanto se puede decir que las matemáticas son el lenguaje de la ciencia, o la forma de entender la naturaleza y sus fenómenos.

La ciencia que describe la naturaleza y sus fenómenos, o ciencia natural, clasifica las expresiones en las cuales la naturaleza se manifiesta. Estas están descritas en cuatro expresiones principales: la materia, la energía, el tiempo, y el espacio. Y a su vez se puede dividir en cinco ciencias: física, que es la ciencia que estudia las propiedades de la materia y de la energía, y las relaciones entre ambas (RAE. 2015).

Química, que es la ciencia que estudia la estructura, propiedades y transformaciones de los cuerpos a partir de su composición (RAE. 2015).

Biología, que es ciencia que trata de los seres vivos considerando su estructura, funcionamiento, evolución, distribución y relaciones.

Astronomía, que es la ciencia que trata de los astros, de su movimiento y de las leyes que lo rigen (RAE. 2015).

Geología que es la ciencia que trata de la forma exterior e interior del globo terrestre, de la naturaleza de las materias que lo componen y de su formación, de los cambios o alteraciones que estas han experimentado desde su origen, y de la colocación que tienen en su actual estado (RAE. 2015).

El conocimiento de las diferentes ciencias naturales, las cuales están expresadas por las matemáticas, es la herramienta que nos permite entender las formas en las cuales la naturaleza se expresa, y a su vez la forma en que los seres humanos se relacionan con ella.

Dentro de cada ciencia existen leyes, y estas expresadas mediante números muestran la relación directa existente entre las matemáticas y la naturaleza.

En Química, uno de los principales objetivos es el comprender la estructura de la materia. Ésta postula que toda la materia está formada por átomos. Átomo quiere decir indivisible, es decir que los átomos son la unidad más pequeña indivisible de la materia. Dentro de los átomos se puede encontrar tres partículas principales: los protones, los neutrones y los electrones. Cada átomo de un elemento posee un número determinado de protones y electrones. Estos a su vez determinan las propiedades de dicho elemento, como su masa atómica, es decir su peso, su configuración electrónica, es decir la manera en que los electrones se ordenan y cambian en sus órbitas, entre otros.

Para la organización metódica de los diferentes elementos, estos se disponen dentro de un gráfico llamado tabla periódica, que organiza a los elementos, según el número de electrones, protones y sus propiedades químicas (Hewitt. 2007, p. 217-220).

Mediante este sistema se puede afirmar que la materia en sí posee un orden numérico, ya que el número de electrones y protones determina las propiedades de la materia.

En el siguiente gráfico se puede observar la tabla periódica de los elementos:

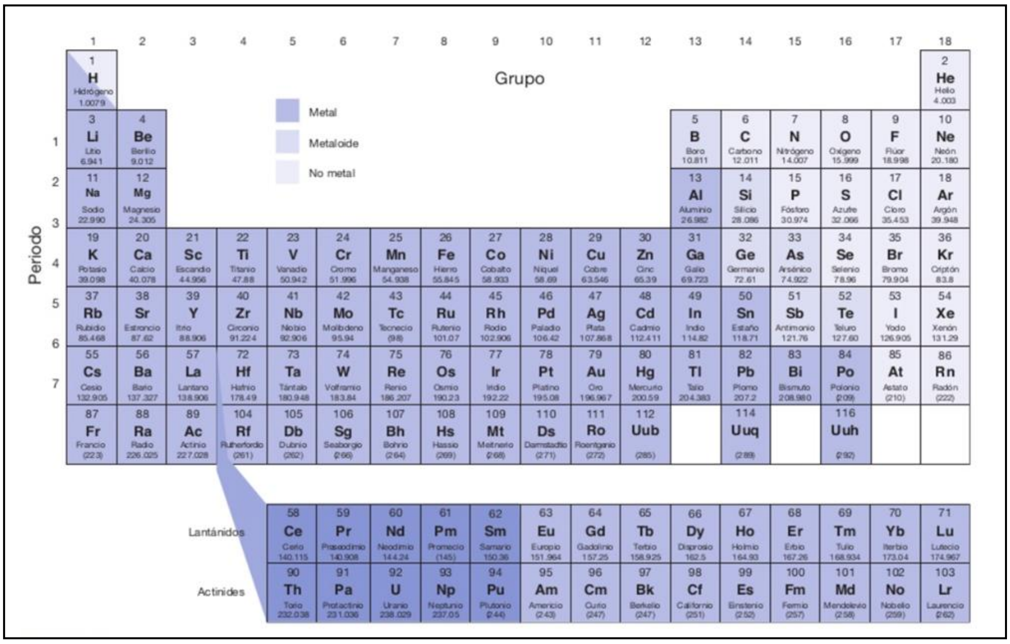


Figura 12. Tabla periódica de los elementos químicos.
Tomado de Hewitt, P. 2007, p. 217-220.

En física uno de los principales objetivos es comprender a la naturaleza y las fuerzas que rigen a la materia. Estas pueden ser entendidas dentro de la física clásica mediante las tres leyes de Newton, las cuales postulan:

Primera ley: Todo cuerpo continúa en su estado de reposo o movimiento uniforme y rectilíneo, a no ser que sea obligado a cambiar su estado por fuerzas que actúen sobre él (Hewitt. 2007, p. 28).

Segunda ley: La aceleración de un objeto es directamente proporcional a la fuerza neta que actúa sobre él, tiene la dirección de la fuerza neta y es inversamente proporcional a la masa del objeto (Hewitt. 2007, p. 64-65).

Tercera ley: Con toda acción ocurre siempre una reacción igual y contraria (Hewitt. 2007, p. 75).

Mediante la postulación de estas tres leyes es posible determinar y entender las relaciones de los cuerpos. A su vez estas leyes pueden ser expresadas matemáticamente en un objeto o fenómeno en concreto, lo cual demuestra la relación matemática con las leyes de la física de la naturaleza.

A su vez dentro de la física, otro de sus objetivos es el entendimiento de las diferentes expresiones electromagnéticas. El electromagnetismo es la interacción entre los campos eléctricos y magnéticos, y éste se transmite a través de ondas. Las diferentes ondas pueden ser clasificadas según su frecuencia. A está clasificación de las ondas electromagnéticas se lo llama espectro electromagnético. El espectro a su vez está dividido en siete tipos de onda según su frecuencia. Las ondas más bajas (de varios miles de hertz) se denominan ondas de radio de baja frecuencia. A continuación se encuentran las microondas, seguidas por las ondas infrarrojas. A partir de las ondas infrarrojas se encuentra la luz visible para el ser humano. Después de la luz visible se encuentran las ondas ultravioletas. Para finalizar se encuentran los rayos X y por último los rayos gama (Hewitt. 2007, p. 496-498).

En el siguiente gráfico se puede apreciar todo el espectro electromagnético.

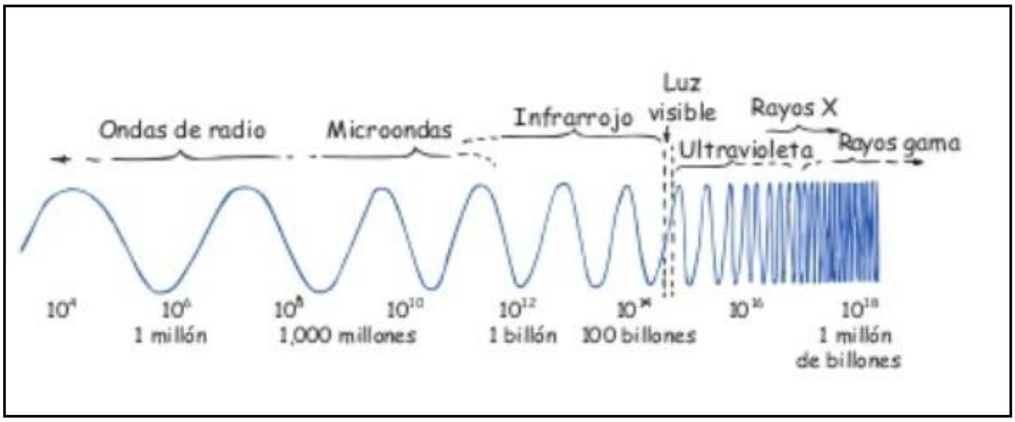


Figura. 13. Espectro electromagnético.
Tomado de Hewitt, P. 2007, p 498-499.

A partir del conocimiento del electromagnetismo, se puede afirmar que sus diferentes expresiones se dan mediante una forma matemática, ya que son una misma manifestación que varía según su frecuencia, es decir el número de oscilaciones de la onda en un tiempo determinado.

En biología, uno de los objetivos consiste en la clasificación de los seres vivos. Esta puede ser mediante su estructura, o su forma de alimentación, su hábitat etc. Dentro de los invertebrados por ejemplo, se puede clasificar las especies según su número de patas y su estructura. Estos están clasificados de la siguiente manera:

Los insectos poseen tres pares de patas y sus cuerpos están divididos en tres segmentos. Como ejemplo de insectos se encuentran las hormigas o las abejas (Jimeno, A. 2013).

Los arácnidos tienen cuatro pares de patas y su cuerpo está dividido en dos segmentos. Como ejemplo se encuentran las arañas y los escorpiones (Jimeno, A. 2013).

Los crustáceos poseen cinco pares de patas y su cuerpo está dividido en dos segmentos. Como ejemplo se encuentran los cangrejos y las langostas (Jimeno, A. 2013).

Los miriápodos tienen más de cinco pares de patas y su cuerpo se divide en varios segmentos. Como ejemplo se encuentran los ciempiés (Jimeno, A. 2013).

Si se observa esta clasificación, es claro que dichas especies están organizadas de una manera numérica, según la estructura de su cuerpo (número de patas y segmentos). Así mismo dentro del reino vegetal, la clasificación del crecimiento de las hojas está dada de una manera numérica.

Así se puede encontrar hojas unifoliadas, es decir una sola estructura en la hoja. Bifoliada significa que el peciolo posee dos segmentos y las trifoliadas, que poseen tres segmentos. Así también existen hojas septiradiadas, que quiere decir que el peciolo se divide en cinco, siete o nueve segmentos (Weyler. 1843, p. 44-45).

A partir de esta clasificación es claro que existe una estructura numérica en la manera de interpretar y entender a la naturaleza.

Para entender mejor la relación entre las matemáticas y la naturaleza, a continuación se verán ejemplos específicos donde se muestra la relación entre las estructuras de los seres vivos y sus relaciones numéricas:
Se tomará como ejemplo de crecimiento armónico a la flor de Margarita. Observando el gráfico, tomando como referencia un plano de círculos concéntricos trazados en escala logarítmica, y una serie de rectas proyectadas desde el centro, se puede observar que la formación de los pétalos de la flor están conformados por dos espirales, ambas logarítmicas también equiangulares, ya que el ángulo que forma con los radios es siempre el mismo (Doczi. 1995, p. 1).

Al mostrar el despliegue de una de estas espirales, se puede observar que a medida que la espiral se despliega del centro, aumenta en la misma proporción el orden del crecimiento.

Figura 14. Flor de Margarita.
Tomado de Soler, A. 2013.

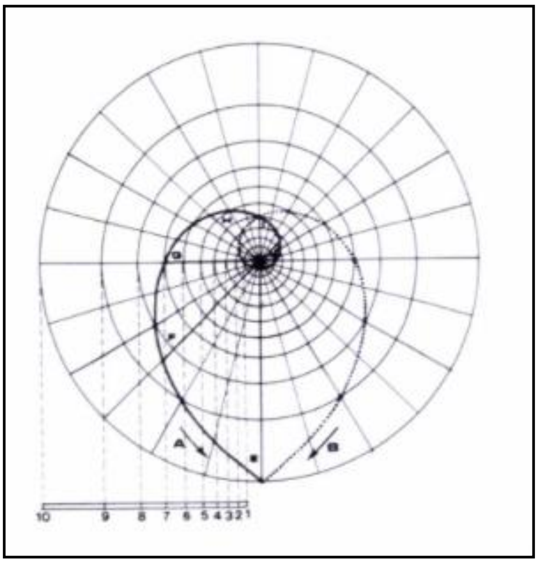


Figura 15. Espirales opuestas presentes en el
crecimiento de la flor de Margarita.
Tomado de Doczi, G. El poder de los límites, 1995, p. 5.

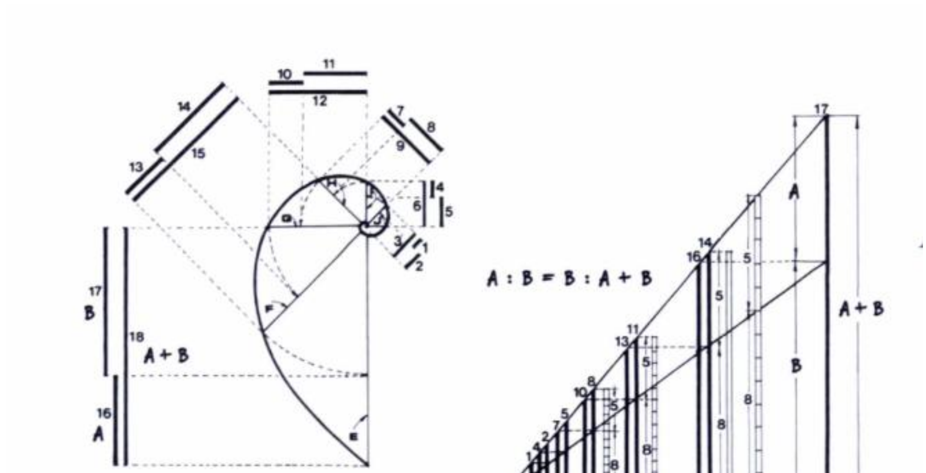


Figura 16. Diagrama triangular del crecimiento de la flor de Margarita.
Tomado de Doczi, G. El poder de los límites, 1995, p. 8.

En el diagrama triangular, se puede observar la relación global del proceso de crecimiento, en cuanto a su proporción.

Las líneas A y B muestran la misma trayectoria de crecimiento, en una relación de 8 a 5, lo que da como resultado 1,625, y en el otro sentido 5 a 8, lo que da como resultado 0,615, es decir un número muy aproximado a las dos secciones resultantes de la proporción de oro (Doczi. 1995, p. 1-2,8-10).

La conclusión de esta observación puede ser expresada en la siguiente ecuación como:

$$A: B = B:(A+B). \qquad \text{(Ecuación 3)}$$

4.1. Relación entre geometría, el número de oro o sección aurea y las formas naturales

4.1.1. Geometría

La geometría se puede definir como el estudio de las figuras en el espacio, en un número dado de dimensiones y un tipo dado de figura (Weisstein, E, s.f.).

El significado etimológico de la palabra geometría se refiere geo tierra y metría medidas, es decir a las medidas de la tierra (Polanía Sagra, C y Sánchez Zuleta, C. 2007).

Esta rama de las matemáticas se encarga principalmente de tres tipos de geometría: geometría plana, geometría de sólidos y geometría esférica (Weisstein, E, s.f.).

En la presente investigación se hace uso únicamente de la geometría plana.

4.1.2. Geometría plana

Trata con figuras dentro del plano, en contraposición a la geometría de sólidos la cual trata objetos de tres dimensiones. Está rama de la geometría trata con la línea, el círculo y los diferentes polígonos, donde se incluyen las diferentes figuras geométricas (Weisstein, E, s.f.).

4.1.3. Figuras geométricas

Una figura geométrica se define como una figura no vacía de puntos (Polanía Sagra, C y Sánchez Zuleta, C. 2007).

Las diferentes figuras geométricas pueden ser clasificadas según su forma. Existen dos grandes grupos que contienen dichas figuras. El primer grupo son los polígonos regulares y el segundo los polígonos irregulares.

4.1.4. Polígonos regulares

Se define así a los polígonos que cumplen la condición de que todos sus lados y ángulos sean equivalentes (Weisstein, E, s.f.).

4.1.5. Polígonos irregulares

Se define así a los polígonos que no cumplen la condición de que todos sus lados y ángulos sean equivalentes.

4.1.6. Función e importancia de las figuras geométricas en la naturaleza

La geometría perteneciente al reino vegetal se da debido a un ritmo de crecimiento gnomónico, el cual se refiere a la propiedad de producir, por simple adición, una sucesión de números en progresión geométrica, o en formas similares. Esta a su vez se refiere a la secuencia Fibonacci. En la proporción perteneciente a esta serie de números la superficie de crecimiento o el volumen permanecen homotéticos, es decir similares así mismo. Del mismo modo las formas de crecimiento que se mantienen similares, tienen siempre una espiral logarítmica como curva de dirección. La razón del uso de figuras geométricas en las expresiones de la naturaleza, específicamente en las plantas y árboles, así como un ritmo de crecimiento progresivo y proporcional se debe a que esta proporción posee un ángulo ideal. Este ángulo entre las hojas y las ramas de las platas y árboles produce la máxima exposición de luz vertical del sol (Ghyka, M. 1946, p. 13-14).

4.1.7. Particiones regulares en el plano y el espacio

El entendimiento de las particiones regulares en el plano y el espacio se logra a través del posicionamiento de un polígono regular específico junto a otros del mismo tipo tratando rellenar un espacio determinado. Al realizar este ejercicio se encuentran dos tipos de resultados; uno en el que la combinación de polígonos regulares del mismo tipo logra rellenar todo el espacio. Y un segundo en donde la combinación de polígonos regulares rellena el espacio pero deja lugares vacíos entre las figuras. Por lo tanto dentro de la partición regular del espacio existen estos dos tipos de figuras. En el primer grupo se encuentran el rectángulo, el cuadrado y el hexágono. En ese orden estas figuras poseen ángulos de 60, 90 y 120 grados (Ghyka, M. 1946, p. 71-73).

En el segundo grupo se encuentra al pentágono.

La forma en que se disponen las diferentes figuras en el espacio incide directamente en la manera en que la materia se dispone. Se puede separar en la materia en dos grandes grupos: la materia orgánica y la materia inorgánica. La materia orgánica es aquella que posee enlaces de carbono, y la materia inorgánica aquella que no posee enlaces de carbono.

En el mundo de la materia inorgánica, esta se dispone en relación geométrica donde las figuras en el espacio rellenen éste por completo. Así se puede encontrar formas triangulares, cubicas y hexagonales, encontradas en cristales, minerales, copos de nieve. Estos crecen por aglutinación. Mientras que en el mundo orgánico la forma péntagonal, dodecahedro, icosahedro, cumplen un papel fundamental, siendo estas figuras que al ser dispuestas en un plano dejan vacíos en el mismo. El número 5 representado por el pentágono, debido al número de ángulos, posee relación directa con la divina proporción (Ghyka, M. 1946, p. 88-91). La cualidad de no poder distribuirse de manera angular guarda una relación estrecha con la fuerza pulsante en el crecimiento de la vida, especialmente en las expresiones con formas similares (Ghyka, M. 1946, p. 71-73).

4.2. Figuras geométricas presentes en la naturaleza

Dentro de las diferentes figuras geométricas que se puede encontrar en la naturaleza, existen dos que poseen una relación muy estrecha con la proporción áurea.

Pentágono

Figura 17. Estrella pentagonal y su relación áurea.
Tomado de Doczi, G. El poder de los límites, 1995, p. 9.

El triángulo rectángulo

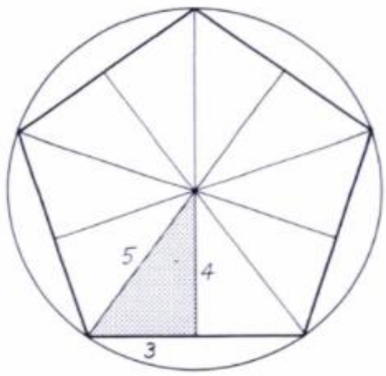


Figura 18. Triángulo rectángulo dentro de un pentágono.
Tomado de Doczi, G. El poder de los límites, 1995, p. 9.

Dentro de la estrella pentagonal, cada uno de sus triángulos presenta dos lados iguales, los cuales se relacionan con un tercero, en una relación de 8 a 5 o 1,618, es decir mantienen una proporción áurea (Doczi. 1995, p. 9-10).

Dentro de un pentágono completo, se puede dividir el mismo en 10 triángulos rectángulos.

Los lados de dicho triángulo también guardan una relación áurea. La comparación entre los lados 3 y 5 dan como resultado 0,6. Un número muy cercano al segmento más pequeño dentro de la relación aurea (Doczi. 1995, p. 9-10).

Ejemplos de triángulos rectángulos en la naturaleza:

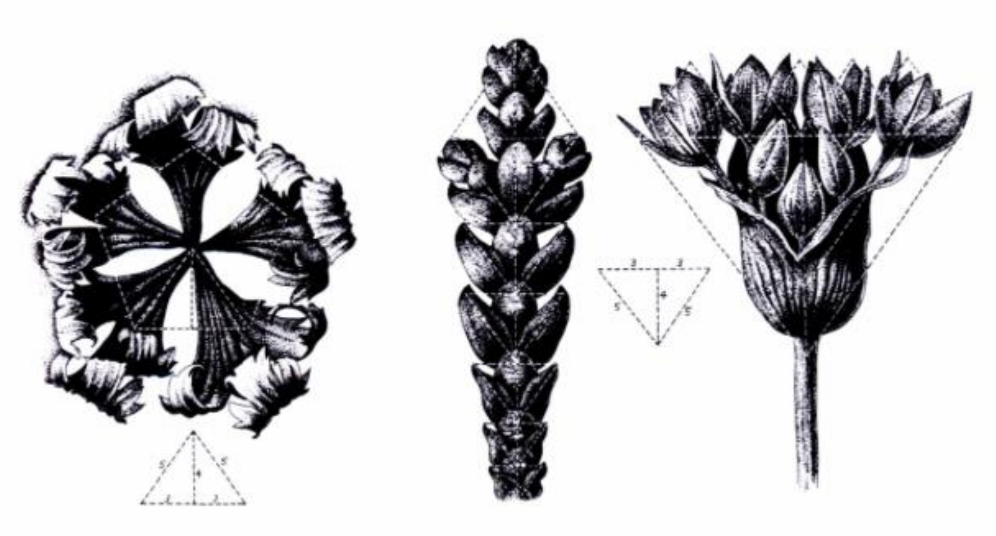


Figura 19. Hoja de calderona (izquierda), un cedro cuerno de venado (centro), y un ajo (derecha).
Tomado de Doczi, G. El poder de los límites, 1995, p. 7.

4.3. Relación entre la medida de intervalos musicales y formas de la naturaleza

Si se toma de referencia las principales divisiones del sonido de una cuerda, es decir las relaciones 1:2, 2:3 y 3:4, se obtienen los tres principales intervalos musicales: la octava, la quinta y la cuarta justas.

Si a su vez se genera un gráfico con estas tres relaciones, se obtiene una figura que se divide en las tres proporciones áureas (Doczi. 1995, p.).

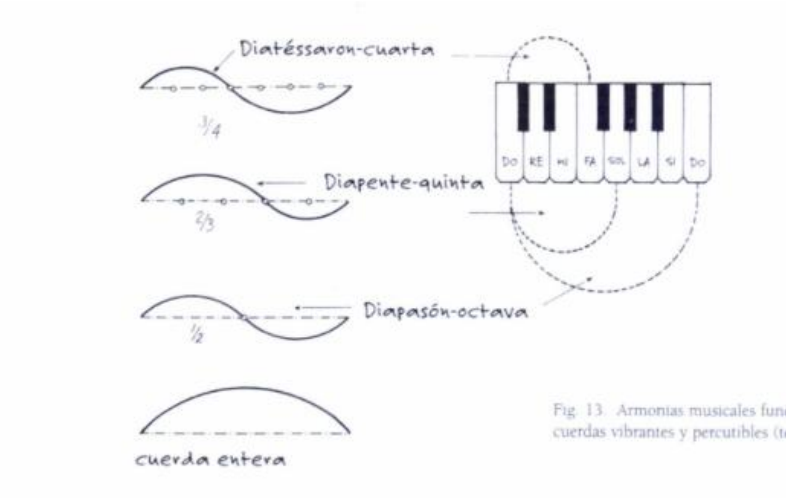


Figura 20. Relación gráfica de los intervalos cuarta, quinta y octava justas.
Tomado de Doczi, G. El poder de los límites, 1995, p. 7.

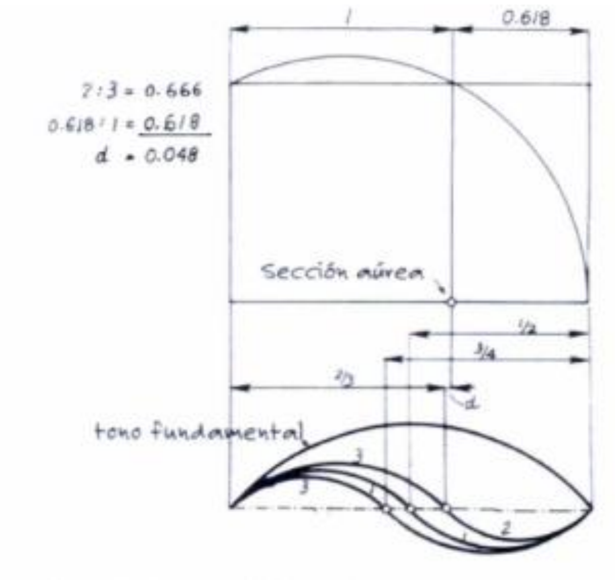


Figura 21. Gráfico resultante de la suma de los intervalos de la figura 20.
Tomado de Doczi, G. El poder de los límites, 1995, p. 8.

El gráfico que se forma a partir de los tres intervalos consonantes principales está estrechamente relacionado con las formas y las estructuras dentro de la naturaleza. De esta manera se muestra dicho gráfico comparado con diferentes animales y seres humanos como forma de relación entre la proporción áurea y la naturaleza.

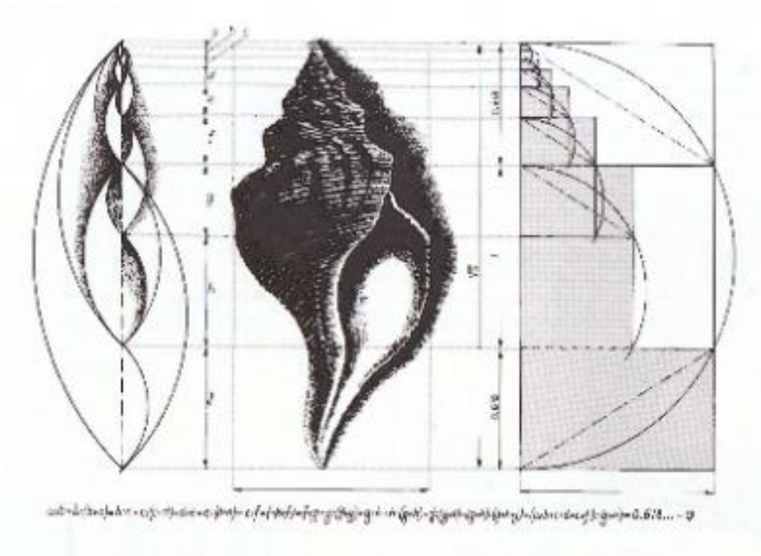


Figura 6. Relación entre el gráfico de intervalos musicales y forma de un caracol.
Tomado de Doczi, G. El poder de los límites, 1995, p. 72.

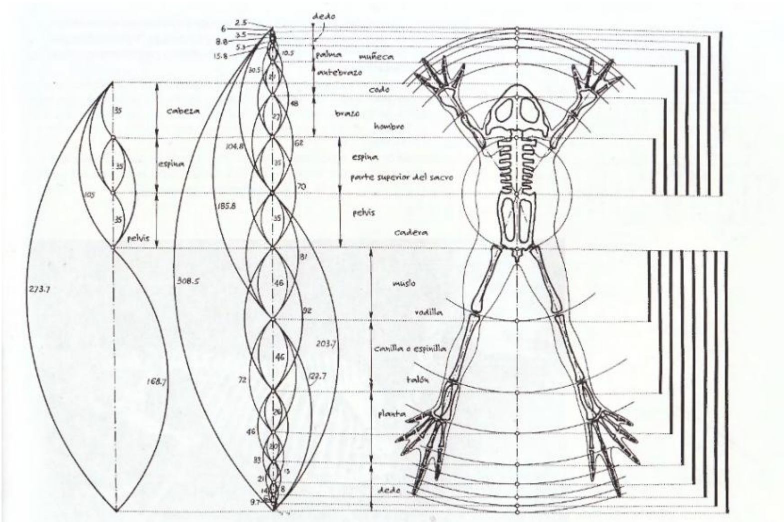


Figura 7. Relación entre el gráfico de intervalos musicales y la estructura de una rana.
Tomado de Doczi, G. El poder de los límites, 1995, p. 87.

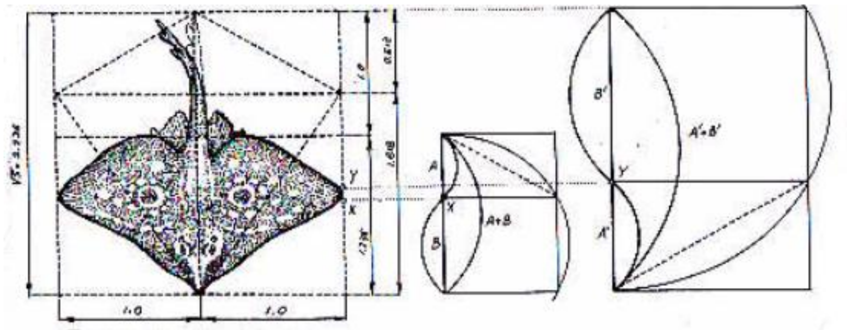


Figura 8. Relación entre el gráfico de intervalos musicales y forma de una mantaraya.
Tomado de Doczi, G. El poder de los límites, 1995, p. 79.

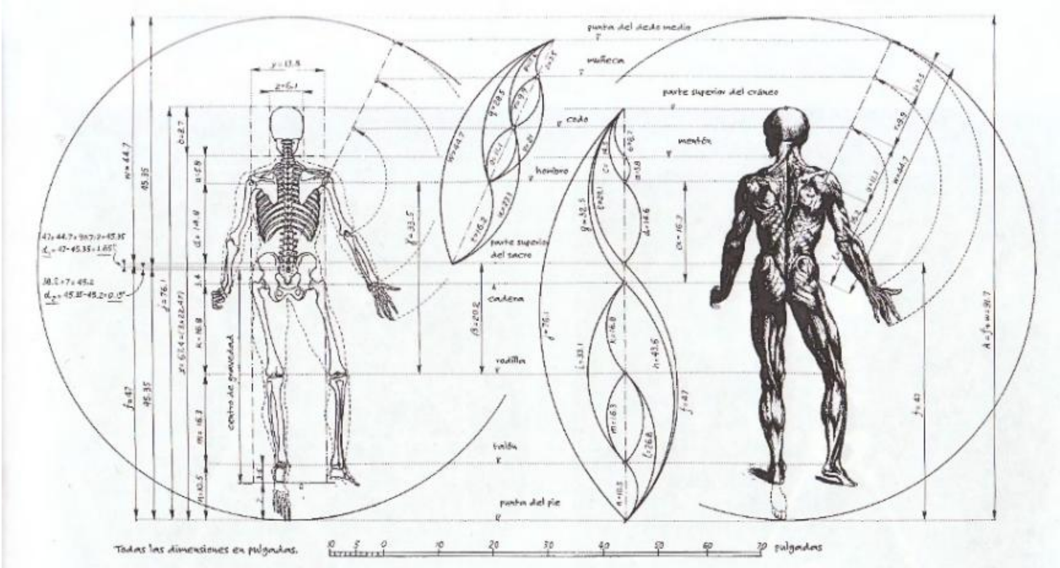


Figura 9. Relación entre el gráfico de intervalos musicales y el cuerpo humano.
Tomado de Doczi, G. El poder de los límites, 1995, p. 113.

5. Capítulo IV Método de composición

El siguiente método a describirse vincula a la música y la naturaleza mediante la matemática como un punto de encuentro entre ambas materias. Específicamente, se vincula diferentes tipos de plantas, con sus diferentes relaciones matemáticas, para aplicarlo hacia la composición e interpretación musical. La idea principal es generar parámetros establecidos mediante la correlación de las diferentes características de una planta y sus aspectos visuales que pueden ser medidos como es el caso de la forma, la estructura y el ritmo de crecimiento. Para poder explicar el presente método es necesario realizar una serie de aclaraciones en cuanto a la terminología teórica musical así como la terminología técnica de cada aspecto a ser utilizado. A continuación se presentarán una tabla de la terminología a utilizarse:

5.1. Términos musicales

Forma: Se refiere a una estructura musical, esto quiere decir que forma es la manera en que se organizan los diferentes elementos de una pieza musical para producir un resultado audible coherente (Latham, A, 2008). También el termino forma puede referirse a un género y una serie de características de un estilo y épocas específicas por ejemplo la sonata, sinfonía, concierto, etc.

Estructura: Es la organización coherente del material utilizado por el artista (Coronado, C. 2016).

Ritmo: El ritmo musical crea la sensación de abarcar todo lo que tiene que ver con el tiempo y el movimiento, es decir con la organización temporal de los elementos, los acentos y los valores de duración de las figuras (Latham A. 2008).

5.2. Términos generales (descripción física)

Forma: Figura o determinación exterior de la materia de un cuerpo (Salvat, 1972, p. 1436).

En el caso, forma se denominará a las cualidades morfológicas de la planta y como estas se relacionan con las diferentes figuras geométricas. Su forma en cuanto a su contorno. Además, este término será utilizado de manera musical al tratar el todo global de la obra, es decir lo que es la estructura originalmente.

Estructura: Disposición o modo de estar relacionadas las distintas partes de un conjunto (RAE, 2015).

En el presente método la estructura será la encargada de describir y construir cada parte diferente de la planta, (flor, fruto, hojas), es decir crear piezas, para así disponerlas dentro de la obra según su disposición dentro de la planta física.

Ritmo: Orden acompasado en la sucesión o acaecimiento de las cosas (RAE, 2015).

5.3. Uso de terminología y su aplicación

Tabla 3. Uso de terminología en el presente método de composición.

Naturaleza	Música
Forma	El conjunto que abarca las partes de la composición, mapa global
Estructura	Las diferentes partes de la composición y su disposición

Para representar la forma como término visual se relacionará las diferentes figuras geométricas con los contornos de cada estructura de la planta, es decir hojas, flor y fruto, las cuales generarán un valor armónico (las posibles tonalidades a utilizarse) y un valor rítmico, el cual está basado en los puntos de apoyo de cada figura geométrica.

La forma de generar un valor según cada figura geométrica está basada en la medida estética de George David Birkhoff.

5.4. La medida estética de Birkhoff

En 1924 George David Birkhoff plantea que la percepción estética de una melodía podía depender del orden de las notas escuchadas por el oído. Para este propósito propone crear relaciones de orden, que son a su vez inherentes a las notas musicales, y mediante un criterio de selección explica que se podrían escoger las mejores melodías. Para él, el problema fundamental de la Estética era el de determinar, para una clase de objetos, las características específicas de las cuales depende el valor estético (Anónimo, s.f, p. 40-41).

Birkhoff considera que hay tres fases consecutivas para la experiencia estética: primero, un esfuerzo preliminar de atención, el cual es necesario para percibir el objeto y que es proporcional a la complejidad C del objeto; segundo, una sensación placentera o medida estética M la cual recompensa este esfuerzo preliminar; y tercero, una certificación de que el objeto posee una armonía, simetría u orden O el cual parece una condición necesaria, si no es que suficiente, para la experiencia estética. Así, Birkhoff propone la fórmula M=O/C mediante la cual expresa la medida estética como el efecto de la densidad de las relaciones de orden comparadas con la complejidad (Birkhoff. 1933, p. 11-13).

A partir de esta fórmula, Birkhoff genera un gráfico donde ordena y da una puntuación a varias figuras geométricas:

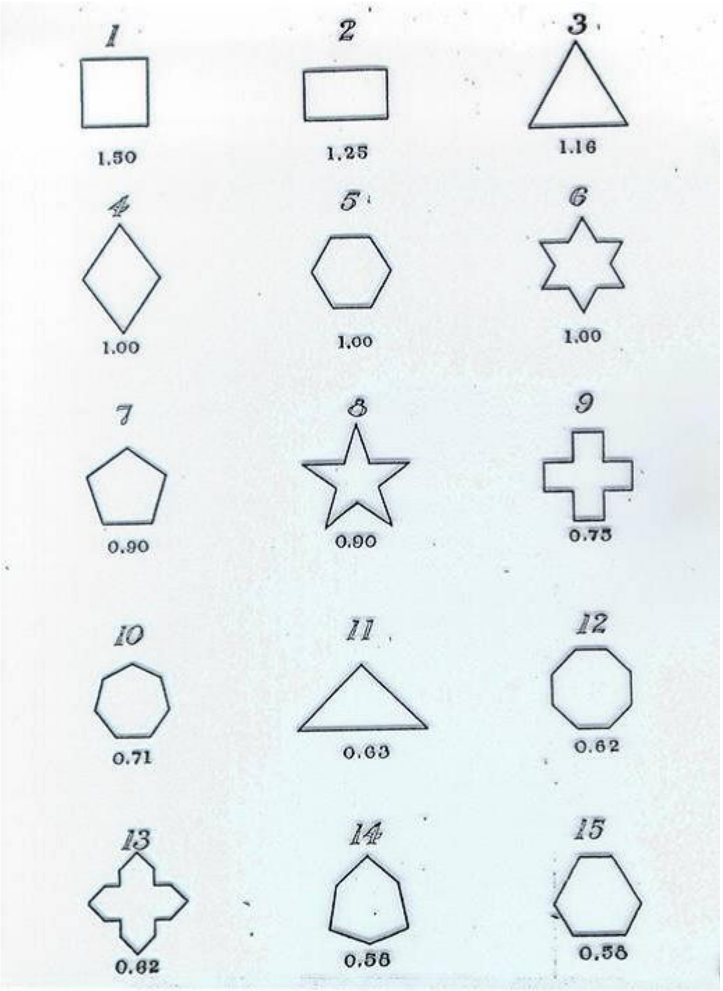
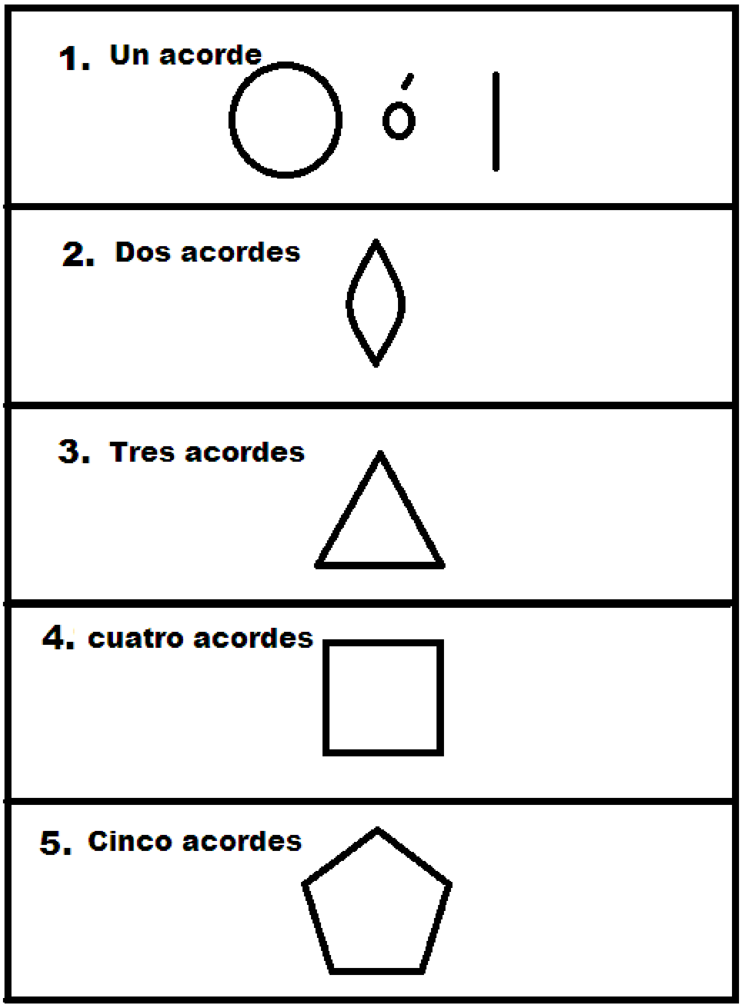


Figura 10. Gráficos generados a partir de la medida estética de Birkhoff.
Tomado de Scha, R y Bod, R. 1993.

A partir de este trabajo se puede deducir que existe una relación entre la simpleza visual de un objeto (que está vinculado con la perfección) y la percepción estéticamente agradable del mismo. Siguiendo esta última lógica aplicada hacia el sonido, mientras más fácilmente se percibe el orden de los sonidos contemplados, estos parecerán más simples y perfectos, y más fácil y gozosamente se los reconocerá. De esta manera se puede modificar la tabla de estética relacionando la complejidad visual con la complejidad sonora, en vez de generar un valor numérico a cada figura se puede asignar un acorde el cual represente dicha complejidad.

Siguiendo esta lógica se crea una nueva tabla donde las figuras geométricas poseen un valor armónico.
A mayor número de ángulos mayor es la complejidad de dicha figura geométrica:

Tabla 4. Interpretación armónica de figuras geométricas según su número de ángulos.



Y continúa….

La lógica detrás de la asignación de estos valores armónicos radica en la complejidad visual. Ahora bien, se necesita otro nivel de interpretación para poder generar un valor armónico real, lo que nos lleva a tratar la parte de armonía dentro de este método.

5.5. Armonía

El principal recurso a ser utilizado dentro de este tema es el Círculo de Quintas. En 1679, el compositor y teórico Nikolai Diletskii escribió un tratado llamado Grammatika donde apareció el primer círculo de quintas, que era empleado como recurso de aprendizaje por los estudiantes de composición.

La idea principal del círculo de quintas es de generar un gráfico que ordene las diferentes notas y tonalidades en intervalos de 5tas justas, lo que quiere decir que si se empieza en C, en sentido horario la siguiente nota sería G, después D, y así sucesivamente hasta regresar a la tonalidad de origen, de esta manera además de ordenar las notas y acordes también ordena los tres estados de la música, es decir la tónica, su grado dominante y su grado subdominante los cuales son las dos notas contiguas a una nota de origen (Jensen, C. 1992).

A partir de este círculo, utilizando sus doce divisiones se puede crear un gráfico a partir de las diferentes figuras geométricas, como ejemplos el triángulo y el cuadrado.

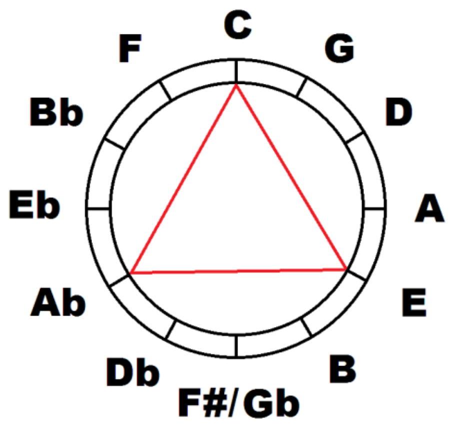


Figura 11. Relación armónica de un triángulo dentro de un círculo de quintas.

En este caso las tonalidades mayores a utilizarse serían C, E y Ab.

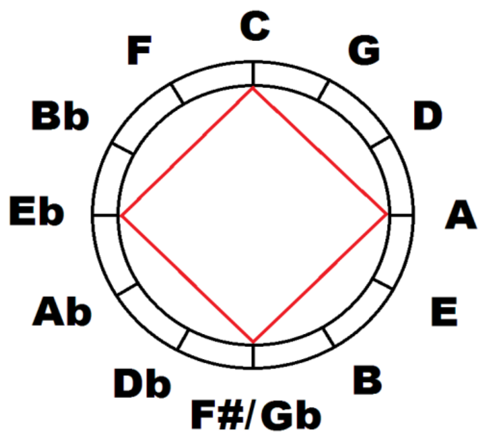


Figura 12. Relación armónica de un cuadrado dentro de un círculo de quintas

En este caso las tonalidades mayores a utilizarse serían C, Eb, F#/Gb y A.

Dentro del presente método se debe utilizar por lo menos un acorde de cada tonalidad seleccionada. Ésta a su vez puede ser mayor o el relativo menor de cada acorde.

No es necesaria la utilización de los acordes de una manera tonal-funcional.

Para lograr relacionar las diferentes tonalidades se pueden añadir dominantes de cada acorde tonal.

5.6. La estructura musical en las formas físicas

A partir de los números pertenecientes a la secuencia Fibonacci, es decir 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13… se determinaran las duraciones de las diferentes partes que representan a la planta. Cada parte se dividirá en dos secciones en relación de la proporción áurea, es decir que el resultado de la división de los dos segmentos sea 1, 618.

Ese último recurso se puede utilizar de dos maneras. Dentro de una parte de la planta (hoja, flor, fruto) o bien dentro de una sección de una de las partes anteriormente mencionadas:

Ejemplo en una sección:

En una de las secciones de la hoja, donde exista una diferenciación entre la sección más grande y la más pequeña, el segmento más pequeño puede ser utilizado como una zona de cadencia hacia el siguiente sistema, o se puede diferenciar mediante un cambio en el ritmo o en la dinámica de esa sección.

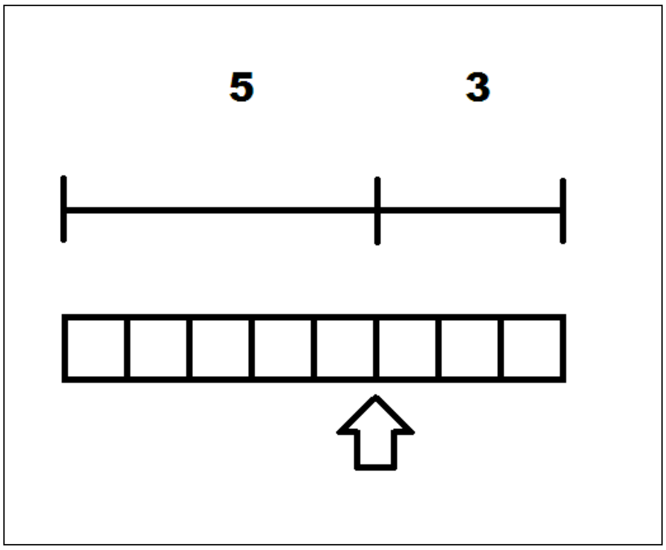


Figura 13. División áurea dentro de la forma de una composición.

Ejemplo en una parte de la planta:

Aplicada al total de la hoja se creará una división entre las diferentes secciones mediante una comparación proporcional de su duración (número de compases). La misma debe ser aproximada al número áureo. Las secciones pueden diferenciarse entre sí en cuanto a rítmica, armonía o dinámica. El segmento más grande también puede ser una sección duplicada.

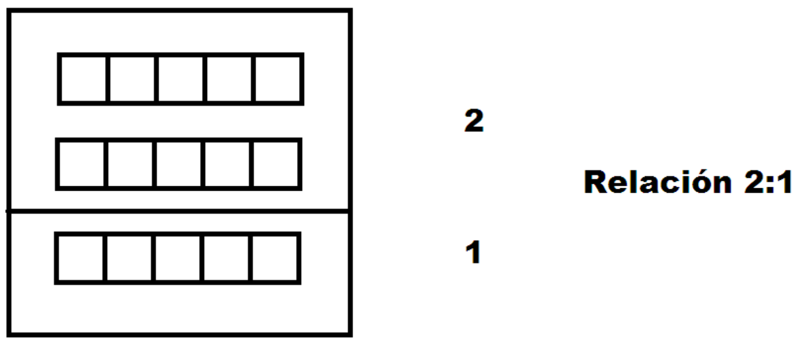


Figura 14. División áurea dentro de la forma de una composición.

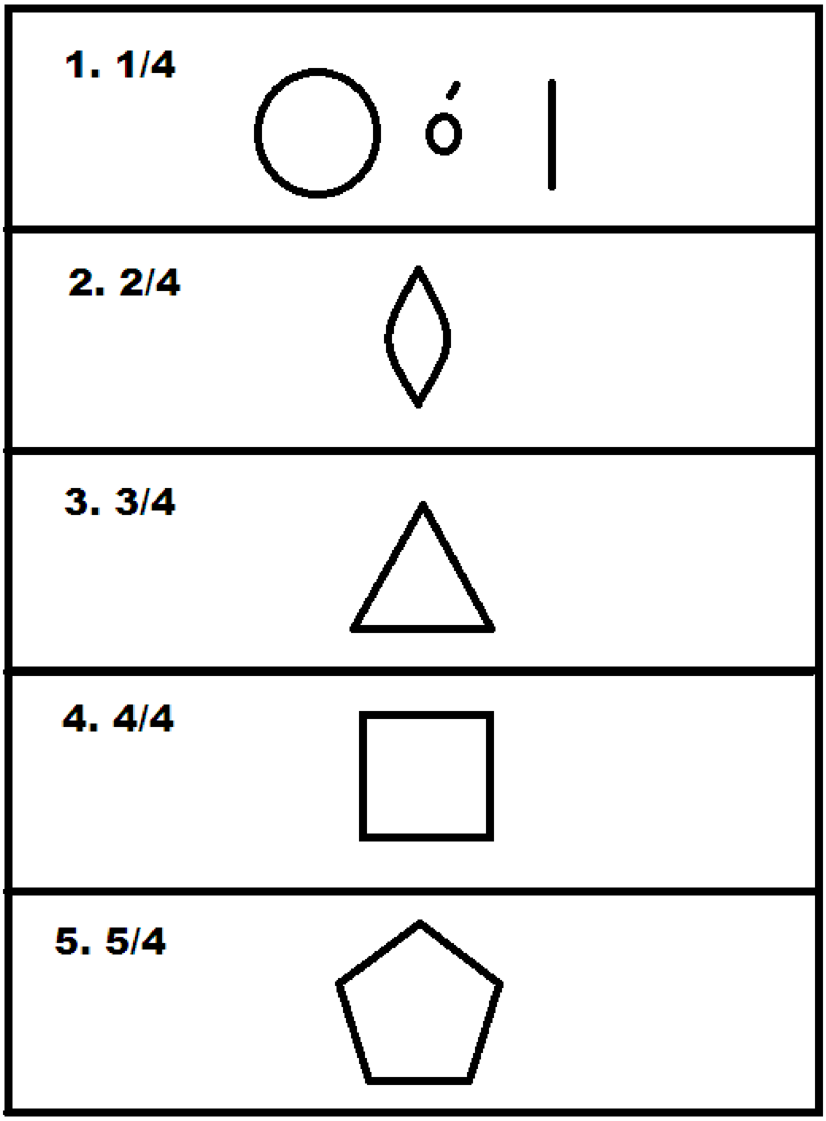
En este caso los números de las secciones son parte de la sucesión Fibonacci, lo cual implica que la división entre sus cantidades sea aproximada al número de oro o proporción áurea (1, 618).

5.7. Métrica

Para poder representar la métrica de un objeto es necesario esclarecer otras definiciones como el ritmo y su significado en los cuerpos físicos. En sí el ritmo es el elemento que ordena las diferentes figuras y sonidos en el tiempo, con una acentuación específica, y radica en esta última la forma de reinterpretarlos a una forma física. Es el elemento del peso dentro de los acentos. Son los pilares en donde está asentado el ritmo. Entonces ¿cómo ver esto de forma física? Esto se puede realizar a través de la arquitectura, la cual trabaja dichos acentos de manera física. Cada estructura posee pilares que la sostienen y que mantienen un ritmo, por lo tanto la métrica podría ser interpretada como los puntos de apoyo de las diferentes estructuras como las hojas, las flores o los frutos.

Como referencia para los ejemplos a continuación se tomará la unidad de la negra como pulso, pudiendo ser esta cualquier otra figuración; lo importante es entender el crecimiento rítmico relacionado a la complejidad de las diferentes figuras geométricas.

Tabla 5. Interpretación rítmica de las figuras geométricas según su número de ángulos.



5.8. Estructura

Para poder interpretar la estructura, al igual que dentro del campo de la biología, se crearán tablas que describan cada parte de cada planta, es decir, tallo, hojas, flores, frutos, y se correlacionarán con las diferentes figuras geométricas que formen las estructuras de las diferentes partes de las plantas, su simetría, el tipo de hoja, el tipo de fruto, y el tipo de flor. Una vez realizado este proceso, las diferentes figuras serán interpretadas hacia los valores armónicos, así como rítmicos anteriormente explicados. Para finalizar esta etapa es necesario crear secciones a manera de piezas, representando cada elemento de la planta para poder ser dispuestos dentro de la forma global de la obra.

5.9. Proporción áurea

La proporción áurea es la relación entre dos partes de un todo, la cual resuelve al problema matemático que consiste en dividir un segmento de una línea de la forma asimétrica más simple. Esta fue planteada formalmente por Euclides, en su obra Elementos, el cual consiste en un tratado de matemáticas sobre geometría plana, proporciones, propiedades de los números, magnitudes inconmensurables y geometría del espacio. Elementos es considerado el primer documento formal en tratar la proporción áurea. Este enuncia dicha relación de la siguiente manera: Se dice que una recta está dividida en extrema y media razón, cuando la totalidad del segmento es al segmento mayor como el segmento mayor es al menor.

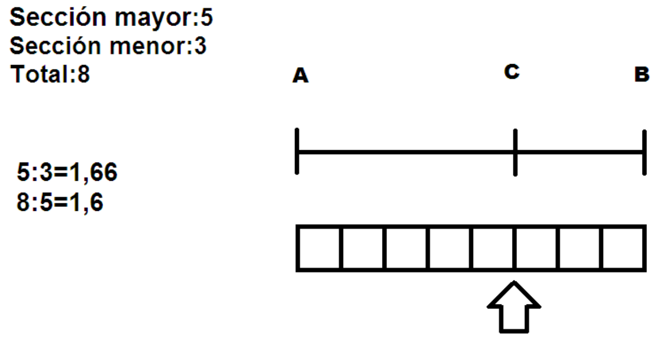


Figura 15. Representación gráfica de la proporción áurea.

La expresión matemática de esta proporción sería:

a/b=c/a (Ecuación 4)

Al ser c= a+b, la fórmula anterior equivale a:

a/b=a+b/a (Ecuación 5)

Si se hace a=x y b=1, la igualdad se transforma en:

x=x+1/x (Ecuación 6)

De donde:

x2 =x+1 ó x2-x-1=0 (Ecuación 7)

Se obtiene una ecuación de segundo grado en x, con dos raíces: Una positiva y una negativa.

$$x=1\pm\sqrt{\frac{5}{2}} \qquad \text{(Ecuación 8)}$$

Sí se toma la respuesta positiva se obtiene:

1,618033

Para simplificar este número se lo representa con el símbolo PI.

La demostración gráfica se representa de la siguiente manera:

Dado un segmento AB=c, se toma sobre BY, perpendicular a AB, un segmento BD=AB/2=c72; se une A con D, y se obtiene DE=DB=c/2. Con A, como centro. Se describe el arco de círculo EC, y C es el punto buscado (es decir, la proporción áurea), tal que AC/CB=AB/AC.

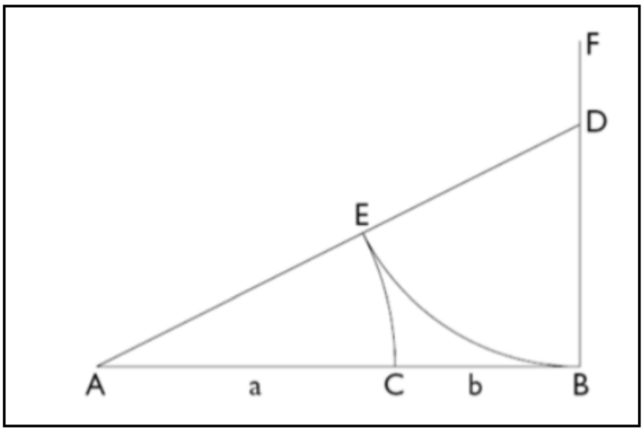


Figura 16. Demostración gráfica de la proporción áurea en un triángulo.
Tomado de Pacioli, L. 2008, p. 21.

5.9.1 Historia

Esta proporción ha sido utilizada repetidas veces a través de la historia. Como ejemplo se puede mencionar a la Escuela Pitagórica, la cual estaba representada por el pentágono, una figura geométrica que posee relaciones áureas. Así mismo se puede mencionar el trabajo de Leonardo da Vinci. En sus diferentes pinturas existe un uso extenso de dicha proporción, entre los más conocidas, la Mona Lisa. En 1509 Luca Pasioli, fraile franciscano y matemático escribió un importante tratado llamado *La Divina Proporción.* En el mismo describe la construcción de dicha proporción y sus diferentes propiedades (Bocel. 2001, p. 5-6).

Una de las características más importantes que se atribuyen a esta proporción, es que se la ha utilizado como un referente matemático de la belleza, ya que posee una disposición armónica.

5.10. Secuencia Fibonacci

La secuencia Fibonacci es, como su nombre lo indica, una secuencia de números que están presentes en diferentes manifestaciones de la naturaleza. Esta secuencia fue descrita por primera vez en 1202 por Fibonacci (uno de los matemáticos más importantes de su época) en su libro *Liber Abasi (book of the Abacus).* En este libro Fibonacci introduce los números arábicos al mundo occidental, y en el mismo plantea un problema sobre el ritmo de reproducción de los conejos, en donde su conclusión da como resultado la secuencia de números conocida como secuencia Fibonacci.

Figura 17. Representación gráfica de la solución al problema planteado por Fibonacci.
Tomado de Pacioli, L. 2008, p. 26.

El problema es planteado de la siguiente forma:

Una pareja de conejos adultos produce un par de crías una vez cada mes. Cada pareja de crías requiere un mes para crecer y producir una nueva pareja de crías. Determinar el número de parejas adultas y crías después de un cierto número de meses (Dunlap, R. 1997, p. 35-36). En este problema se asume que los conejos son inmortales.

A continuación se mostrarán los resultados del problema anteriormente planteado:

- bn es el número de pares de crías
- An es el número de parejas adultas
- (b+A)n es el número total de parejas

Tabla 6. Resultado del problema planteado por Fibonacci.
Tomado de Dunlap, R. 1997, p. 36.

month	b_n	A_n	$(b+A)_n$
1	0	1	1
2	1	1	2
3	1	2	3
4	2	3	5
5	3	5	8
6	5	8	13
7	8	13	21
8	13	21	34
9	21	34	55
10	34	55	89
11	55	89	144
12	89	144	233
13	144	233	377

Los números que se obtienen de la resolución del problema son los siguientes:

1,1,2,3,5,8,13,21,34,55,89,144,233…

La lógica detrás de esta secuencia numérica se puede describir como: un término se genera como la suma de los dos anteriores.

5.11. Presencia de la secuencia Fibonacci en la naturaleza

Esta secuencia está presente en muchas de las manifestaciones de la naturaleza. Desde el ritmo de reproducción de los conejos, el número de pétalos en las flores, la relación entre las espirales opuestas de piñas y girasoles, hasta la proporción de la mano humana y la ramificación de algunas plantas y árboles.

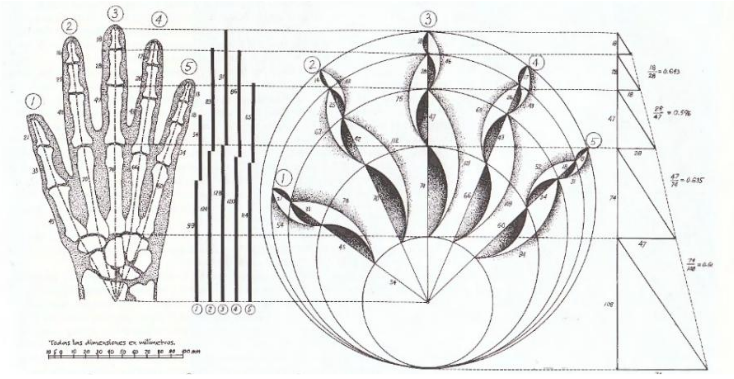


Figura 18. La mano humana y su proporción áurea.
Tomado de Doczi, G. El poder de los límites, 1995.

Figura 19. Forma pentagonal presente en una flor.
Tomado de Doczi, G. El poder de los límites, 1995.

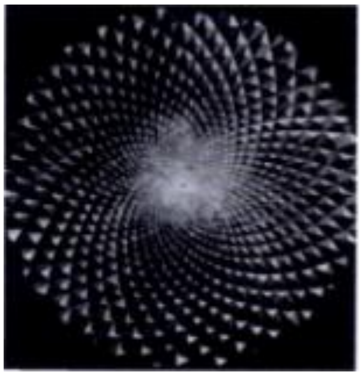


Figura 20. Espirales opuestas en la disposición de las semillas de un Girasol.
Tomado de Doczi, G. El poder de los límites, 1995.

5.12. Relación entre proporción áurea y la secuencia Fibonacci

Existe una relación muy cercana entre la proporción áurea y la secuencia Fibonacci. Esta se puede apreciar al dividir dos números contiguos de la secuencia Fibonacci:

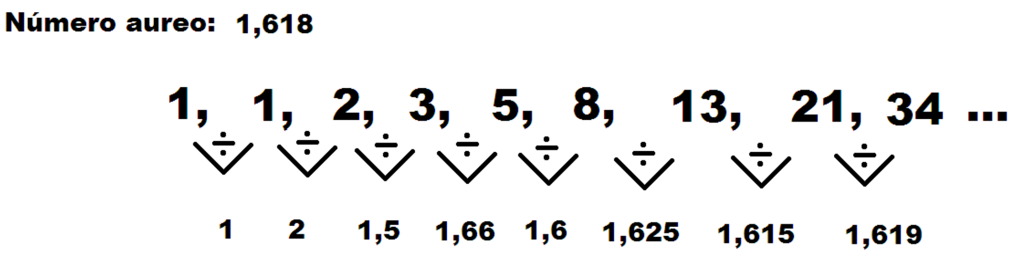


Figura 21. Relación entre la secuencia Fibonacci y la proporción áurea.

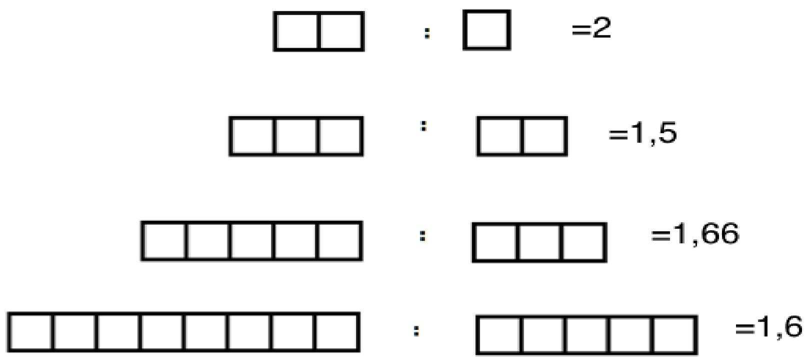


Figura 22. Relación entre la secuencia Fibonacci y la proporción áurea.

Mientras más grandes son los números que se divide, mayor es la exactitud de la proporción en relación al número áureo.

Demostrando esta relación se puede encontrar una relación matemática en algunas de las expresiones de la naturaleza. Estas relaciones a su vez generan una percepción estética agradable, dentro de los cánones occidentales de “belleza”.

5.13. Forma

La manera de interpretación para la forma presentada en este método está basada en el trabajo de Béla Bartók y su aplicación de la proporción áurea dentro de sus composiciones.

Hay que aclarar que Bartók nunca escribió un método formal donde explique la aplicación de principios matemáticos dentro de la forma de una obra. La teoría de que existe un método de aplicación con principios matemáticos fue creada a partir del estudio de varias de sus obras, especialmente por parte de Ernő Lendvai. Este plantea la utilización de un cambio de dinámica en el punto en proporción áurea dentro de la obra (Sans, J y Astor, M. s.f, p. 5-6, 10-11).

En el siguiente gráfico se muestra el análisis anterior dentro primer movimiento de la Música para cuerdas, percusión y celesta de Bartók:

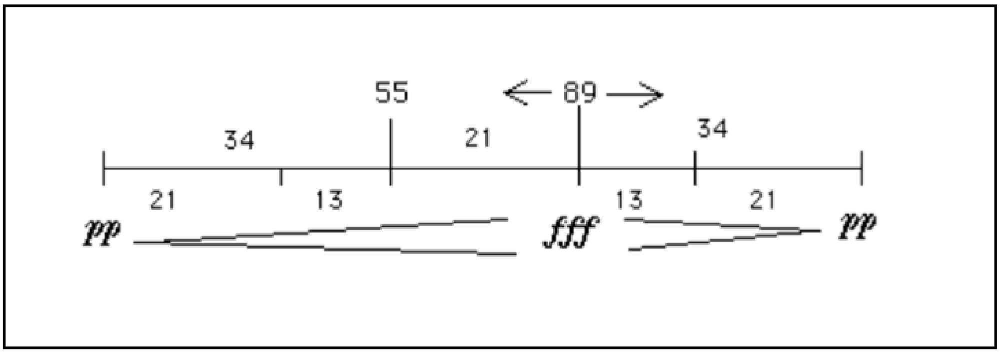


Figura 23. Análisis del primer movimiento de la música para cuerdas, percusión y celesta de Bella Bartók.
Tomado de Dunlap, R. 1997.

Dentro de este análisis, si se divide el número de compases de cada sección (55/34= 1,67) el resultado es un número muy aproximado a la proporción áurea. Además se puede notar que cada sección está dividida en una relación a la proporción áurea (21/13=1,615) (Sans, J y Astor, M. s. f, p. 5-6).

La obra es realizada con relación directa a la proporción áurea así como a la secuencia Fibonacci. Ésta será planteada en término de número de compases así como las secciones y su duración.
El esquema que será efectuado en la actual investigación será el siguiente:
Tres partes las cuales representen 3 plantas de la ciudad de Quito, la Mora, la Tuna y el Taxo. Dentro de cada parte se respetará la proporción de la forma sugerida por el método de Bartók, por lo tanto dentro de cada sección tiene que existir la relación de 0.618 (algo menos de 2/3) y 0.382 (algo más de 1/3).

5.14. Disposición de los instrumentos en el escenario

Dentro de la presentación en vivo del presente método se plantea disponer a los diferentes instrumentos en proporción aurea. Para dicho propósito el escenario será dividido según el siguiente proceso.

Primero se divide el largo del espacio en una relación cuyo resultado sea aproximado a 1,618… Esta puede ser una relación de 8:5.

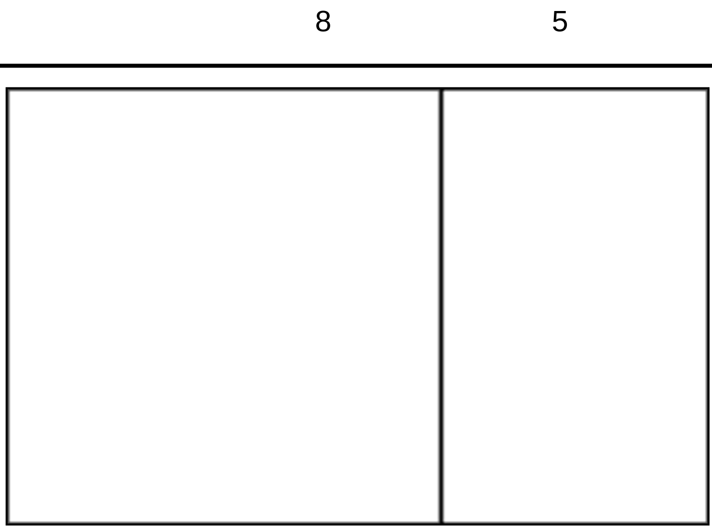


Figura 24. División del espacio de manera áurea.
Tomado de TallerOnLine. 2007.

Después se toma la sección menor resultante de la primera división, y se la divide en la misma relación:

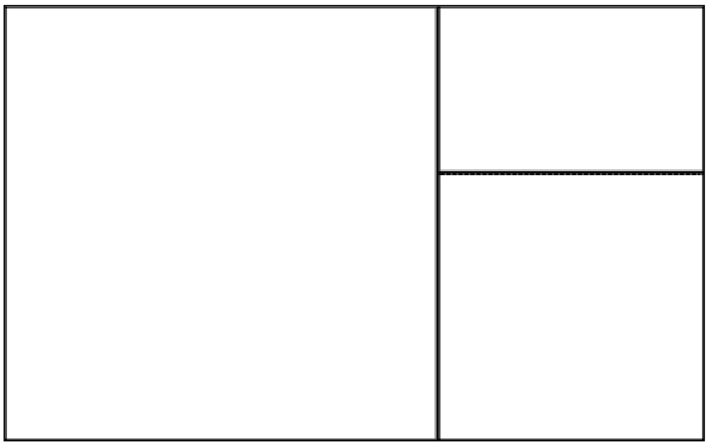


Figura 25. División del espacio de manera áurea.
Tomado de TallerOnLine. 2007.

Siguiendo este proceso se genera el siguiente gráfico:

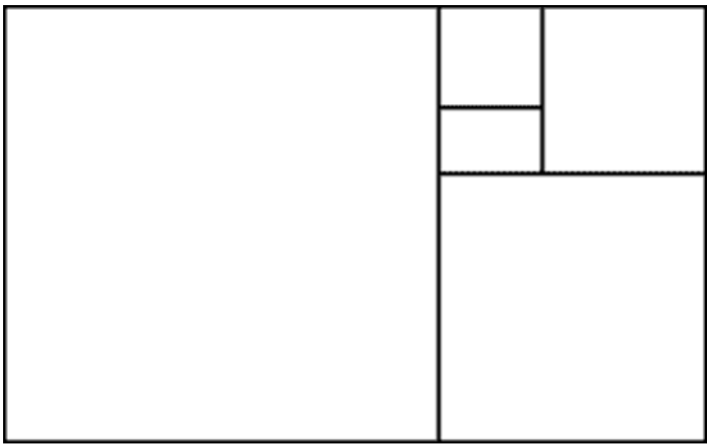


Figura 26. División del espacio de manera áurea.
Tomado de TallerOnLine. 2007.

Se traza una espiral que atraviese las divisiones anteriormente realizadas y se obtiene el siguiente gráfico:

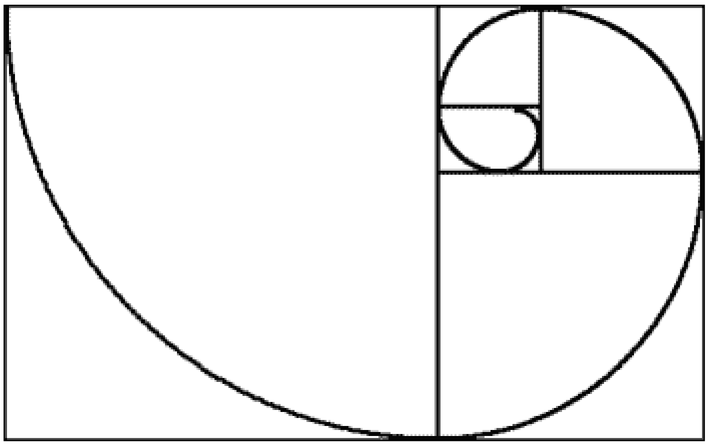


Figura 27. División del espacio de manera áurea. Tomado de TallerOnLine. 2007.

Los instrumentos se dispondrán de la siguiente manera dependiendo de su número y su función dentro de la composición (solistas o acompañantes).

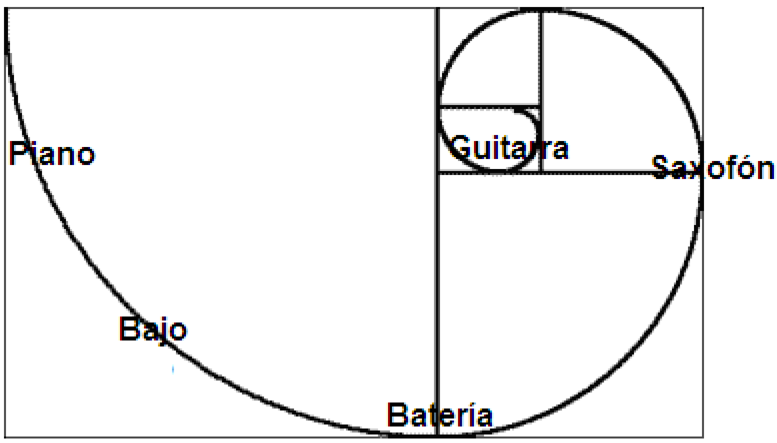


Figura 28. Disposición de los instrumentos de manera áurea.

5.15. Especies de flora utilizados en el presente trabajo

5.15.1. Mora

Descripción morfológica

Arbusto perenne, semierecto, de naturaleza trepadora, que puede alcanzar hasta los 3 m. Tiene varios tallos, de hasta 2 cm de diámetro, que forman una corona en la base de la planta y son redondeados, espinosos y azulados. Las hojas son trifoliadas con bordes aserrados, haz de color verde-azulado, envés gris claro hacia blanco-crema. El fruto es una baya, elipsoide, de color violeta oscuro, individual (Fundación Botánica de los Andes, s.f.).

Distribución geográfica

La mora de Castilla se encuentra desde América Central hasta la zona Andina de América del Sur, es decir en Colombia, Venezuela, Ecuador, Perú y Bolivia. En Ecuador crece desde los 1500 hasta los 3500 metros sobre el nivel del mar (Fundación Botánica de los Andes, s.f.).

5.15.2. Tuna

Descripción morfológica

Árbol o arbusto, abierto pero usualmente erecto, muy espinoso; cladodios obovados, verde-brillosos cuando jóvenes y verde-grisáceos al madurar. Hojas subuladas, pequeñas, rojizas en la punta; espinas hasta 5 cuando jóvenes y más de 10 al madurar, inmaduras de color rojizo y grisáceas al madurar, de hasta 4 cm de largo. Flores inmaduras amarillas, naranjas o rojizas, de hasta 6 cm de largo, en antesis. Pétalos hasta 10, oblongo-retusos. Fruto obovado a oblongo, de hasta 5 cm de largo, usualmente espinoso, rojo y jugoso (Fundación Botánica de los Andes. s.f.).

Distribución geográfica

La tuna de San Antonio es una especie endémica de Ecuador, lo que significa que solo se encuentra en este país. Se la encuentra en valles interandinos secos del centro y norte del país, entre los 1000 y 3000 metros sobre el nivel del mar (Fundación Botánica de los Andes. s.f.).

5.15.3. Taxo

Descripción morfológica

Enredaderas de tallo cilíndrico que poseen hojas trilobuladas, de color verde claro, aserradas. La flor posee 5 pétalos, y estos junto con los sépalos son de color rosado claro. El fruto es alargado y delgado, con pericarpio amarillo al madurar (Campos Espinoza, T. 2001, p. 33)

Distribución geográfica

El Taxo es una especie nativa de la zona Andina de Sudamérica, es decir en Ecuador, Bolivia, Venezuela, Perú, y Colombia.

Esta especie crece entre los 1800 y 3500 metros sobre el nivel del mar (Bernal, J y Díaz, C. 2005, p. 12).

5.16. Cuadro de especies

En el siguiente cuadro se muestran las características de las tres especies tratadas en el presente trabajo, así como su representación gráfica, rítmica y melódica.

Tabla 7. Interpretación numérica de las características geométricas de cada parte de la planta: hoja, flor y fruto.

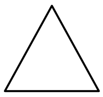
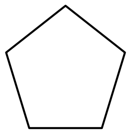
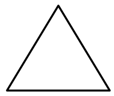
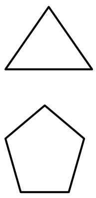
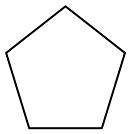
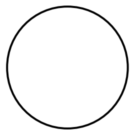
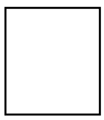
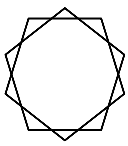
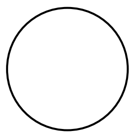
	# de divisiones de la hoja	Figura geométrica de la hoja	# de pétalos de la flor	Figura geométrica de la flor	# de divisiones de un corte trasversal del fruto	Figura geométrica del fruto
Taxo	3		5		3	
Mora	3;5		5		**Indefinido** = 1	
Tuna	4		10		**Indefinido** = 1	

Tabla 8. Interpretación rítmica y armónica de las características geométricas de cada parte de la planta: hoja, flor y fruto.

	Métrica según la figura de la hoja	**# de tonalidades según la figura de la hoja**	**Métrica según la figura de la flor**	**# de tonalidades según la figura de la flor**	**Métrica según la figura del fruto**	**# de tonalidades según la figura del fruto**
Taxo	3/4	3	5/4	5	3/4	3
Mora	3/4; 5/4	3;5	5/4	5	1/4	1
Tuna	4/4	4	5/4	10	1/4	1

6. Capítulo V Análisis de las composiciones

6.1. Taxo

Hoja

Esta sección está representada por el triángulo ya que su forma posee tres ángulos. De esta manera esta sección está compuesta en compás de 3/4 y su armonía está centrada en tres tonalidades, en este caso C, Bb, y D.

Su estructura está dividida en tres segmentos, los cuales a su vez están divididos en dos partes; una que posee 10 compases y la otra 16 compases.

Dividiendo ambos números da como resultado 1,6. Un número aproximado a la sección aurea.

Flor

Esta sección está representada por el pentágono ya que su forma posee cinco ángulos. De esta manera esta sección está compuesta en compás de 5/4 y su armonía está centrada en cinco tonalidades, en este caso C, Bb, D, B y Db.

Su estructura está dividida en tres segmentos, los cuales a su vez están divididos en dos partes; una que posee 10 compases y la otra 15 compases.

Dividiendo ambos números da como resultado 1,5. Un número aproximado a la sección aurea.

Fruto

Esta sección está representada por el triángulo ya que su forma en un corte transversal posee tres ángulos. De esta manera esta sección está compuesta en compás de 3/4 y su armonía está centrada en tres tonalidades, en este caso C, Bb, y D.

Su estructura está dividida en tres segmentos, los cuales a su vez están divididos en dos partes; una que posee 10 compases y la otra 5 compases.

Dividiendo ambos números da como resultado 0,5. Un número aproximado a la sección aurea.

6.2. Mora

Hoja

Esta sección está representada por el triángulo ya que su forma posee tres ángulos. De esta manera esta sección está compuesta en compás de 3/4 y su armonía está centrada en tres tonalidades, en este caso C, A y E.

Su estructura está dividida en dos segmentos; uno que posee 19 compases y otro de 34 compases.

Dividiendo ambos números da como resultado 1,6. Un número aproximado a la sección aurea.

Flor

Esta sección está representada por el pentágono ya que su forma posee cinco ángulos. De esta manera esta sección está compuesta en compás de 5/4 y su armonía está centrada en cinco tonalidades, en este caso C, Bb, D, B y Db.

Su estructura está dividida en dos segmentos en relación 3 a 2, lo que da como resultado 1,5. Un número aproximado a la sección aurea.

Fruto

Esta sección está representada por el círculo ya que su forma en un corte transversal no posee ángulos. De esta manera esta sección está compuesta en compás de 1/4 y su armonía está centrada en una tonalidad, en este caso C.

Su estructura está dividida en dos segmentos; uno que posee 10 compases y el otro 6 compases.

Dividiendo ambos números da como resultado 0,6. Un número aproximado a la sección aurea.

6.3. Tuna

Hoja

Esta sección está representada por el cuadrado ya que su disposición posee cuatro ángulos. De esta manera esta sección está compuesta en compás de 4/4 y su armonía está centrada en cuatro tonalidades, en este caso C, Eb, Gb, A.

Su estructura está dividida en dos segmentos; uno que posee 16 compases y otro de 10 compases.

Dividiendo ambos números da como resultado 1,6. Un número aproximado a la sección aurea.

Flor

Esta sección está representada por el pentágono ya que su forma posee cinco ángulos. De esta manera esta sección está compuesta en compás de 5/4 y su armonía está centrada en cinco tonalidades, en este caso C, Eb, A, B y Db.

Su estructura está dividida en dos segmentos en relación 3 a 2, lo que da como resultado 1,5. Un número aproximado a la sección aurea.

Fruto

Esta sección está representada por el círculo ya que su forma en un corte transversal no posee ángulos. De esta manera esta sección está compuesta en compás de 1/4 y su armonía está centrada en una tonalidad, en este caso Bb.

Su estructura está dividida en dos segmentos; uno que posee 5 compases y el otro 8 compases.

Dividiendo ambos números da como resultado 1,6. Un número aproximado a la sección aurea.

7. Conclusiones y recomendaciones

A partir del presente trabajo se pueden presentar varias conclusiones organizadas a través de sus capítulos.

La relación entre música y naturaleza está determinada según la interpretación de su origen.

Éste es incierto debido a la falta de un registro escrito. A partir de diferentes teorías se puede considerar su origen como una manifestación producida por la naturaleza, es decir por animales y humanos, o una manifestación únicamente humana, como es el caso dentro del presente trabajo. La música es universal, ya que está presente en todas las culturas, por lo tanto estaría dentro de la naturaleza humana. A su vez existe una presencia constante del sistema pentatónico dentro de la creación de melodías en todas las culturas estudiadas, reafirmando la naturaleza de hacer música del ser humano.

La relación entre música y matemáticas es totalmente directa ya que todas las cualidades que definen a la música pueden ser interpretadas mediante cantidades o números. Desde la percepción de un sonido (que es una frecuencia), existe una unión muy estrecha entre estos dos elementos. La escritura musical, donde cada figuración posee un valor exacto dentro del espacio y el tiempo. La teoría musical que ha sido fuertemente influenciada por el estudio de la relación de los diferentes intervalos, hasta la percepción del ritmo dentro de una canción. A partir del estudio de las relaciones presentes entre la música y la matemática se puede concluir que esta última es inherente a la primera, no hay forma de generar música sin la presencia de cantidades y orden, los cuales están representados por números.

La relación entre naturaleza y matemáticas está dada mediante la forma en que los humanos perciben y organizan la información. Para entender y explicar el entorno y los diferentes fenómenos naturales se creó el método científico como una manera de obtener información verdadera, éste utiliza letras y números. Estos últimos se utilizan como símbolos que representan cantidades exactas.

La información obtenida a partir de dicho método es en parte representada por números por lo tanto la forma de organizar e interpretar dicha información es en parte matemática.

La relación entre naturaleza y matemáticas también está presente en la forma de crecimiento y disposición de las diferentes estructuras de animales y plantas. Las figuras geométricas cumplen un papel muy importante en estos procesos debido a la relación armónica presente en las mismas. De igual manera en la naturaleza existen formas y proporciones recurrentes de las cuales se han definido dos muy claramente: la secuencia Fibonacci y la proporción áurea, ambas estrechamente ligadas. Éstas se encuentran presentes en número de pétalos, disposición de sus partes y número de hojas en las plantas y en la secuencia numérica en la reproducción y la estructura de algunos animales.

El método presentado en esta investigación ha vinculado tres elementos: la música, la naturaleza y las matemáticas y sus relaciones para así lograr plasmar las características visuales de las plantas dentro de la composición e interpretación musical. Esto se logró a través de la interpretación de figuras geométricas presentes en la naturaleza. Estas figuras han sido interpretadas a valores numéricos y a su vez a parámetros musicales logrando una relación entre sus tres principales componentes: la música, las matemáticas y la naturaleza.

Esto genera una posibilidad de composición en la cual la música está basada en imágenes, por lo tanto se crea una transformación de lo visual a lo sonoro, abriendo un campo ilimitado de posibilidades, en donde el sonido no es necesariamente la fuente de creación sino el resultado de la interpretación de otro de los sentidos humanos. La utilización de la naturaleza dentro de la composición musical es otro punto importante, ya que permite crear un vínculo directo con el entorno, dejando cierta objetividad dentro de la composición, y evitando que ésta sea solamente la expresión de una persona en concreto. El presente trabajo además ha generado un aporte de identidad mediante la utilización de especies de plantas nativas de Quito.

Es importante mencionar que las posibilidades de composición son infinitas. El aporte de este trabajo trata de abrir una de estas posibilidades para así lograr una mayor variedad de formas y estilos musicales.

REFERENCIAS

Anónimo. (s.f.) *Matemática en la música.* Recuperado el 20 de diciembre del 2015 de http://www.sectormatematica.cl/musica/matematica%20en%20la%20musica.pdf.

Antokoletz, E y Susanni, P. 2011. *Béla Bartók Research and information guide.* Estados Unidos: Rutledge.

Arbonés, J y Milrud, P. 2011. *La armonía es numérica, música y matemáticas*. Editorial RBA.

Arenzana Hernández y V. Arenzana Romeo, J. 1998. Aproximación matemática a la música. España: *Revista de didáctica de las matemáticas*. *Volumen 35, páginas 17-31.*

Audubon, J. 2001. *Birdsong in Messiaen's music.* Recuperado el 23 de febrero del 2016 de http://www.oliviermessiaen.org/birdsongs.html

Birkhoff, G. 1933. Aesthetic measure. Estados Unidos: Harvard university press.

Blanco. E (2010). *Béla Bartók.* Recuperado el 20 de diciembre del 2015 de http://www.enriqueblanco.net/eblanco/blog/archives/2010/10/bartok-5.pdf

Bocel, C. 2001. La divina proporción. España: Ediciones UPC.

Campbell, N y Reece, J. 2007.*Biología. España:* Editorial médica panamericana.

Coronado, C. 2016. Aproximación a cómo escuchar la música*. Revista digital: temas para la educación No 34.*

Chornik, K. 2010. *Ideas evolucionistas en "los orígenes de la música y la música primitiva" un ensayo inédito de Alejo Carpentier*. Reino Unido: Open university.

Doczi, G. El poder de los límites, 1995. *El poder de los límites.* Argentina: Editorial Troquel.

Dunlap, R. 1997. *The Golden ratio and the Fibonacci numbers.* Recuperado el 12 de febrero del 2016 de http://www.worldscientific.com/doi/pdf/10.1142/9789812386304_fmatter

Ghyka, M. 1946. *Geometry of Art and Life.* Estados Unidos, New York: Dover Publications.

Grabner, H. 2001. *Teoría general de la música*. España: Editorial Akal.

Hernanz, I. 2015. *Figuras rítmicas.* Recuperado el 20 de Julio del 2016 de http://thebluebluedanube.blogspot.com/2015/01/nociones-basicas-sobre-musica.html

Hewitt, P. 2007. *Física conceptual.* México: PEARSON EDUCATION, décima edición.

Jensen, C. 1992. *A theorical work of late seventeenth-century muscovy: Nikolai Diletskii's Grammatika and the earliest circle of fifths.* Recuperado el 10 de diciembre del 2016 de http://www.jstor.org/stable/831450?seq=1#fndtn-page_scan_tab_contents.

Jimeno, A. 2013. *Aula 2015.* Recuperado el 23 de enero del 2016 de http://www.aula2005.com/html/cn1eso/17invertebratsartropodes/17artropodes2es.htm.

Knott. R. (2015). *La sucesión de Fibonacci en la naturaleza.* Recuperado el 20 de diciembre del 2015 de http://www.neoteo.com/la-sucesion-de-fibonacci-en-la-naturaleza

Kraft, D. 2000. *Birdsong in the music of Oliver Messiaen. Inglaterra: Middlesex University.*

Latham A. (2008). *Oxford Diccionario enciclopédico de la música.* México. Fondo de cultura económica.

Mcdermott J, Hauser, M. 2005. *THE ORIGINS OF MUSIC: INNATENESS, UNIQUENESS, AND EVOLUTION.* Estados Unidos: The University of California.

Pacioli, L. 2008. *La divina proporción.* España: Ediciones Akal.

Peralta, J. 1998. *La matemática en el arte, la música y la literatura.* España. Tendencias pedagógicas. Nº extraordinario 2 (1998): 235-244, Universidad autónoma de Madrid.

Polanía Sagra, C y Sánchez Zuleta, C. 2007. *Un acercamiento al pensamiento geométrico.* Colombia, Medellín: Universidad de Medellín.

RAE, 2015. *Diccionario de la lengua española.* Recuperado el 20 de diciembre del 2015 de http://dle.rae.es/?id=H0r0IKM

Rothenberg D, Ulvaeus M. (2009). *The book of Music and Nature.* Estados Unidos: Wesleyan.

Salvat, 1972. *Enciclopedia Salvat.* España, Barcelona: Salvat editores.

Sánchez. C. (s.f.). *Del número áureo a la sucesión de Fibonacci. Una curiosa relación.* Recuperado el 20 de diciembre del 2015 de http://casanchi.com/mat/numeroaureo01.pdf

Sans, J y Astor, M. (s.f). *Béla Bartók.* Venezuela: Universidad Central de Venezuela.

Sarmiento, P. 2007. *Dodecafonismo, atonalismo y serialismo.* Colombia: Universidad Nacional de Colombia.

Scha, R y Bod, R. 1993. *Computacional Esthetics.* Recuperado el 20 de Julio del 2016 de http://iaaa.nl/rs/compestE.html

Schiltz, K. 2015. *Music and Riddle Culture in the Renaissance.* Recuperado el 20 de Julio del 2016 de https://books.google.com.ec/books?id=1Vi3BwAAQBAJ&pg=PA366&dq=tempus+perfectum+prolatio+maior&hl=es&sa=X&redir_esc=y#v=onepage&q=tempus%20perfectum%20prolatio%20maior&f=false

Soler, A. 2013. *Margaritas de varios colores.* Recuperado el 18 de enero del 2016 de https://fotosdeflores2.blogspot.com/2013/05/margaritas-de-varios-colores.html

Szabolcsi, B. (1943). *Five-Tone Scales and Civilization*. Acta Musicologica, 15(1/4), 24-34. doi:1. Recuperado de http://www.jstor.org/stable/932058 doi: 1

TallerOnLine. 2007. *La divina proporción.* Recuperado el 26 de mayo del 2016 de http://www.talleronline.com/dibujo/ii-divina-proporcion-746.html

Tomasini, M. 2003. *El numero sagrado en el arte.* Argentina: Universidad de Palermo.

USFQ, 2012. *Quito declara su flora y fauna patrimoniales y emblemáticas con colaboración de Profesores USFQ.* Recuperado el 13 de septiembre del 2015 de http://noticias.usfq.edu.ec/2012/07/quito-declara-su-flora-y-fauna.html

Weisstein, E. s.f. *"Geometry".* Recuperado el 26 de enero del 2016 de http://mathworld.wolfram.com/Geometry.html.

Wells, R. 2008. *The sound of numbers.* Estados Unidos: Department of Mathematics and Computer Science Saint Joseph’s University.

Weyler, F. 1843. *Elementos de botánica. España:* Palma.

ANEXOS

Taxo

Score

Pedro Morejón


Cm7
Bmaj7
D♭maj7
Dm7
Dm7/B
45
Fruto
Cmaj7
Dm7
Fmaj7
Em7
Am7
B♭maj7
Cmaj7
50
Cmaj7
Dm7
Fmaj7
Em7
Am7
B♭maj7
Cmaj7
55
B♭maj7
B♭maj7
Am7
Gm7
60
B♭maj7
B♭maj7
Am7
Gm7
Gmaj7
62

Score

Mora

Pedro Morejón


Dmaj7
Bbmaj7
Dmaj7
Bbmaj7
47
Dbmaj7
Gbmaj7/Db
Bmaj7
51
Gmaj7
Fmaj7
Gmaj7
Fmaj7
55
Cmaj7
Bm7
Bbmaj7
A7
59
Fruto
Dm9
Am7
63
Cmaj7
Am7
71
Dm9
Am7
79
Cmaj7
Am7
87

Score

Tuna

Pedro Morejón


E♭maj 7
B maj 7
B♭m7
36
A maj 7
1.
F maj 7
A♭7
40
A maj 7
2.
F maj 7
44
Fruto
B♭maj 7
D m7
C m7
E♭maj 7
48
B♭maj 7
D m7
C m
E♭maj 7
53