



FACULTAD DE INGENIERÍA Y CIENCIAS AGROPECUARIAS

DESARROLLO DE UN MÉTODO DE SÍNTESIS SONORA UTILIZANDO LA
PROPORCIÓN ÁUREA Y LA SUCESIÓN DE FIBONACCI, A TRAVÉS DEL
LENGUAJE DE PROGRAMACIÓN MAX/MSP.

Trabajo de Titulación presentado en conformidad con los requisitos
establecidos para optar por el título de Ingeniera en Sonido y Acústica.

Profesor Guía

Ing. Marcelo Darío Lazzati Corellano

Autora

Valeria Natacha Villarreal Villarreal

Año

2013

DECLARACIÓN DEL PROFESOR GUÍA

“Declaro haber dirigido este trabajo a través de reuniones periódicas con la estudiante, orientando su conocimientos y competencias para un eficiente desarrollo del tema escogido y dando cumplimiento a todas las disposiciones vigentes que regulan los Trabajos de Titulación.”

Marcelo Darío Lazzati Corellano

Ingeniero en Ejecución de Sonido

CI: 171163573-8

DECLARACIÓN DE AUTORÍA DE LA ESTUDIANTE

“Declaro que este trabajo es original de mi autoría, que se han citado las fuentes correspondientes y que en su ejecución se respetaron las disposiciones legales que protegen los derechos de autor vigentes.”

Valeria Natacha Villarreal Villarreal

CI: 172350363-5

AGRADECIMIENTOS

Al Ing. Marcelo Lazzati por su guía y consejo experto en la consecución no sólo de esta tesis sino de toda mi carrera universitaria.

A PubliOrión porque cada vez que su ayuda fue necesaria, las puertas siempre estuvieron abiertas para mí

A todas las personas que me guiaron de una u otra forma en este proyecto.

DEDICATORIA

A Dios por todas las bendiciones recibidas, porque en mis momentos de oscuridad pude aún sentir tu mano guiándome.

A mis padres Patricio y Miriam, mis hermanos Daniel, Tania y mis abuelitos quienes me enseñaron el valor del trabajo y la familia, de lo que significa el apoyo incondicional; por las invaluable enseñanzas, por ser mi guía y ejemplos que deseo seguir.

A mis amigos Pipo, Dani, Gina y Vicky: por caminar junto a mí durante tantos años, por las experiencias vividas, porque su amistad, compañía, consejo y cariño han sido infaltables.

A mis amigos de la universidad por haber hecho de esta, una muy buena época en mi vida.

Solo resta decir: ¡¡Bring the awesome!!

RESUMEN

Esta tesis propone un método de síntesis por modulación de frecuencia, donde a los elementos necesarios para su implementación se les ha proporcionado un diseño con relación a la proporción áurea y la serie de Fibonacci, luego, la síntesis se ha programado en el entorno Max/MSP para tener como resultado final una interfaz de usuario que puede ser manejada a través de un controlador MIDI.

Los resultados obtenidos han sido analizados en dos aspectos: musical y técnico. Para el primer caso se toma como punto de comparación las características del sistema musical temperado y en el segundo caso se utiliza análisis espectral que permiten determinar el comportamiento acústico de los resultados sonoros obtenidos con el sintetizador.

Al final se presenta un instrumento que permite entender de mejor forma a la síntesis por modulación de frecuencia, sus ventajas y desventajas sumándole características musicales en un sistema no tradicional, todo ello para ser utilizado como una herramienta diferente para la experimentación, interpretación y composición musical.

ABSTRACT

This thesis proposes a frequency modulation synthesis, in which the elements necessary for its implementation have been designed in relationship to the golden ratio and the Fibonacci series, afterwards, the synthesis has been programmed in the Max/MSP environment to obtain as final result a user's interface which can be operated through a MIDI controller.

The results obtained have been analyzed in two aspects: musical and technical. For the first case, the characteristics of the temperate musical system have been taken as comparison points whereas in the second case, spectral analysis has been used to determine the acoustic behavior of the sound results obtained from the synthesizer.

In the end, an instrument is presented, which allows a better understanding of synthesis by modulation of frequency, its advantages and disadvantages, including musical characteristics in an unconventional system, all of this to be used as a different tool in the experimentation, interpretation and composition of music.

ÍNDICE

INTRODUCCIÓN	1
Antecedentes	1
Justificación	2
Alcance	2
Objetivos.....	2
Objetivo general.....	2
Objetivos específicos	2
Hipótesis.....	3
1. MARCO TEÓRICO	4
1.1. Conceptos y propiedades físicas básicas del sonido	4
1.1.1. Sonido	4
1.1.2. Velocidad del sonido	5
1.1.3. Frecuencia, período y longitud de onda	5
1.1.4. Amplitud	6
1.1.5. Fase	6
1.1.6. Envolvente.....	7
1.2. Audio Digital	8
1.2.1. Muestreo	8
1.2.2. Cuantificación.....	12
1.3. Síntesis sonora.....	13
1.4. Síntesis analógica	13
1.5. Síntesis digital	14
1.6. Componentes de Síntesis.....	15

1.6.1.	VCO.....	15
1.6.2.	VCF	15
1.6.3.	EG	16
1.6.4.	VCA.....	17
1.6.5.	LFO	17
1.7.	Métodos de síntesis.....	18
1.7.1.	Aditiva.....	18
1.7.2.	Substractiva.....	19
1.7.3.	Granular	19
1.7.4.	Tabla de ondas.....	19
1.7.5.	Modulación de amplitud.....	20
1.7.6.	Modulación de frecuencia.....	21
1.8.	Breve historia de los sintetizadores	24
1.9.	Phi y su explicación matemática.....	27
1.10.	Phi en la geometría.....	28
1.11.	La serie de Fibonacci.....	29
1.12.	Phi y la serie de Fibonacci en la naturaleza	31
1.13.	Phi y la serie de Fibonacci en la música	33
1.14.	Max/MSP	39
2.	DESARROLLO	53
2.1.	Desarrollo experimental.....	53
2.2.	Determinación de los elementos de síntesis.....	53
2.3.	Análisis preliminar para la determinación de las formas de ondas a usar	55

2.4.	Especificación de la proporción áurea en los elementos de síntesis y establecimiento del código de programación.....	56
2.5.	Funcionamiento general del <i>patch</i> principal.....	82
2.6.	Creación del <i>patch</i> polifónico.....	86
2.7.	Interfaz de usuario.....	93
2.8.	Evaluación de la aplicación.....	95
2.8.1.	Características musicales a ser valoradas.....	96
2.8.2.	Características técnicas a ser valoradas.....	97
3.	PRESENTACIÓN Y ANÁLISIS DE RESULTADOS ...	99
3.1.	Porcentajes de uso del CPU del sintetizador en distintas circunstancias.....	99
3.2.	Resultados y análisis de las formas de ondas.....	104
3.3.	Resultados y análisis de la afinación.....	106
4.	ANÁLISIS ECONÓMICO.....	125
5.	PROYECCIONES.....	129
6.	CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES.....	131
6.1.	Conclusiones.....	131
6.2.	Recomendaciones.....	133
	REFERENCIAS.....	135
	ANEXOS.....	138

INTRODUCCIÓN

Antecedentes

La estructura de la música occidental tal y como la conocemos en este momento con sus notas, intervalos, escalas, entre otros elementos fue definida hace muchos años y en la actualidad, se encuentra inmensamente difundida por el mundo, además se sabe que estos elementos musicales principalmente los intervalos poseen una relación matemática definida; de igual forma la síntesis de sonido aparecida hace más de cincuenta años, ha logrado definir durante todo este tiempo, elementos o componentes básicos para su implementación y gracias al trabajo de Dave Smith en los años 80, hoy todo esto está gobernado por el protocolo MIDI (Manning, 2004, pp. 266-267) en donde el rango 0 a 127 es un estándar, sin embargo, ¿Qué ocurre si a estos dos sistemas se les aplica una relación diferente? ¿Qué sucede si se definen varios de estos elementos con dicha relación para formar una estructura distinta? ¿Qué sucede si esa relación es un número importante y para algunos, rodeado de misticismo como lo es Phi?

El trabajo aquí presentado busca responder estas interrogantes al basar el diseño de un método de síntesis sonora, en el número Phi y la serie de Fibonacci.

El desarrollo de los ordenadores en los últimos años, ha hecho de éstos, herramientas importantes en las tareas de la vida diaria y la música sin duda alguna es una de ellas, es gracias a los computadores y los instrumentos electrónicos, que hoy en día la experimentación musical, está al alcance de mucha gente, más de lo que hace veinte años pudo haberse pensado, Tomando provecho de esta realidad se puede proponer el presente tema de titulación, al utilizar como medio para su consecución el entorno de programación Max/MSP.

Justificación

Diversificar la creación musical al poseer un nuevo modelo para la creación de sonidos, de tal forma que tanto productores musicales, ingenieros de sonido y músicos pueden hacer uso de este trabajo.

El trabajo final entregado a la universidad puede ser utilizado posteriormente por los estudiantes de la carrera para poder experimentar un nuevo método de síntesis, así mismo, compararlo con otros ya conocidos o ser usado para la producción musical que se realiza en la universidad. Finalmente la síntesis sonora usando el número de oro y la serie de Fibonacci puede ser usado para realizar pruebas o experimentos para definir sus comportamientos psicoacústicos, musicales y técnicos.

Alcance

El desarrollo de un método de síntesis usando la proporción áurea y la serie de Fibonacci ha sido realizado mediante el software de programación Max/MSP que, en la presentación final del proyecto implementa una interfaz gráfica controlada por un controlador MIDI, donde además de formas de onda, existen los elementos que se consideran más importantes para la síntesis por modulación de frecuencia que ha sido el método elegido en esta investigación. Estos elementos están definidos haciendo uso de la proporción áurea y/o la serie de Fibonacci. Por lo tanto se hará uso de la electroacústica, teoría musical y programación por computadora para la consecución del proyecto.

Objetivos

Objetivo general

- Desarrollar un método de síntesis sonora que posea como base de diseño la proporción áurea y la serie de Fibonacci, a través del lenguaje de programación MAX/MSP.

Objetivos específicos

- Determinar el número adecuado de elementos del método de síntesis sonora, considerando la proporción áurea y la serie de Fibonacci como parámetros del diseño.

- Determinar por medio de un análisis las formas de ondas a usar.
- Implementar los elementos de síntesis elegidos en el entorno de programación por objetos MAX/MSP.
- Evaluar el método de síntesis desarrollado a través de un grupo focal que defina los aspectos positivos y negativos tanto técnicos como musicales.

Hipótesis

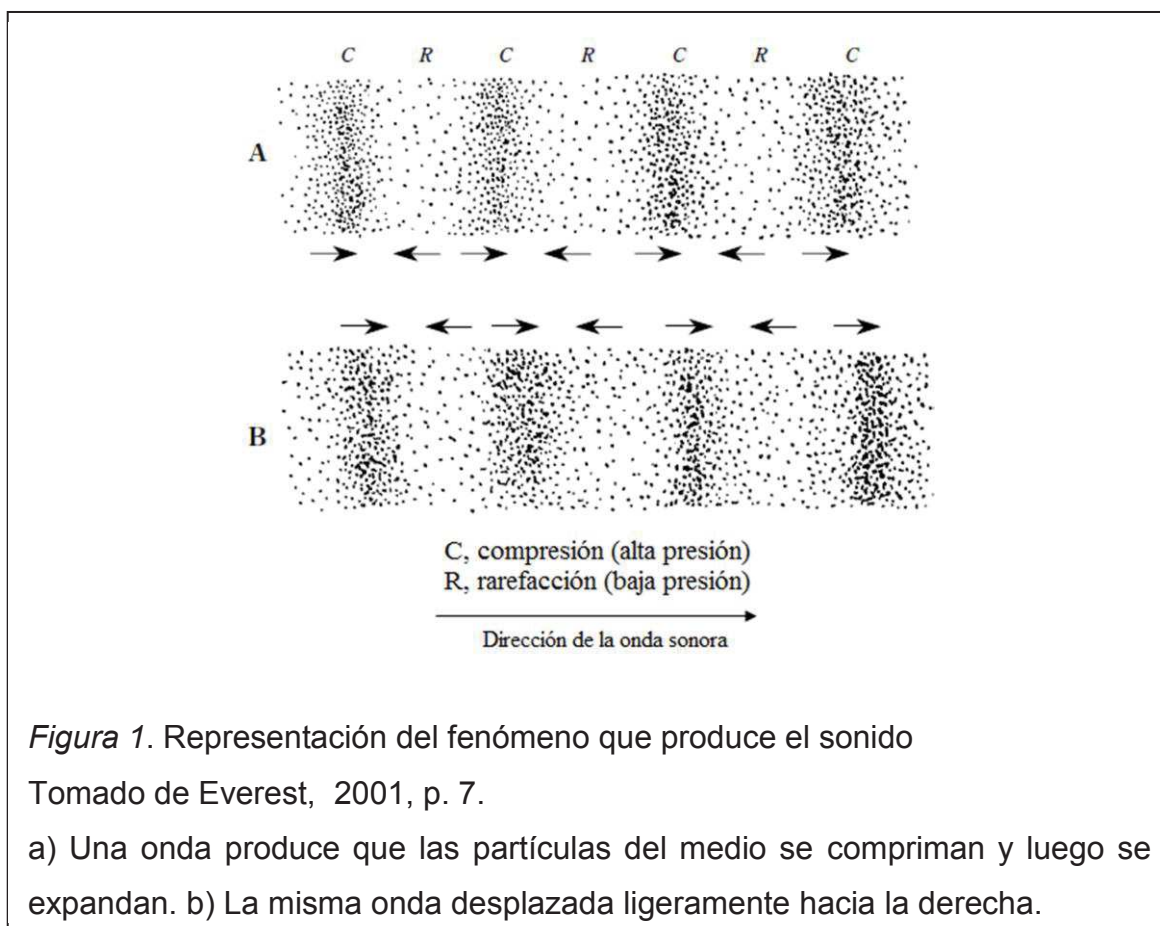
Se asume como hipótesis del presente proyecto que es posible la implementación de un sintetizador virtual de sonido sobre la plataforma de programación MAX/MSP, que considere a la proporción aurea y a la serie de Fibonacci en su método de síntesis, para la generación de sonidos susceptibles de una evaluación técnico-estética favorable de parte de usuarios dedicados a la producción musical así como de aficionados a la música en general.

1. MARCO TEÓRICO

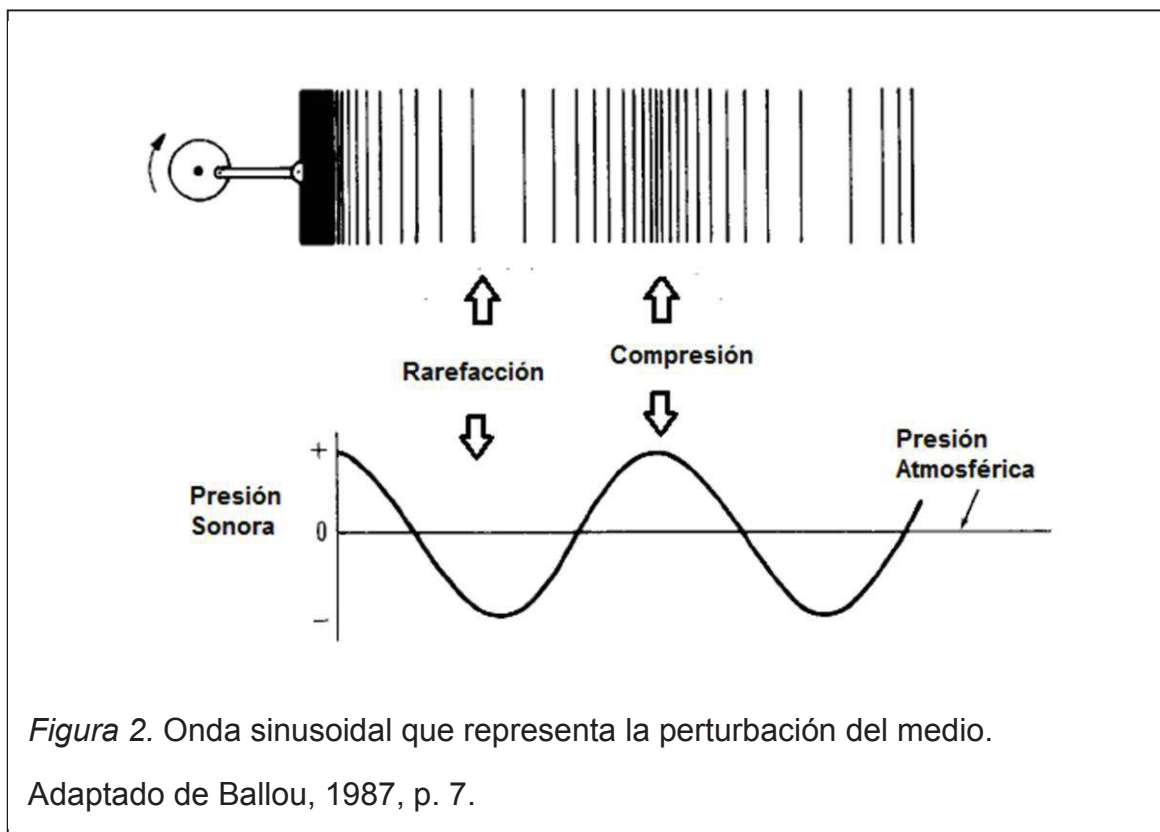
1.1. Conceptos y propiedades físicas básicas del sonido

1.1.1. Sonido

Se define sonido como el movimiento o perturbación de un medio elástico y que resulta audible. Al ser una perturbación esto implica el movimiento de partículas, además de una variación de presión, es decir, las partículas del medio donde se produce el sonido crearán áreas de compresión donde existe mayor presión y áreas de rarefacción donde las partículas se encuentran más separadas y por lo tanto existe menos presión como se observa en la figura 1.



Tal como en la figura 2 este fenómeno puede ser representado en forma de onda y en el caso más simple como una onda sinusoidal.



Cualquier onda sonora posee varias propiedades básicas que se explicarán a continuación.

1.1.2. Velocidad del sonido

El sonido puede propagarse en cualquier medio elástico y de acuerdo a cual éste sea y la temperatura a la que se encuentra, su velocidad varía, así en el aire con una temperatura de 23°C la velocidad del sonido es de 345 m/s.

1.1.3. Frecuencia, período y longitud de onda

La frecuencia se denomina al número de oscilaciones, perturbaciones o ciclos que la onda produce en un segundo, se expresa en Hercios (Hz) y se encuentra altamente relacionada con el período de una onda que es el tiempo que le toma en cumplir un ciclo completo, es decir, el tiempo que ha pasado entre una perturbación y la siguiente y medido en segundos (s).

$$f = \frac{1}{T} \quad (\text{Ecuación 1})$$

Donde: f es la frecuencia en Hercios (Hz) y T el período en segundos (s).

Los sonidos periódicos son aquellos donde se repite el comportamiento o perturbación después de cierto tiempo, la distancia que existe entre una perturbación y su repetición se conoce como longitud de onda y está representada por λ . Se puede expresar la frecuencia a través de esta magnitud, de la siguiente forma:

$$f = \frac{c}{\lambda} \quad (\text{Ecuación 2})$$

Donde: f es la frecuencia en Hercios (Hz), c es velocidad del sonido en metros/segundo (m/s) y λ es la longitud de onda en metros (m).

1.1.4. Amplitud

De acuerdo a la figura 2 se puede observar las zonas de compresión y rarefacción que, como ya se mencionó, se refieren a variaciones de presión las cuales son muy pequeñas en lo que respecta a valores audibles, los mismos que van desde 20 μ Pascales a 20 Pascales.

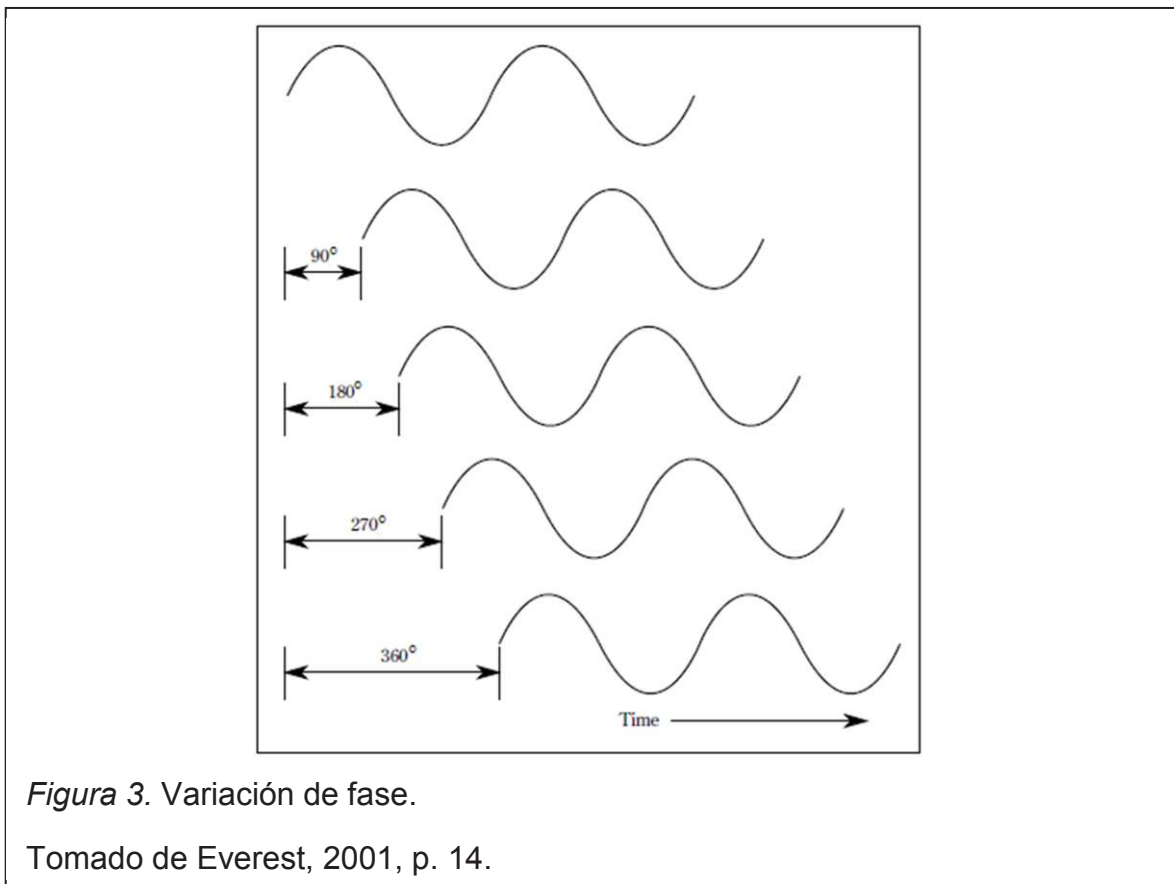
Cuando se produce compresión de partículas la onda sinusoidal se encuentra en su punto máximo de desplazamiento y cuando existe rarefacción se coloca en su punto mínimo, así también existe un punto de equilibrio. Es al valor máximo que alcanza la onda lo que se conoce como amplitud, es decir, la variación máxima de una oscilación en un ciclo.

1.1.5. Fase

Una onda puede ser presentada como una rotación cíclica y por lo tanto como una variación en grados. La posición en grados, en cierto tiempo de la onda se conoce como fase.

Es muy común usar este término para poder indicar la diferencia de tiempo entre dos ondas; así cuando dos ondas se encuentran en fase, implica que ambas se hallan en la misma posición en el mismo instante de tiempo y esto produce que sus amplitudes se sumen al igual que sus componentes armónicas, cuando se encuentran en desfase una de ellas está desplazada cierta cantidad de grados, esto provocará la disminución de la amplitud así como de sus componentes armónicos, dependiendo del tipo de ondas y del

valor de desfase, estos fenómenos pueden ser más acentuados e incluso provocar una cancelación total; cuando existe un desfase de 90° significa que una onda está un cuarto de su valor retrasada con respecto a la otra, si es 180° indica la mitad de su valor y si es 360° esto representa que las ondas están nuevamente en fase.



1.1.6. Envoltente

La amplitud de un sonido es variable en el tiempo y debido a esto diferentes sonidos poseen diferentes formas o comportamientos. La línea que se consigue al unir los picos (de amplitud) de ciclos continuos se conoce como envoltente. Las envoltentes de los sonidos difieren entre sí, de tal forma que la envoltente de la voz humana es muy diferente de un instrumento percusivo y de ahí la importancia de su determinación (véase la figura 4).

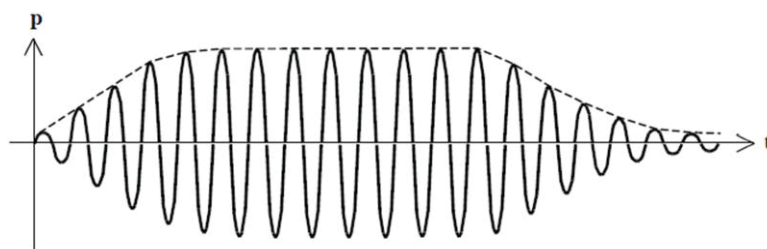


Figura 4. La línea punteada representa a la envolvente.

Tomado de Miyara, 2004, p. 9.

1.2. Audio Digital

Al hablar tanto de audio analógico o digital se hace referencia implícitamente a la forma en que el sonido es representado y almacenado. En el caso del audio análogo se denomina así debido a que es una representación de valores continuos y equivalente a la señal original, ya sea esta eléctrica, mecánica, etc.

Por otro lado el audio digital es una representación de las mismas señales pero usando valores discretos, es decir, usando números específicos o predeterminados de acuerdo al sistema por el cual el audio es procesado.

Transformar audio análogo al dominio digital precisa de dos procesos principales que son el muestreo y la cuantificación, ambos realizados mediante un convertidor análogo-digital.

1.2.1. Muestreo

Consiste en tomar muestras periódicas de una señal, la frecuencia con la que estas muestras deben ser tomadas está regido por el teorema de muestreo comúnmente acreditado a Harry Nyquist debido a que “fue el primero en expresar este teorema en términos coherentes de comunicación” (Pohlmann, 2002, p. 20).

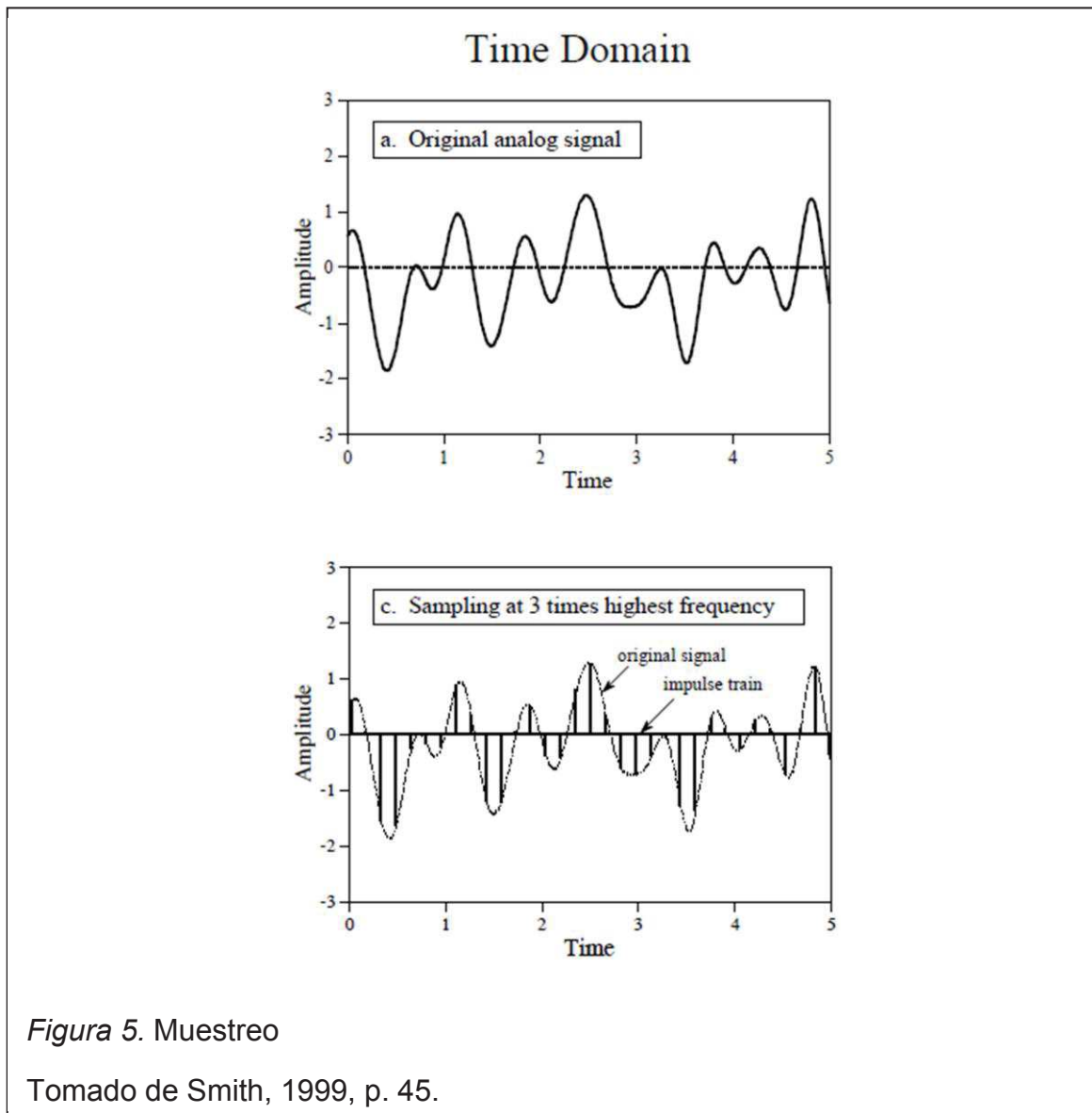
Este teorema principalmente declara que una señal análoga para poder ser digitalizada correctamente debe estar limitada en un ancho de banda y que la frecuencia de muestreo o *sample rate* debe ser el doble de la frecuencia máxima a ser muestreada. Es decir que:

$$f_s \geq 2f_{\max} \quad (\text{Ecuación 3})$$

Donde: f_s , es la frecuencia de muestreo y f_{\max} es la frecuencia máxima a ser muestreada.

Para limitar una señal en ancho de banda se hacen uso de filtros pasa bajos que poseen una cierta disminución de dB/octava dependiendo de las características del filtro.

En la figura 5 se puede observar en primera instancia una señal análoga representada en el dominio de tiempo así como de frecuencia, a continuación se puede notar la señal muestreada a un valor tres veces mayor a la frecuencia máxima, se observa que estas muestras crean o reconstruyen la forma que tenía la señal original.



En el caso específico del audio se sabe que la frecuencia máxima de la audición es 20 kHz, sin embargo, al aplicarle el filtro pasa bajos mencionado se debe tomar en cuenta que este actúa luego de los 20 kHz y es importante dejar un margen de frecuencias, por esta razón la frecuencia máxima es en realidad 22050 Hz, de tal modo que, la frecuencia de muestreo o frecuencia Nyquist será el doble de esta, 44100 Hz.

Cuando una señal no es muestreada correctamente se produce el fenómeno conocido como *aliasing* y cuyo efecto es que se crean falsas componentes de la señal debido al inframuestreo. Tal como Pohlmann lo describe: “Cuando la

señal de audio se incrementa, disminuye el número de muestras por ciclo. Al alcanzar la frecuencia de Nyquist existen dos muestras por ciclos, el mínimo número de muestras para registrar el carácter bipolar de la señal. Con frecuencias más altas, el proceso de muestreo continuará creando muestras a su ritmo (frecuencia de muestreo), pero estas muestras representan una información errónea de la señal, manifestándose como frecuencias de *aliasing*.” (Pohlmann, 2002, p. 25)

Estas frecuencias están gobernadas por la ecuación siguiente:

$$F_a = Nf_s \pm F \quad (\text{Ecuación 4})$$

Donde: F_a es la frecuencia de *aliasing*, N es un número entero y F una frecuencia que supera a la frecuencia de muestreo.

En la figura 6 se puede observar el fenómeno de *aliasing* en el dominio de frecuencia. El primer gráfico representa la señal de entrada limitada en ancho de banda, la segunda es el resultado cuando la señal ha sido muestreada y aparecen imágenes que son múltiplos de la frecuencia de Nyquist, el tercero muestra una señal que no ha sido limitada en el ancho de banda, en el último gráfico se nota que los espectros de las señales se solapan debido a los falsos componentes producidos por el *aliasing*.

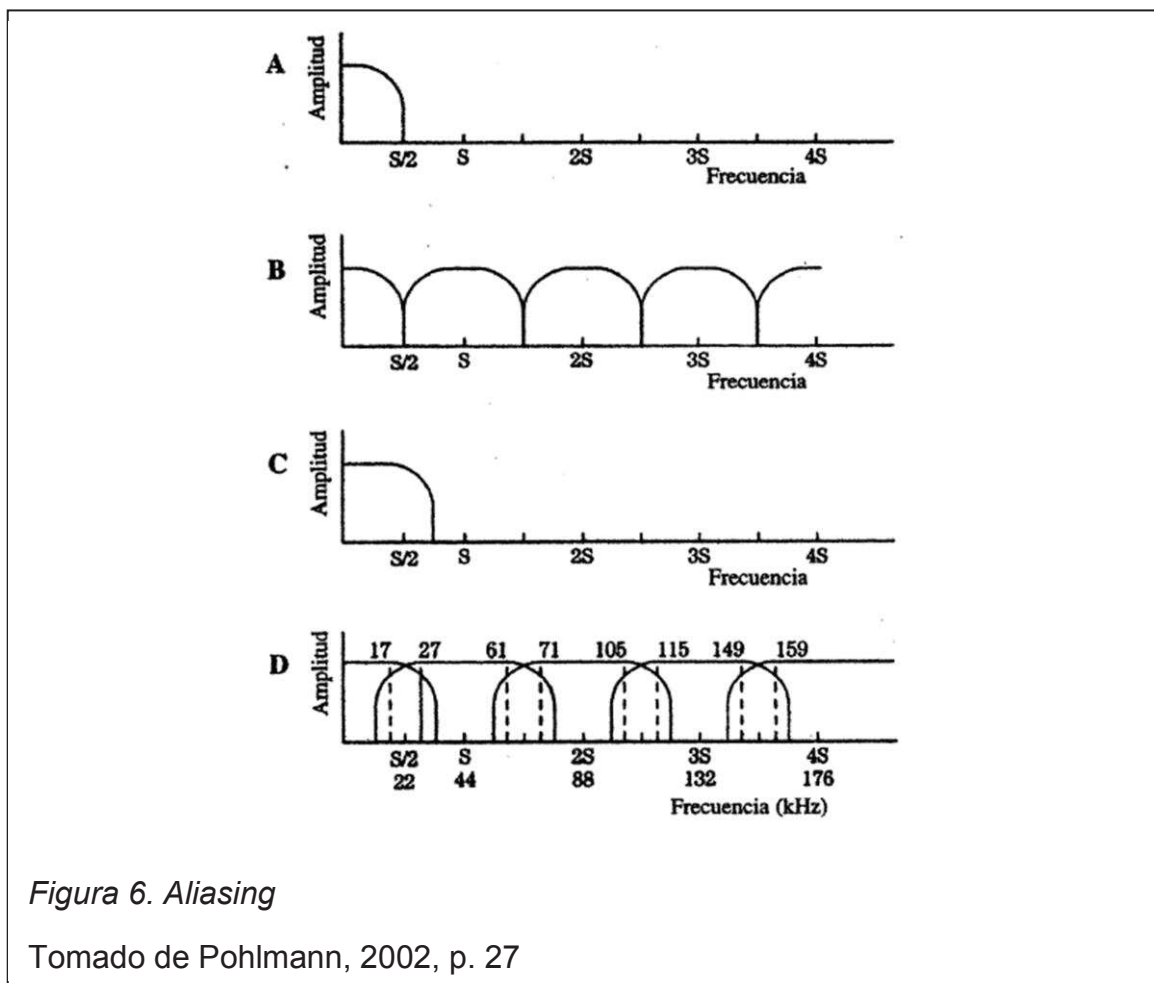


Figura 6. Aliasing

Tomado de Pohlmann, 2002, p. 27

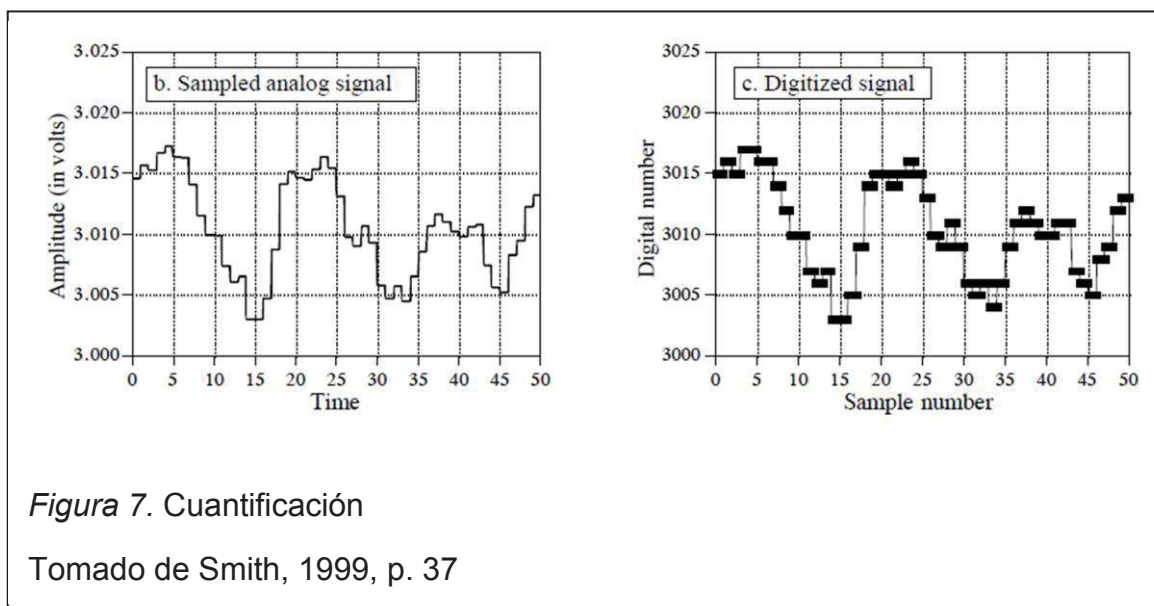
1.2.2. Cuantificación

Si el muestreo permite tomar muestras en un tiempo determinado, la cuantificación permite establecer el valor (en el caso analógico sería la amplitud) que estas muestras toman en ese momento.

En este asunto se definen intervalos regulares o niveles de cuantificación dependiendo de la cantidad de bits o también conocido como *bit rate* que posea el sistema. Haciendo uso de la relación 2^n donde n representa la cantidad de bits (*bit rate*) se puede conocer los niveles que un sistema puede tener, mientras mayor es n existen mayor niveles de cuantificación y por lo tanto los valores de amplitud se aproximan de manera más precisa a su valor real. En el caso del audio se utilizan *bit rates* de 16 y 24.

En la figura 7 se muestra a la izquierda una señal ya muestreada, no obstante su amplitud todavía está expresada en voltios. La figura a la derecha muestra

la señal ya cuantificada aproximando los valores de amplitud al número entero más próximo.



1.3. Síntesis sonora

La síntesis de sonido es un proceso que manipula formas de ondas y sus características físicas tales como la frecuencia, amplitud y fase para definir sonidos que se asemejen a instrumentos musicales clásicos como por ejemplo, una guitarra, un violonchelo, etc., además de crear sonidos nuevos que ningún instrumento acústico podría realizar.

Este proceso está íntimamente ligado a los sintetizadores, que son instrumentos electrónicos que hacen uso de la síntesis sonora para poder crear sus sonidos.

1.4. Síntesis analógica

La síntesis analógica se define como aquella que hace uso de voltajes y corrientes en sus circuitos para representar señales de audio o señales de control para manipular el audio, por lo tanto, utiliza señales en el dominio continuo o lo que es lo mismo, valores o muestras constantes en el tiempo.

De acuerdo a Jenkins (Jenkins, 2007, s/n) en primera instancia estos elementos eran circuitos individuales y de allí que los primeros sintetizadores analógicos fuesen conocidos como modulares, en donde cada uno de estos

módulos tiene una tarea específica como puede ser de filtro, oscilador, envolvente, entre otros y que podían ser conectados de diferentes formas (de acuerdo al gusto del usuario) para lograr un sonido en particular.

Es importante mencionar que un sintetizador análogo modular se caracteriza por ser muy flexible, permitir la experimentación y el uso del mismo en muchas creativas formas.

Además los sintetizadores análogos en general son especialmente buenos para producir ciertos sonidos como los de bajo y de viento metal (Jenkins, 2007, s/n).

Finalmente, como comenta Russ (Russ, 2004, s/n) esta síntesis es más intuitiva y rápida de comprender y a pesar de su no linealidad, distorsión e inconsistencia esto puede en algunos casos contribuir a su sonido característico.

Los inicios de la síntesis analógica datan de 1897 con la invención del Telharmonium por Tadeus Cahill (Doornbusch, 2013), donde su proceso de creación de sonido estaba basado en un sistema electromagnético más no electrónico pues los elementos necesarios no habían sido inventados aún.

Sin embargo, uno de los primeros sintetizadores modulares que son considerados un ejemplo típico y esencial de este tipo de síntesis fue creado por Robert Moog en 1964 y comercializado en 1966, conocido como *Moog Modular* (Dunn, 1992, pp. 20-21).

1.5. Síntesis digital

El modelo digital trabaja con valores discretos o “el uso de valores de muestras finitas e individuales tomadas en intervalos regulares de tiempo en lugar de medir en todo el tiempo, con la suposición de que las muestras son una buena representación de la señal original” (Russ, 2004, s/n, traducido por autora) todo ello para producir, manipular o reproducir señales de audio.

Este tipo de síntesis está íntimamente pero no exclusivamente relacionado a los computadores y aquellos sintetizadores diseñados en *software* y que

claramente funcionan en ordenadores se pueden considerar totalmente digitales.

La comprensión de este tipo de síntesis es mucho más complicada y no llega a ser tan intuitiva como su contraparte, pese a ello, este tipo de síntesis ha dotado de grandes ventajas a los sintetizadores como una mayor variedad de técnicas o métodos de síntesis y sonidos así como la precisión y velocidad de procesamiento (Russ, 2004, s/n).

La síntesis digital vio sus inicios en 1957 con el trabajo de Max Mathews en los laboratorios Bell con el desarrollo de su programa MUSIC (Chen, 2011), debido al mejoramiento de la tecnología digital y su masificación, los instrumentos que hacían uso de estos procesos se volvieron más asequibles y por ello, desde los 80's la síntesis digital se convirtió en la preferencia de los consumidores, manteniéndose hasta la actualidad (Dunn, 1992, p.45)

1.6. Componentes de Síntesis

Durante los años de investigación y avance de la síntesis de audio se han precisado cinco elementos o componentes fundamentales que intervienen en algún punto en la generación de sonidos o síntesis sonora.

1.6.1. VCO

Voltage Controlled Oscillator u oscilador controlado por voltaje es uno de los elementos más básicos y consiste en un generador de tono que produce determinada frecuencia de acuerdo a un valor de tensión de entrada, es decir produce un tono audible. Generalmente son seleccionables dos parámetros: la forma de onda a ser generada como por ejemplo sinusoidal, diente de sierra, ruido blanco, entre otras y la frecuencia que puede estar o no dentro del rango audible.

1.6.2. VCF

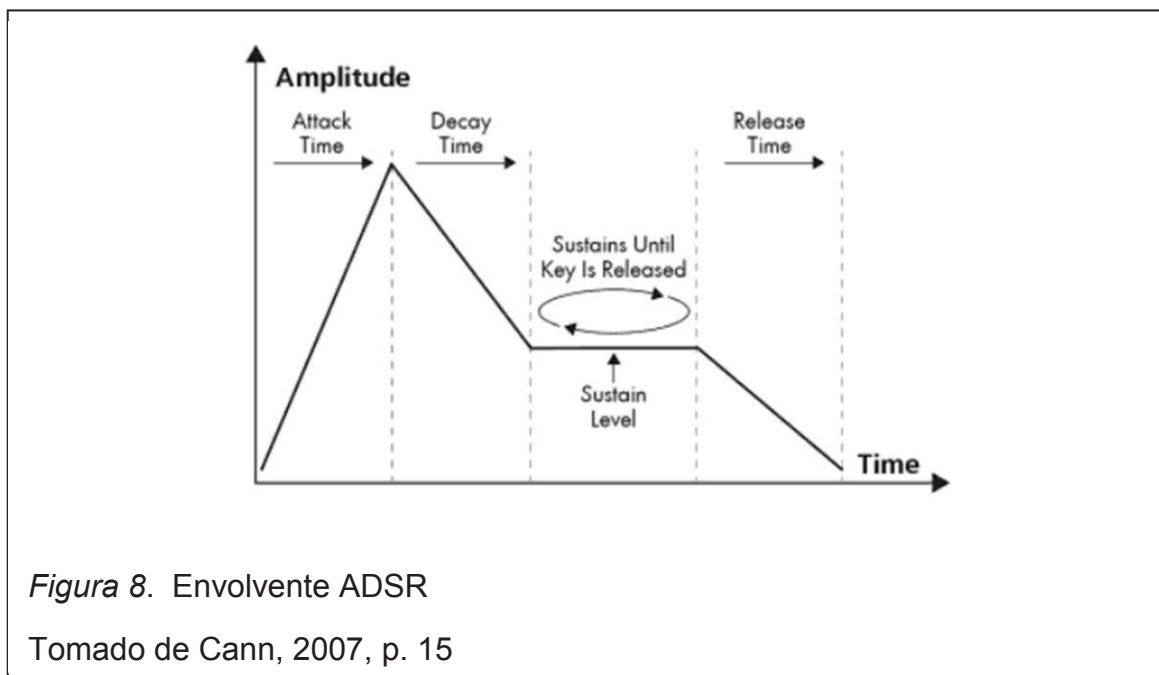
Voltage Controlled Filter o filtro controlado por voltaje. Permite la modificación del espectro de una señal al atenuar ciertas frecuencias. Sin embargo, como se comentó anteriormente al explicar el concepto de fase, cuando se tienen dos señales con diferentes fases que se suman, ciertos armónicos se atenúan, es

decir se filtran ciertos sobretonos, por lo tanto, el proceso inverso también es posible, el filtraje conduce a cambios de fase en la señal, entonces se puede concluir algo sustancial, los filtros no sólo cambian la forma de onda mediante atenuación sino que también la distorsionan a través de cambios de fase de los armónicos dentro de la señal; en un sintetizador es habitual poder fijar los parámetros de: tipo de filtro (pasa altos o HPF, pasa bajos o LPF, pasa banda o BPF, rechaza banda o *notch*), la frecuencia de corte si es *shelving* o la frecuencia central si es *peaking*, la pendiente (primer orden o 6 dB/octava, segundo orden o 12 dB/octava, etc.) y la resonancia.

1.6.3. EG

Envelope Generator o generador de envolvente, permiten definir el comportamiento de ciertos parámetros a través del tiempo, el más común para aplicar este elemento es la amplitud de un sonido, sin embargo también puede ser utilizado en un filtro.

Un EG básicamente es una función que representa una curva temporal, el tipo más común posee 4 etapas y es conocido como ADSR debido al nombre de cada etapa: ataque, decaimiento, sostenimiento y relajamiento. El ataque define la velocidad con la que un sonido alcanza su máximo nivel, a partir de dicho punto se sucede el decaimiento o la velocidad que el sonido decrece hasta estabilizarse en cierto nivel o alcanzar el valor de sostenimiento hasta dar paso al decaimiento en donde el sonido alcanza su nivel mínimo. El primero, segundo y cuarto concepto son valores de tiempo mientras que el sostenimiento es un nivel de voltaje o amplitud.



1.6.4. VCA

Voltage Controlled Amplifier o amplificador controlado por voltaje, un elemento que produce determinado valor de ganancia dependiendo del voltaje de entrada en el mismo. Permiten controlar la amplitud de un sonido como puede ser el de un VCO así como el de un EG. Poseen un valor a ser fijado y es el de ganancia.

1.6.5. LFO

Low Frequency Oscillator u oscilador de baja frecuencia, consiste en un elemento que genera formas de onda de frecuencias por lo general de 0.1 a 20 Hz. A pesar de no ser audibles, estas señales son usadas usualmente para poder controlar otros elementos y crear efectos. Por ejemplo, si se tiene una señal audible (un VCO produciendo cierto tono) conectada a un VCA al cual se le aplica un LFO, se produce el efecto conocido como trémolo, donde se puede escuchar una fluctuación en el nivel de la señal, es decir la señal sube y baja de nivel con determinada frecuencia y comportamiento, que en este caso resulta ser el del LFO, así si el trémolo se puede escuchar que asciende y desciende gradualmente seis veces por segundo esto quiere decir que el LFO está generando una señal sinusoidal de 6 Hz. Si el LFO está conectado a un filtro, se produce un efecto vibrato similar al efecto anterior pero donde se

escucha una fluctuación o barrido de la frecuencia. A pesar de que anteriormente se mencionó una señal sinusoidal, en general un LFO puede generar otros tipos de onda como diente de sierra, cuadrada, entre otras. En un sintetizador es común poder controlar la frecuencia a veces denominado como *rate* y la forma de onda que se desea.

1.7. Métodos de síntesis

Como ya se señaló la síntesis es un proceso que permite crear sonidos ya sean estos “clásicos” o nuevos sonidos, empero, a lo largo de los años han surgido diferentes formas de producir estos sonidos, esto es, diferentes métodos de síntesis, cada uno posee sus propias características técnicas así como musicales. A continuación se mencionan los más importantes.

1.7.1. Aditiva

Fue una de las primeras en ser implementadas y consiste en la suma de formas de onda de diferentes amplitudes y frecuencias. Basado en el teorema de Fourier el cual básicamente establece que es posible reproducir cualquier forma de onda compleja periódica mediante la suma de ondas sinusoidales simples. Una forma de onda compuesta está formada por una frecuencia principal también conocida como fundamental y varias frecuencias, con menor amplitud que la fundamental, conocidas como sobretonos; aquellos que poseen una relación de un número entero con la fundamental se conocen como parciales armónicos y aquellos que no poseen esta relación, como parciales no armónicos. Es por esto que una onda simple puede representar a la fundamental y al sumar otras ondas establecerán sus armónicos los cuales en su totalidad formarán un timbre específico conforme la relación que mantengan; en muchos sonidos tradicionales esta relación es armónica y en ciertos casos como las campanas, es no armónica.

Sin embargo, para poder recrear un sonido conocido, natural o de un instrumento clásico puede ser necesario tener muchísimas formas de ondas, lo que implica que se necesitan, ya sea en el dominio analógico o digital, igual número de osciladores (VCO), además se debe poder recrear la variación de la amplitud (EG) mientras pasa el tiempo para cada frecuencia que forma el

sonido, entre otros parámetros, haciendo que la implementación de este tipo de síntesis ya sea en hardware o software resulte bastante complicada.

Dos de los instrumentos que aplicaron la síntesis aditiva fueron el Telharmonium creado por Thaddeus Cahill en 1897 (Dunn, 1992) y el órgano Hammond inventado por Laurens Hammond en 1934 (Reid, 2000).

1.7.2. Substractiva

Este tipo de síntesis hace uso de señales o formas de onda preferentemente de espectro armónico rico (como diente de sierra o algún tipo de ruido) además de filtros que “sustraen” ciertos elementos del espectro para poder obtener un nuevo sonido, es por ello que el VCF es la parte más significativa de este tipo de síntesis. Resulta más fácil de implementar que la síntesis aditiva ya que se necesitan pocos VCO para obtener un sonido complejo y poca cantidad de filtros para modelar el espectro de la señal. Además, este tipo de método produce sonidos poco realistas en cuanto a emulación de instrumentos clásicos se refiere.

1.7.3. Granular

Con este método el sonido es subdividido en pequeños granos (de ahí su nombre) o cuantos de sonido, los cuales son intervalos muy pequeños de entre 1 a 50 milisegundos, estos granos luego son reordenados de forma aleatoria o predeterminadamente para crear un sonido que por lo general es muy poco realista. Este tipo de síntesis a dado paso a ciertos procesos como el *time stretching* el cual permite manipular la duración de un sonido sin cambiar la altura del mismo.

1.7.4. Tabla de ondas

Consiste en una tabla o conjunto de muestras de audio o *samples* digitales de un ciclo de una forma de onda o de un sonido en particular poseyendo también métodos para cambiar dinámicamente la forma de la onda mientras la nota va progresando. Este conjunto de sonidos pueden luego ser mezclados para crear otros diferentes. La síntesis por tabla de ondas es actualmente muy popular, tanto que es usada en las tarjetas de sonido de los ordenadores. Es un método

bastante fácil de implementar para reproducir sonido pero no para producir nuevos sonidos.

1.7.5. Modulación de amplitud

Llamado también AM se refiere al proceso donde dos formas de onda conocidas como portadora y moduladora se combinan, esto quiere decir una suma aritmética de ambas señales en cada instante de tiempo. La moduladora como su nombre indica modula a la portadora en cuanto a amplitud se refiere (véase figura 9). La amplitud de la señal portadora está siendo manipulada por la moduladora ya que la misma está controlando un VCA que como se indicó anteriormente opera la ganancia de la señal, cuando la moduladora es positiva la ganancia aumenta y por lo tanto la amplitud de la portadora también, si la moduladora es negativa sucede el proceso contrario.

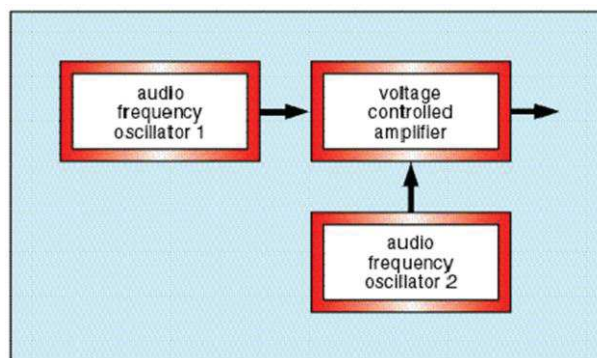


Figura 9. Diagrama de bloques de la síntesis AM

Tomado de Reid (2000)

Si se tienen dos tonos puros la señal resultante posee la frecuencia de la portadora además de dos componentes más cuyos valores son la suma y la resta de la frecuencia moduladora y portadora tal como lo muestra la figura 10.

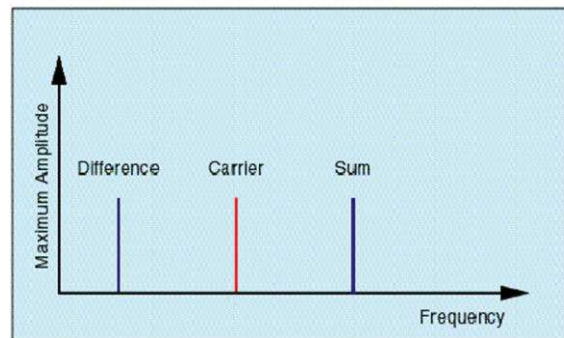


Figura 10. Espectro de frecuencias de la señal resultante o modulada a partir de dos tonos puros

Tomado de Reid (2000)

Si la portadora y/o la moduladora no son tonos puros y son señales complejas, la resultante poseerá varios componentes que son el resultado de sumar y restar todos los sobretonos presentes en las señales originales.

1.7.6. Modulación de frecuencia

En 1970 John Chowning descubrió este tipo de síntesis al experimentar con FM, que hasta ese entonces había sido utilizado en el área de telecomunicaciones específicamente en radio, pero en este caso usando valores de frecuencia audibles (Reid, 2000).

Modulación de frecuencia o FM, es un método muy similar a la AM donde existen dos señales: portadora y moduladora, las cuales son combinadas, para crear una nueva señal o sonido. Se pueden mencionar tres características principales que definen a la síntesis de modulación de frecuencia:

- La frecuencia es la propiedad a ser modulada.
- La frecuencia de la moduladora es igual o mayor que la portadora y están dentro del rango audible.
- La frecuencia de la señal portadora es audible en la señal resultante, no así con la moduladora que nunca es audible.

Se puede explicar el comportamiento de la modulación de frecuencia así: “La frecuencia instantánea de la onda portadora varía de acuerdo a la onda moduladora, de tal forma que, la velocidad a la que la frecuencia portadora varía es la frecuencia de la moduladora” (Chowning, 1973, pp. 527, traducido por autora), además la desviación de la frecuencia portadora está dada por la amplitud de la moduladora mediante una relación que se mencionará más adelante.

La señal obtenida posee al igual que en AM, la frecuencia portadora y componentes que no se encontraban en las señales originales que son conocidos como frecuencias o componentes laterales y que no necesariamente están relacionados de forma armónica a la portadora o la moduladora. No obstante, existe una expresión que permite conocer las frecuencias laterales que se producirán sabiendo las frecuencias de las señales originales:

$$f_c \pm n f_m \quad (\text{Ecuación 5})$$

Donde: f_c es la frecuencia de la señal portadora, f_m es la frecuencia de la señal moduladora y $n= 0, 1, 2, \dots$, etc., es el orden la frecuencia lateral.

De acuerdo a la expresión y el dominio de la misma, en teoría se pueden obtener infinitas frecuencias laterales, sin embargo, en la práctica cierto número de ellas estarán presentes en el espectro limitadas solamente por el ancho de banda, que puede ser obtenido con la siguiente expresión:

$$B = 2f_m(1 + \beta) \quad (\text{Ecuación 6})$$

Donde: f_m corresponde a la frecuencia moduladora, β al índice de modulación.

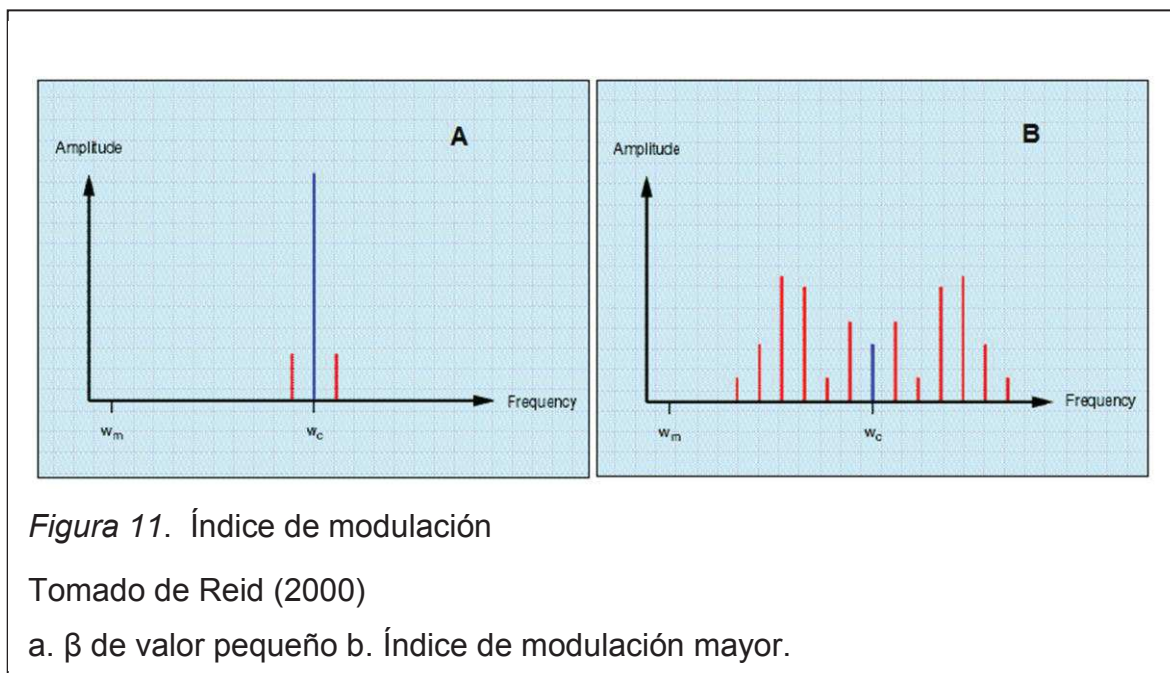
β se expresa con la siguiente ecuación:

$$\beta = \frac{\Delta f_c}{f_m} \quad (\text{Ecuación 7})$$

Como se mencionó anteriormente el sonido que se escucha por FM no solo está dado por la frecuencia de la moduladora sino también por su amplitud máxima porque esta define la desviación de la frecuencia portadora, es decir Δf_c .

“Para una frecuencia moduladora dada, es el índice de modulación (y por lo tanto, la amplitud de la moduladora) la que determina la amplitud de cada componente en el espectro de la señal de salida.” (Reid, 2000, traducido por autora). Por esta razón el índice de modulación también se define como la amplitud de la moduladora sobre la frecuencia moduladora.

Cuando el valor de β es pequeño por ejemplo 0.1 o menor, la frecuencia portadora es el único componente de importancia en el espectro, como se aprecia en la figura 11 pero si β es mucho mayor, por ejemplo 5, existen ya varios componentes espectrales importantes más allá de la frecuencia portadora, es decir el espectro es más extenso y algunos componentes poseen mayor amplitud que la portadora, esto sucede porque mientras más componentes existen la energía se distribuye para cada uno de ellos de cierta forma y existe además la posibilidad de que β tome tal valor donde f_c puede no estar presente en el espectro.



Finalmente existe un último concepto conocido como razón o índice de armonicidad (*Harmonicity Ratio* o HR), el cual permite conocer si las componentes laterales tendrán una relación armónica o inarmónica con la frecuencia fundamental.

$$HR = \frac{f_c}{f_m} \quad (\text{Ecuación 8})$$

- Cuando HR es un valor entero, por ejemplo 1, 2, 7, etc. el espectro será armónico.
- Cuando HR es un número no entero, por ejemplo 3.33, 2.15, π , Φ , entre otros, el espectro será inarmónico.

Uno de los primeros sintetizadores en incorporar este tipo de síntesis fue el DX7 de Yamaha (Road, 1996, p. 226) que constituyó también un punto de giro para el mundo de la síntesis sonora ya que fue también el primer sintetizador completamente digital comercial que abrió el camino a los equipos con la misma tecnología que en muchos casos poseían capacidades muy superiores a sus contrapartes análogas; es considerado uno de los sintetizadores más populares de la historia.

1.8. Breve historia de los sintetizadores

La síntesis sonora está íntimamente ligada a los instrumentos electrónicos o sintetizadores, tema que será cubierto en esta parte de la investigación.

Contrario a la creencia popular, existe muchos años de investigación en esta rama. El Telharmonium es considerado como el primer instrumento electrónico que hacía uso de síntesis de sonido para su funcionamiento y fue desarrollado en 1897 por Thaddeus Cahill, mucho antes de la aparición de elementos que hoy en día se consideran básicos en la electrónica como transistores o circuitos integrados. Polifónico, con un peso de 200 toneladas consistía básicamente en 12 generadores electromagnéticos o ruedas tonales cilíndricas que giraban a la misma velocidad pero creaban diferentes tonos gracias a la diferencia de relieves o “dientes” que cada rueda poseía y de la corriente generada por las bobinas colocadas junto a las ruedas. Además permitía el control dinámico mediante el teclado, es decir un teclado sensible al tacto. La idea principal consistía en permitir la transmisión de música a través de la línea telefónica pero debido a que fue creado en una época donde las telecomunicaciones todavía eran deficientes, empezaron a surgir quejas de los usuarios por la interferencia producida y tiempo después la idea fue finalmente olvidada.

A continuación con la aparición de los tubos al vacío se sucedieron el Theremin (1920) y el Ondes Martenot (1928) ambos monofónicos, cuyo funcionamiento fue mediante un campo electrostático y antenas cuya información era procesada para crear un tono. En el caso del primero el intérprete se coloca frente al instrumento y lo controla con sus manos; posee dos antenas, una vertical para manipular el tono, mientras más cerca de la antena, más alto es el tono; la otra antena controla el volumen, mientras más cerca de la antena, menos volumen. El Ondes Martenot tiene un funcionamiento más complejo ya que posee una configuración similar a un órgano, con un teclado y pedales para controlar la intensidad o filtrar, además los tubos al vacío producen el sonido de una cinta metálica colocada a lo largo del teclado y un anillo que el intérprete se coloca en su dedo índice y desliza por dicha cinta, la frecuencia es la de la tecla donde se encuentre el anillo, igualmente posee una caja donde se encuentran diferentes controles entre ellos el de la intensidad que debía ser presionada cada vez que se toca una tecla o la cinta ya mencionada, finalmente cuatro altavoces con sonido diferente cada uno, seleccionables y que se pueden mezclar. En 1930 el Trautonium fue inventado por Friederich Trautwein y Oskar Sala, este instrumento monofónico poseía un cable conductor de electricidad extendido a 1 centímetro de alto de un raíl metálico de 70 centímetros conectado a un válvula al vacío creando un circuito eléctrico, cuando el intérprete tocaba el cable se completaba el circuito y como resultado se obtenía una onda sonora que era amplificada; poseía un rango de tres octavas y media pudiendo llegar a seis a través de un interruptor, además era posible realizar *glissandos*, *vibratos* y *portamentos* lo que le dotaba de gran expresividad, finalmente un pedal para controlar el volumen general. Oskar Sala pasó muchos años perfeccionando el instrumento hasta lograr el Mixtrautonium en 1952. Este instrumento formó parte de numerosas bandas sonoras entre las que se destaca la afamada *The Birds* de Alfred Hitchcock en la cual los sonidos de las aves y del aleteo fueron hechos con este instrumento.

En 1934 Laurens Hammond presenta su órgano Hammond cuyo esquema era similar al Telharmonium y como una alternativa más económica a los órganos

de tubos, sin embargo, sería el Novachord lanzado en 1939 que a pesar de ser un fracaso comercial, marcaría un hito en la música ya que se convertiría en el primer sintetizador polifónico analógico comercial, poseía 12 osciladores que gracias a los tubos al vacío era posible dividir la frecuencia de las notas y alcanzar un rango de seis octavas, a cada una de estas 72 notas se les podía aplicar filtros, resonancia y una simple envolvente que era una característica muy peculiar para la época.

En la década del 50 surgió el primer sintetizador electrónico programable diseñado por Herbert Belar y Harry Olson de RCA conocido como Mark I, consistía básicamente en elementos de síntesis interconectados entre sí y llegando a ocupar 7 *racks* de 19 pulgadas por lo que era un sintetizador de gran tamaño. Similar a una pianola utilizaba rollos de papel perforado en código binario para su programación. Poseía 12 osciladores para producir 12 tonos que podían ser modelados mediante filtros pasa altos, filtros pasa bajos, moduladores, resonadores, entre otros. Su predecesor aparecido en 1957, el Mark II poseía las mismas características pero con mayor cantidad de osciladores y mayor procesamiento en general.

Gracias a la aparición del transistor en 1946 fue posible crear equipos de menor tamaño tanto así que Robert Moog creó el Moog Modular en 1964 y comercializado en 1967. Extremadamente popular al ser un sintetizador de un tamaño muy razonable en comparación con los sintetizadores de aquella época y sus interesantes capacidades sonoras. Fue uno de los primeros sintetizadores modulares llamado así ya que poseía diferentes módulos (VCO, VCF, etc.) que podían irse combinando de la manera más conveniente para el usuario. Se lo considera de gran importancia histórica debido a que: fue uno de los primeros sintetizadores analógicos portables comerciales, uno de los primeros en incluir como controlador un teclado tal como el de un piano, permitió establecer ciertos estándares como el de control de tono usando 1 Volt por octava y una señal de gatillo separada, las posibilidades sonoras eran numerosas debido a los diversos arreglos posibles de sus módulos además con una configuración más musical y amigable para el usuario. En 1970

apareció el célebre Minimoog que ya no era un sintetizador modular pero de un tamaño muy compacto para la época, precio asequible y fácil uso, sentó las bases de diseño para los sintetizadores modernos.

Para el año 1976 en el mercado existían ya sintetizadores polifónicos entre ellos la serie CS de Yamaha y el Prophet 5 de Sequential Circuits,

Los sintetizadores digitales tienen su inicio alrededor de la década de los 50's con Max Mathews como el creador del primer programa computacional para generación de sonido conocido como MUSIC en el año 1957 (Chen, 2011), estableciendo al mismo tiempo el primer método de síntesis digital, sin embargo, existían dos inconvenientes, el primero que el proceso no era en tiempo real y el segundo que el programa MUSIC quedó reservado para ser usado solo por ciertos músicos debido a que no era un sistema portátil. Para el año 1977 se desarrolla el primer sistema en tiempo real, el Samson Box, y fue el Synclavier el primer equipo comercial aparecido el mismo año. En 1983 aparece el primer sintetizador completamente digital, el Yamaha DX7 que fue extremadamente popular y rápidamente reemplazó a los sintetizadores analógicos; a través del establecimiento del protocolo MIDI en ese mismo año (Doornbusch, 2013), los sintetizadores se convirtieron en instrumentos mucho más versátiles y la música electrónica en si expandió sus horizontes en gran medida. Con el mejoramiento continuo de los ordenadores la posibilidad de manejar el audio mediante estos equipos se fue haciendo más latente, para la década del 90 existían ya programas para audio en ordenadores y entre los hechos más importantes está el lanzamiento de Reaktor en 1998 de Native Instruments y de Reason 1.0 en el año 2000 de la empresa Propellerhead Software (Doornbusch, 2013); Reason es un *software* extremadamente popular que posee entre varios de sus elementos emulaciones de sintetizadores para la creación de música.

1.9. Phi y su explicación matemática

También conocido como número de oro, consiste en un número dado por la letra griega Φ (fi o phi) con un valor de 1.61803398... y que al igual que el

número Pi posee decimales infinitos y no periódicos; no está considerado como un valor típico sino más bien como una proporción.

Su nombre se deriva del nombre Fidias, escultor griego que lo utilizaba en sus obras, no obstante, el número áureo fue descrito por Euclides utilizando una recta y segmentos, así:

Una recta cualquiera al ser dividida en dos segmentos a y b siendo a mayor que b de tal manera que la relación entre la recta total y el segmento a (segmento mayor) es la misma entre a y b (segmento menor). Representándolo matemáticamente:

$$\frac{a+b}{a} = \frac{a}{b} \quad (\text{Ecuación 9})$$

Suponiendo que $b = 1$,

$$\frac{a+1}{a} = a \quad (\text{Ecuación 10})$$

Igualando a 0, la ecuación resultante es la ecuación polinómica:

$$a^2 - a - 1 = 0 \quad (\text{Ecuación 11})$$

Y una de las soluciones a esta ecuación es:

$$a = \frac{1+\sqrt{5}}{2} \quad (\text{Ecuación 12})$$

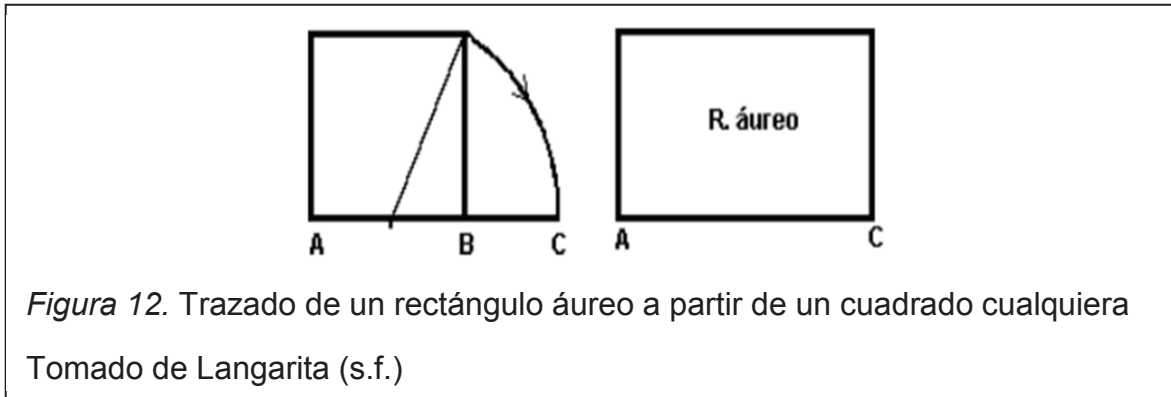
$$a = 1.61803398 \quad (\text{Ecuación 13})$$

La importancia y el particular interés en el número Phi se deriva de que este número es encontrado naturalmente en la geometría y la matemática mediante formas geométricas que guardan esta proporción o mediante la sucesión matemática de Fibonacci que guarda estrecha relación con Phi, también se encuentran en animales, plantas, microorganismos e incluso el sistema solar y gracias a estas relaciones curiosas muchos artista lo definieron como una característica estética especial y decidieron utilizarlo en la pintura, en la arquitectura, entre otras áreas.

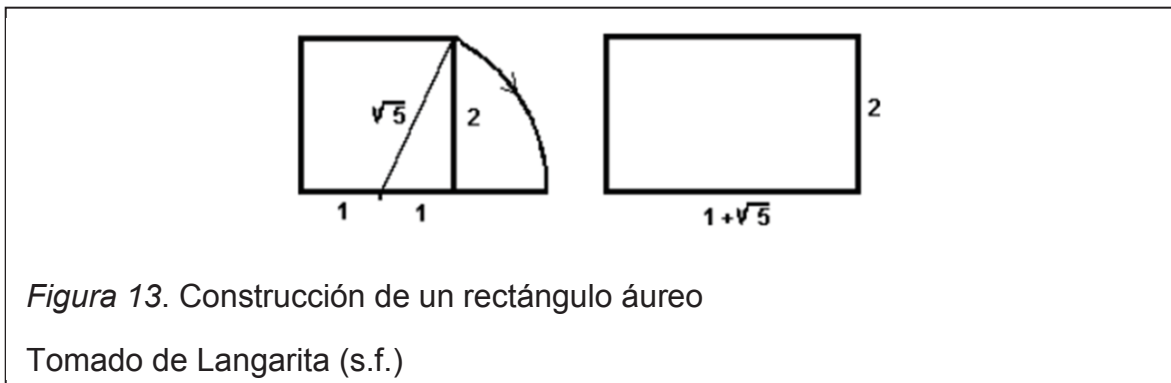
1.10. Phi en la geometría

El rectángulo áureo se obtiene a partir de un cuadrado cualquiera, se divide uno de los lados en dos segmentos iguales A y B y se traza una diagonal

desde el punto medio hacia un vértice opuesto y se lleva esa distancia sobre el lado inicial, este se convierte en el lado más largo de un rectángulo C.



Suponiendo que el cuadrado posee lados con un valor 2, entonces A o B son 1 y calculando la hipotenusa se obtiene un valor de $\sqrt{5}$ y por lo tanto el lado más largo del rectángulo será $1 + \sqrt{5}$ (véase figura).



Entonces la relación entre ambos lados del rectángulo será $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$ o 1.61803398 y de ahí su nombre.

1.11. La serie de Fibonacci

Existe una sucesión matemática de gran importancia y de gran relación con el número de oro y es la sucesión de Fibonacci, una sucesión infinita y que está precisada así:

0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144, 233, 377, ...

Cada número desde el tercero es la suma de los dos números que le preceden. Entonces, $0 + 1 = 1$, $1 + 1 = 2$, $2 + 1 = 3$, $3 + 2 = 5$, $5 + 3 = 8$, $8 + 5 = 13$, $13 + 8 = 21$, $21 + 13 = 34$, $34 + 21 = 55$, $55 + 34 = 89$, etc.

Esta serie posee diversas regularidades y curiosidades matemáticas como por ejemplo si se suman los cuadrados de dos números en posición consecutiva dará como resultado el número cuya posición es la suma de la posición de los números sumados, así si se suma los cuadrados de los números en las posiciones 6 y 7 que son 8 y 13, debería dar como resultado el valor del número en la posición 13 es decir 233.

Tabla 1. Posición y valor de los números de la serie de Fibonacci

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
1	1	2	3	5	8	13	21	34	55	89	144	233	377

$$8^2 + 13^2 = 64 + 169$$

$$\begin{array}{c}
 8^2 + 13^2 = 233 \\
 \uparrow \quad \uparrow \quad \uparrow \\
 6 \quad + 7 = 13
 \end{array}$$

Existen otras propiedades asociadas a la serie de Fibonacci, sin embargo, la más interesante e importante es que, si se divide dos números consecutivos se obtiene como resultado un número cercano a 1.618 y mientras los números dividendos son más altos en la secuencia, más se acerca al número Phi. Así:

$$1:1 = 1$$

$$2:1 = 2$$

$$3:2 = 1.5$$

$$5:3 = 1.6$$

$$8:5 = 1.6$$

$$13:8 = 1.625$$

$$89:55 = 1.6181$$

$$144:89 = 1.6179$$

$$233:144 = 1.618055$$

$$377:233 = 1.618025$$

1.12. Phi y la serie de Fibonacci en la naturaleza

En el caso de los animales la serie de Fibonacci y por lo tanto Phi se encuentra en la genealogía de ciertos animales como las abejas o los conejos.

La espiral logarítmica tiene como característica principal que la distancia entre los giros aumenta en forma exponencial o en progresión geométrica, esto quiere decir que la distancia entre las espiras se amplía más rápidamente que la rotación. Fue descrito por primera vez por Descartes en 1638 y su importancia radica en que rige el crecimiento armónico de muchas formas de la naturaleza como la concha del Nautilo o las telas de arañas, muchas de las galaxias espirales tienen brazos cuya forma es una espiral logarítmica y como ejemplo de ello se tiene a la Vía Láctea.

Dentro de esta espiral se encuentran dos tipos que son de interés en esta investigación: la espiral áurea y la espiral de Fibonacci.

La primera se construye a partir de un rectángulo áureo que es dividido en un cuadrado y un rectángulo que también es áureo al cual se realiza el mismo procedimiento (llegando a ser técnicamente infinito).

Por ejemplo en la Figura 14, se tiene un rectángulo con sus vértices ABCD para luego formar un cuadrado cuyo lado menor es el lado AD del rectángulo original sus vértices son AEFD entonces, resulta que el rectángulo EBCF es de proporciones áureas. Si luego se elimina el cuadrado EBGH, el rectángulo resultante HGCF también es áureo. Esto se puede repetir interminablemente y siempre se obtendrán rectángulos con proporción dorada y que al unir los puntos de corte de los cuadrados se forma lo que se conoce como espiral áurea.

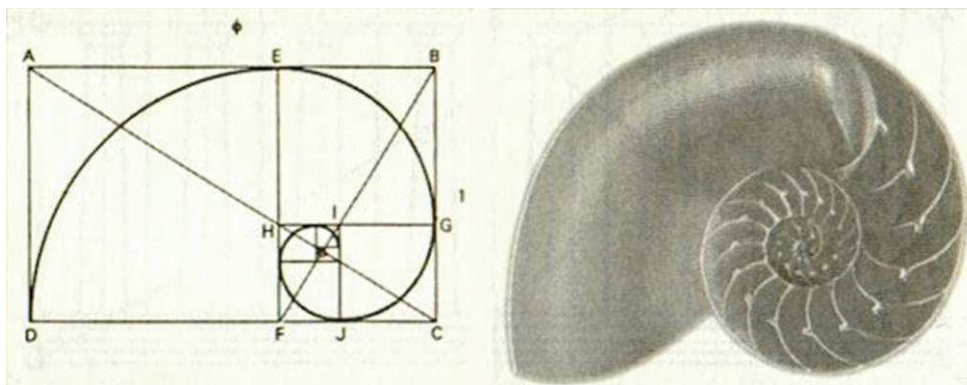


Figura 14. Espiral áurea y Nautilo

Tomado de Langarita (s.f.)

La de Fibonacci en cambio se construye trazando dos cuadrados adyacentes con sus lados teniendo a la unidad por valor, luego se suma otro cuadrado pero de lado 2 ($1+1$), se añade otro más de lado 3, es decir la suma de los lados anteriores ($2+1$) y se sigue repitiendo el proceso logrando una sucesión de cuadrados cuyos lados son la serie de Fibonacci. La espiral se alcanza uniendo a través de curvas dos vértices opuestos de los cuadrados obtenidos (véase Figura 15).

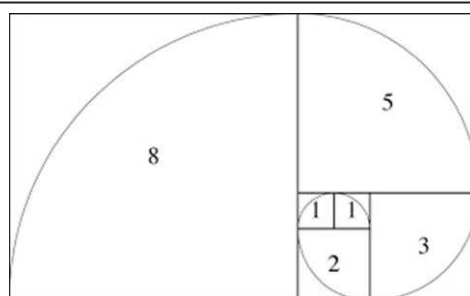


Figura 15. Espiral de Fibonacci

Tomado de mathyear2013 (2013)

En los ejemplos anotados anteriormente se debe tener en cuenta que se describen como espirales logarítmicas más no áureas o de Fibonacci, no obstante, las espirales de ciertas especies vegetales se suceden en números de dicha serie, así, por ejemplo los girasoles y margaritas donde la disposición

de las semillas se encuentra en espirales, en el lado izquierdo son 21 y en el lado derecho, 34, dos números sucesivos en la serie de Fibonacci.

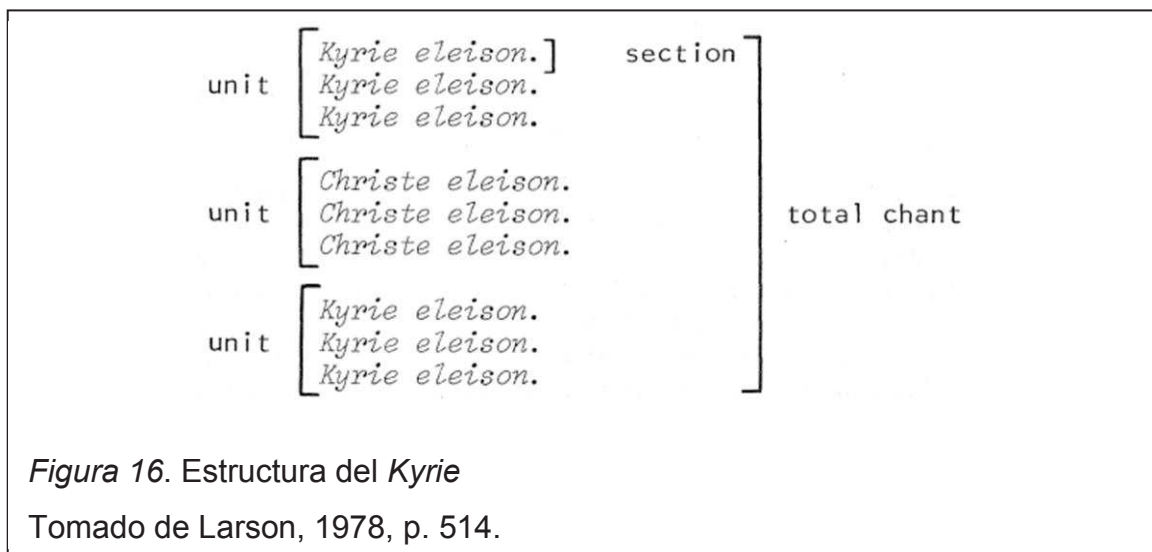
1.13. Phi y la serie de Fibonacci en la música

Existen numerosos ejemplos del uso de estos dos elementos en el arte como la pintura, escultura y la música, siendo este último tema a abarcar en esta sección.

Se puede observar que dentro de una octava existen 13 tonos que están divididos en ocho notas (Do, Re, Mi, Fa, Sol, La, Si, Do) de las cuales la tercera y quinta forman un acorde junto con la primera. En un piano se observa que cada octava posee ocho teclas blancas y cinco negras, éstas se agrupan de a dos o tres; en una escala mayor luego de la tónica la siguiente nota en importancia es la dominante que resulta ser la quinta de la escala y al mismo tiempo es el octavo tono dentro de los 13 de una octava, en otros términos, $8/13$ que es aproximadamente 0.618 o Phi.

En un estudio realizado por Paul Larson (Larson, 1978, pp. 513-515) sobre los cantos gregorianos encontrados en el libro *Liber Usualis* especialmente los *Kyrie* que son alrededor de 30 y que tienen una extensión de aproximadamente 600 años, se puede encontrar evidencia de la proporción dorada.

Los *Kyrie* poseen la siguiente estructura: 9 secciones o frases de dos palabras repetidas y este conjunto de repeticiones se conocen como unidades y son tres, estos elementos forman en conjunto el canto total (véase figura 16).



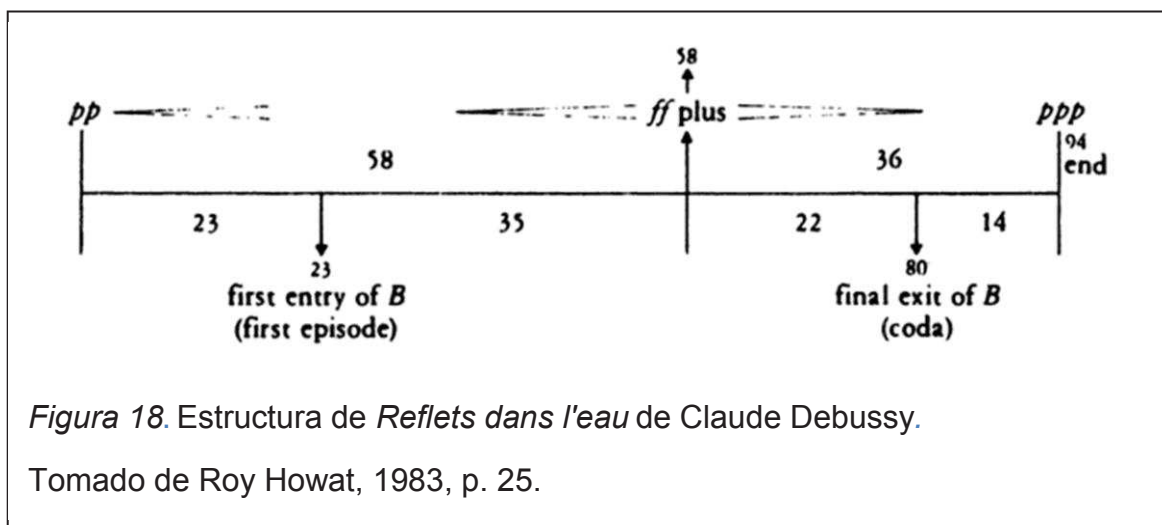
En el análisis presentado se establecieron un total de 146 secciones musicales diferentes dentro de los 30 cantos, a cada sección se le totalizaron los tonos presentes y se precisó Phi para cada sección. El mismo procedimiento se alcanzó para las unidades y finalmente se totalizaron los tonos del canto completo.

El 72% (105) de las secciones presentaban una proporción áurea ($15/25 \approx 0.6$) con respecto al inicio de la segunda palabra en cada sección como se muestra en la figura 17. La relación de la sección mayor y luego la menor era dos veces más común.

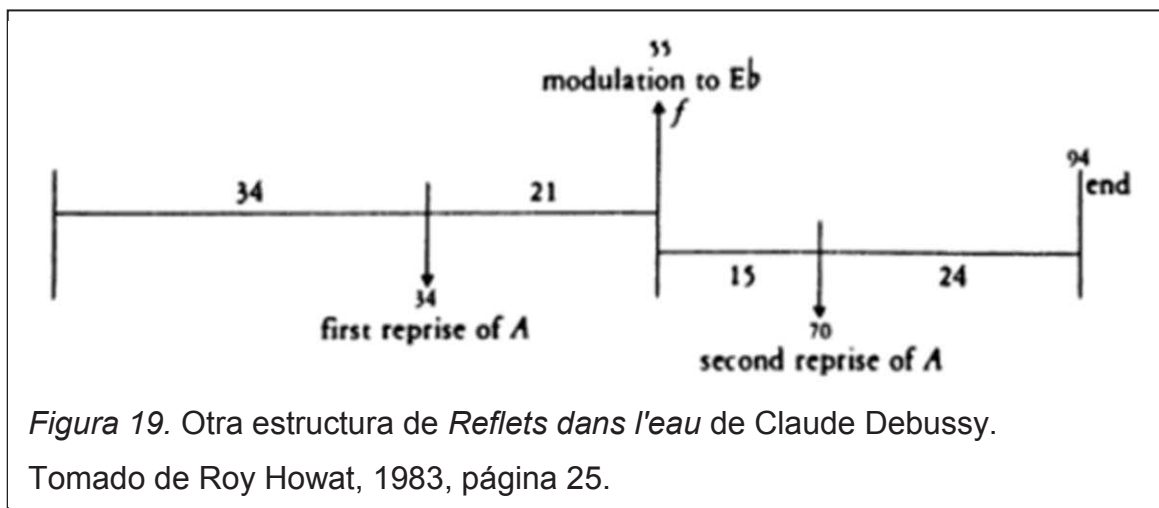
Figura 17. Sección Kyrie Eleison donde la segunda palabra se sucede en la proporción áurea.
Tomado de Larson, 1978, p. 515.

El 59% (53 de 90) de las unidades y el 66% (20 de 30) de los cantos completos tenían una proporción dorada.

De acuerdo a Howat (Howat, 1983, pp. 23-25) la pieza *Reflets dans l'eau* de Claude Debussy tiene varias proporciones áureas. Esta pieza puede ser considerada un rondó donde existen dos motivos A y B, la obra en total posee 94 compases de los cuales el clímax sucede en el número 58 que es la media áurea del total, $94 \times 0.618 = 58.092$. Si a este valor se le calcula sucesivamente una proporción áurea resulta en 35 y 22; la primera entrada del motivo B se sucede en el compás 23 que está a un solo compás del verdadero punto áureo ya mencionado (véase figura 18).



De acuerdo a la figura 19 se puede observar otra estructura de la pieza tomando en cuenta esta vez, el motivo A y la modulación tonal. En este caso la modulación a Mi bemol sucede en el compás 55, que es un número de la serie de Fibonacci, el motivo A regresa luego de 34 compases otro número Fibonacci y por lo tanto la parte restante posee 21 compases. Los 36 compases finales se dividen en una proporción áurea así: $36 \times 0.618 = 22$ y que en la totalidad de la obra representa el compás 70 que es donde el motivo A reaparece por segunda vez.



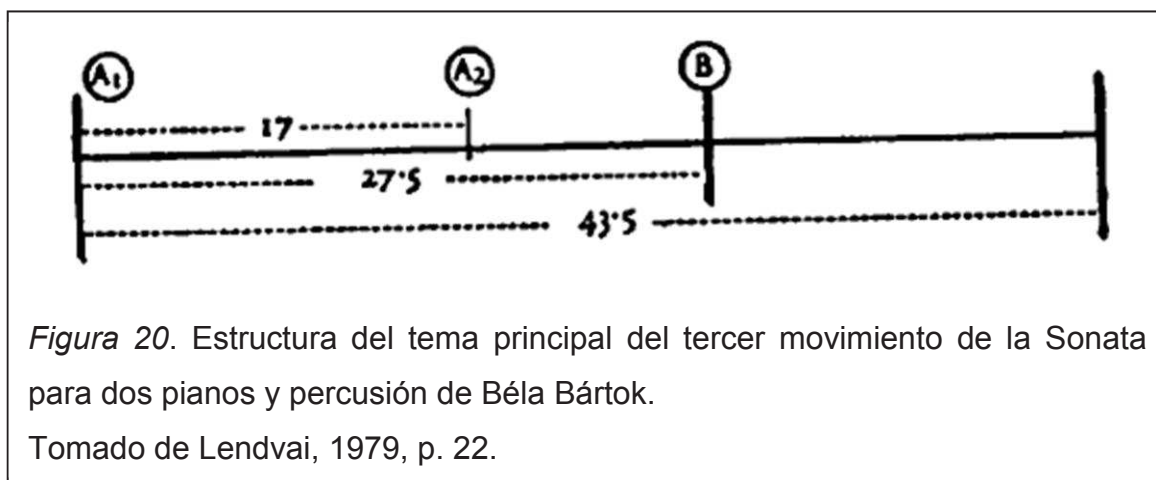
En el caso de la música de Béla Bartók reconocido compositor contemporáneo existen algunas obras que poseen Phi en su estructura como se ha mostrado en el trabajo de Erno Lendvai (Lendvai, 1979, p. 18); por ejemplo: el primer movimiento de la obra *Contrastes* tiene 93 compases donde la re exposición se da en el compás que divide a la obra en Phi y que es el número 57 ($93 \times 0.618 \approx 57$). Así mismo la re-exposición en *Acordes Rotos* acontece en la media dorada ($80 \times 0.618 \approx 49$).

La Sonata para dos pianos y percusión posee 443 compases, en el compás 274 es donde sucede la re exposición, $274/443 \approx 0.6185$. En esta obra si se tiene como unidad de medida un compás de $3/8$ debido al cambio constante en la métrica de la pieza se puede ver que existen 46 unidades en los 16 compases introductorios, a partir de la unidad 28 se sucede una inversión tonal y que es la media áurea del total, es decir, $46 \times 0.618 \approx 28$, si a este valor se vuelve a calcular su media áurea que es 17.3 es cuando desaparece la tónica y aparece la dominante, si se realiza el mismo procedimiento nuevamente entonces el valor es 11 que es aquella unidad donde aparece el címbalo y crea una dualidad en la tónica y la dominante (véase la tabla 2).

Tabla 2. Estructura de la obra Sonata para dos pianos y percusión de Béla Bártok.

Parte	Unidad	Relación	Acontecimiento
Total	Compases	$433 \cdot 0.618 \approx 274$	Re exposición
Introducción (16 compases)	3/8	$46 \cdot 0.618 \approx 28$	Inversión Tonal
Introducción	3/8	$28 \cdot 0.618 \approx 17.3$	Fin de la tónica e inicio de la dominante
Introducción	3/8	$17.3 \cdot 0.618 \approx 11$	Entrada del címbalo

En el tercer movimiento del mismo trabajo existe también una relación áurea; en el tema principal existen tres motivos que Lendvai identifica como A_1 , A_2 y B. Esta parte tiene un total de 43.5 compases, donde los sucesos B y A_2 se determinan mediante Phi, así: $43.5 \cdot 0.618 \approx 27.5$ para B y $27.5 \cdot 0.618 \approx 17.3$ para A_2 (Figura 20) (Lendvai, 1979, pp. 18-22).



En el primer movimiento de Música para cuerdas, percusión y celesta la obra empieza con un *piano pianissimo* hasta alcanzar el *forte fortissimo* y nuevamente el *piano pianissimo*. Si no se toman en cuenta los compases de silencio 34 y 69, la obra posee un total de 89 compases, un número de Fibonacci, donde el clímax llega en el número 55, y la exposición termina en el compás 21 tal como se observa en la figura 21.

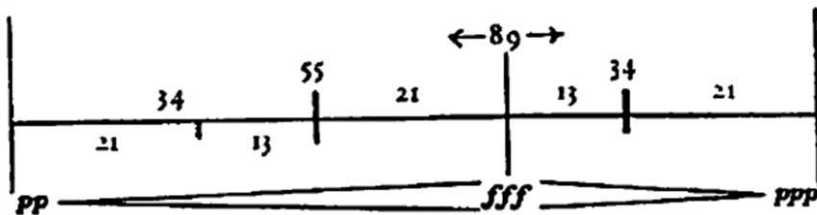


Figura 21. Estructura con la serie de Fibonacci de la obra Música para cuerdas, percusión y celesta de Béla Bartók.

Tomado de Lendvai, 1979, p. 28.

En el tercer movimiento de la misma pieza si se calcula los compases 3/2 que aparecen esporádicamente como $1 \frac{1}{2}$ compás, en la obra donde mayoritariamente hay una métrica de 4/4, a la razón existen 89 compases los que están divididos así: el primer tema dura 21 compases, el segundo tema 13, la cual forma una estructura de 34 compases, en los 55 restantes, el clímax ocurre 34 compases luego, el segundo tema aparece 13 compases después de éste y el primer tema y que cierra la obra perdura 8 (véase figura 22). Nótese que todos los números presentes son parte de la serie de Fibonacci (Lendvai, 1979, pp. 27-29).

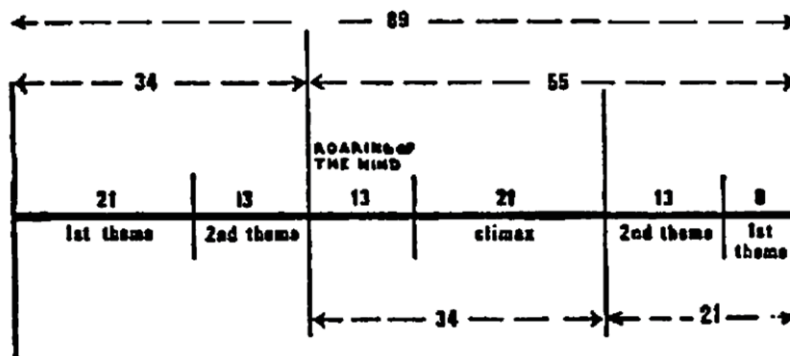


Figura 22. Estructura con la serie de Fibonacci del tercer movimiento de Música para cuerdas, percusión y celesta de Béla Bartók.

Tomado de Lendvai, 1979, p. 29.

1.14. Max/MSP

Max es un lenguaje de programación orientado hacia las aplicaciones de audio y multimedia cuya característica más particular es que el entorno donde sucede la programación es bastante gráfico haciendo uso de lo que en el programa se conocen como objetos que realizan distintas funciones y que pueden ser conectados entre sí.

Creado por Miller Puckette para el *Institut de Recherche et Coordination Acoustique/Musique* (IRCAM) y nombrado solamente Max y cuya primera versión comercial vio la luz en 1990 con la empresa *Opcode Systems*, que finalmente decidió desistir de producirla para mediados de esa década, sin embargo, sería nuevamente comercializada a partir de 1999 hasta la actualidad, por la empresa *Cycling '74*.

Max posee dos extensiones una de ellas denominada MSP (*Max Signal Processing*) cuyo rasgo es que a diferencia de Max que trata con datos numéricos, MSP permite procesar señales digitales de audio en tiempo real.

Muchos de los objetos de Max son una simple casilla pero que dentro de ella poseen un nombre específico, que define la función del objeto y muchas veces incluyen argumentos que sirven para definir más específicamente la acción del mismo. El lugar donde se colocan los objetos y se realizan las conexiones se denomina *patcher*, igualmente las conexiones se hacen mediante cables virtuales que en el caso de enviar datos numéricos o símbolos son de color negro sólido, en cambio, todos aquellos objetos pertenecientes al entorno MSP poseen el signo ~ acompañando al objeto y los cables conectores poseen líneas verdes y blancas para diferenciar que se trata de un flujo de señal. Finalmente un *subpatch* ejecuta las mismas funciones que un *patch* donde los objetos se encuentran encapsulados dentro del mismo y uno o varios *subpatches* pueden ser colocados dentro de un *patch*.

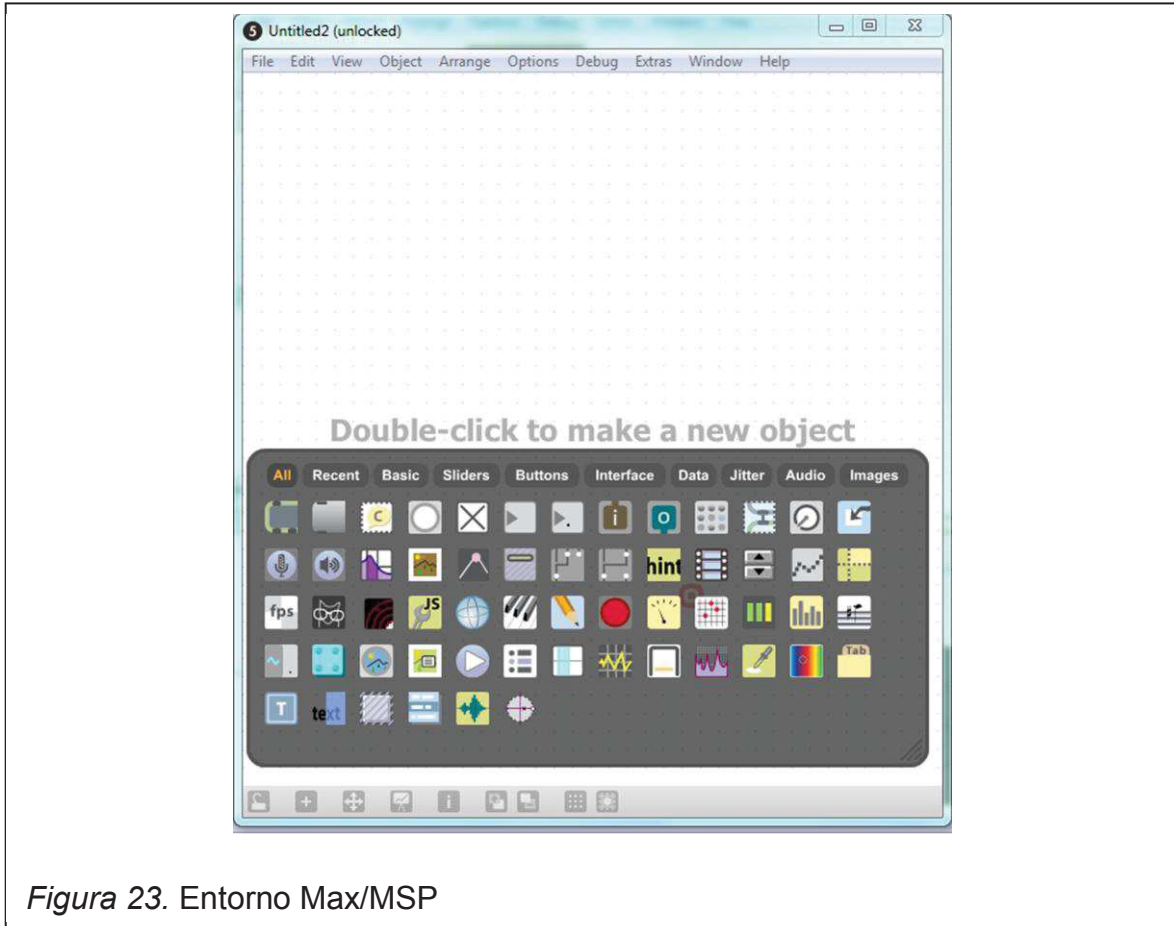


Figura 23. Entorno Max/MSP

A continuación se listan alfabéticamente todos los objetos necesarios para entender la programación realizada y explicada luego; la información recopilada en esta sección ha sido tomada de los manuales de usuario del programa Max/MSP:

/, divide los dos números asignados a cada una de sus entradas o un número para el valor del argumento del objeto.

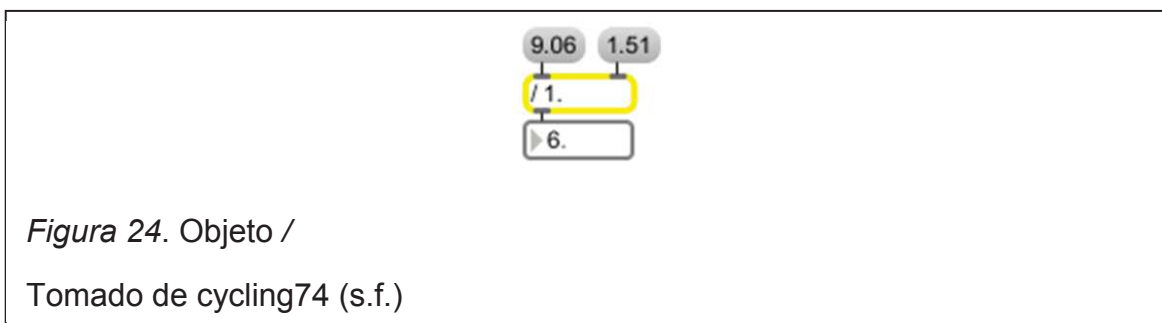


Figura 24. Objeto /

Tomado de cycling74 (s.f.)

-, resta los dos números asignados a cada una de sus entradas o un número menos el valor del argumento del objeto.

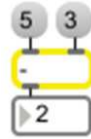


Figura 25. Objeto -

Tomado de cycling74 (s.f.)

*~, multiplica dos señales y su resultante es enviada a la salida. También puede recibir una sola señal y multiplicarla de acuerdo al argumento que acompaña al objeto.



*Figura 26. Objeto *~*

Tomado de cycling74 (s.f.)

+~, suma dos señales y su resultante es enviada a la salida. También puede recibir una sola señal y sumarla de acuerdo al argumento que acompaña al objeto.



Figura 27. Objeto +~

Tomado de http cycling74 (s.f.)

Clip~, limita la señal entrante entre los dos rangos especificados en sus argumentos.

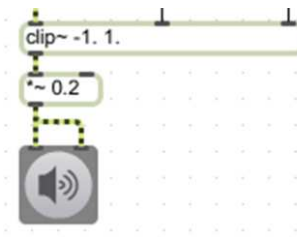


Figura 28. Objeto *clip~*

Tomado de cycling74 (s.f.)

Coll, permite crear o cargar una base de datos o mensajes mediante un editor de texto desplegable al dar doble *click* sobre el objeto. Los mensajes tienen la siguiente configuración: índice, dato; por ejemplo 126, 1000; o 127, 1250;

En la siguiente línea se puede escribir una nueva entrada siempre con la misma configuración.



Figura 29. Objeto *coll*

Tomado de cycling74 (s.f.)

Ctlin, Sus argumentos asignan los datos de número de controlador y canal MIDI del controlador del cual recibirá información y envía en su salida dicho valor de control MIDI.

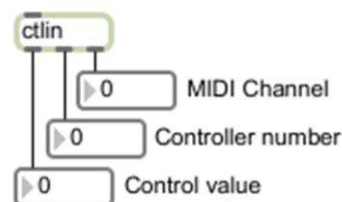


Figura 30. Objeto *ctlin*

Tomado de cycling74 (s.f.)

Comment, permite escribir un texto y mostrarlo como una etiqueta o un texto explicativo.

Since Max is a programming language after all, how about using comments to document your own code? ;-)

Figura 31. Objeto *comment*

Tomado de cycling74 (s.f.)

Cycle~, genera una forma de onda sinusoidal cuyo argumento o el valor de su entrada izquierda corresponde a la frecuencia de la señal.

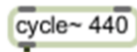


Figura 32. Objeto *cycle~*

Tomado de cycling74 (s.f.)

Dial, envía un valor numérico dependiendo del grado de rotación del objeto.



Figura 33. Objeto *dial*

Tomado de cycling74 (s.f.)

Expr, define una ecuación matemática a través de entradas que pueden ser \$f para un número decimal, \$i para un número entero y \$s para un símbolo además de operadores matemáticos: +, -, *, /, ^, entre otros.



Figura 34. Objeto *expr*

Tomado de cycling74 (s.f.)

Ezdac~, consiste en un convertidor digital a análogo que permite transformar las señales del entorno MSP en señal de audio audibles.



Figura 35. Objeto *ezdac~*

Tomado de cycling74 (s.f.)

Flonum, permite visualizar el número decimal que ingresa en su entrada y también enviarlo en su salida.

8.06

Figura 36. Objeto *flonum*

Tomado de cycling74 (s.f.)

Function, permite dibujar una curva mediante un conjunto de puntos x , y con valores decimales para ser enviados en su salida en forma de lista o valores interpolados. En su entrada debe recibir los mensajes de *domain* y *range* para definir el tamaño en x y y respectivamente. También puede recibir el mensaje *clear* para eliminar todos los puntos dibujados.

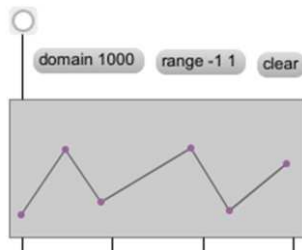


Figura 37. Objeto *function*

Tomado de cycling74 (s.f.)

Gain~, consiste en un *slider* que amplifica una señal, es decir, controla su ganancia.

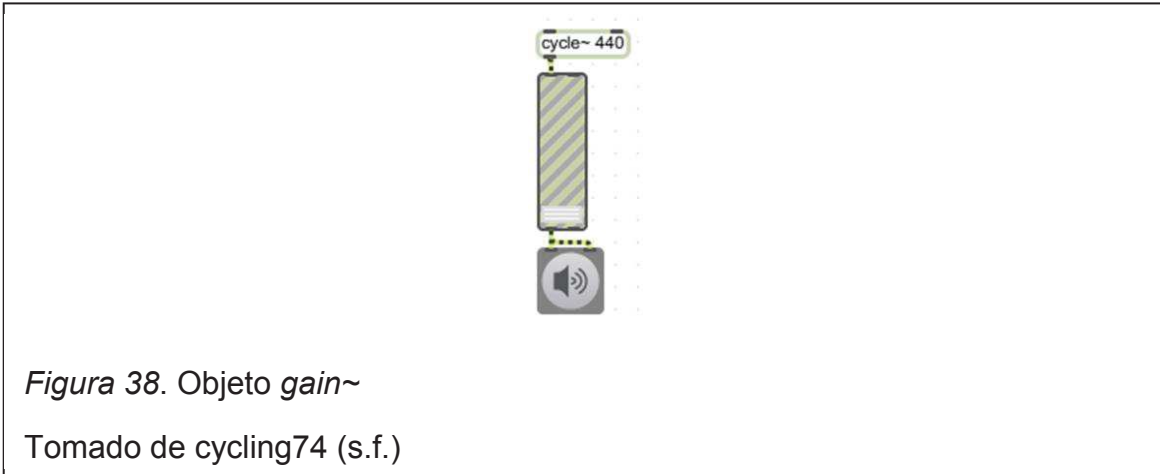


Figura 38. Objeto *gain~*

Tomado de cycling74 (s.f.)

Inlet, al ser usado en un *subpatcher* recibe mensajes de un *patch* externo.



Figura 39. Objeto *inlet*

Tomado de cycling74 (s.f.)

Key, envía el valor numérico del código ASCII correspondiente a la tecla que está presionada en el teclado del computador.

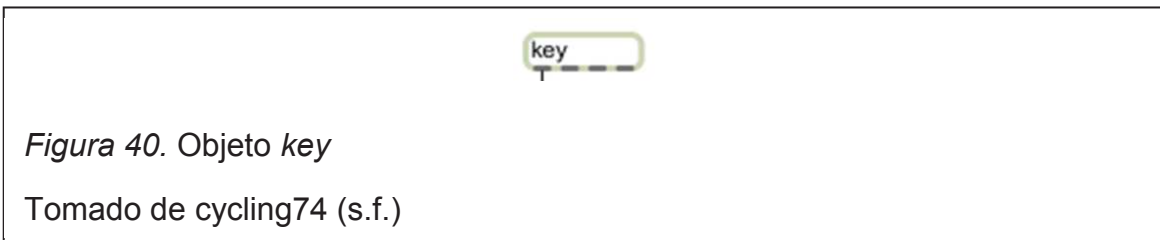


Figura 40. Objeto *key*

Tomado de cycling74 (s.f.)

Line~, genera una señal en forma de rampa, utilizando el formato de sintaxis de tiempo de Max/MSP.

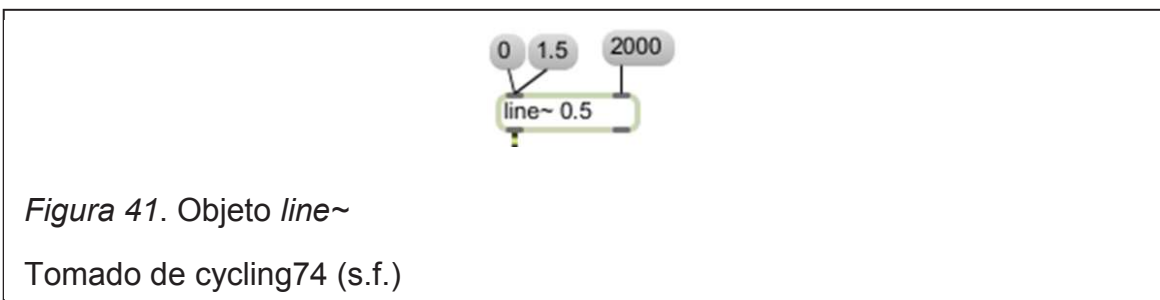


Figura 41. Objeto *line~*

Tomado de cycling74 (s.f.)

Meter~, objeto que permite visualizar el nivel de una señal entre -1 y 1.



Figura 42. Objeto *meter~*

Tomado de cycling74 (s.f.)

Notein, recibe en su entrada el mensaje MIDI de nota encendida (*note on*) o nota apagada (*note off*) por parte de un dispositivo MIDI y en sus tres salidas se envían los datos de *pitch*, *velocity* y *midi channel* respectivamente.

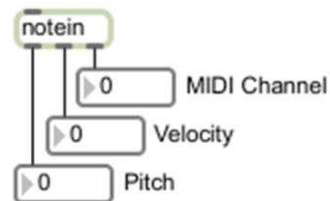


Figura 43. Objeto *notein*

Tomado de cycling74 (s.f.)

Pack, recibe mensajes separados y los reúne en una sola salida en forma de lista.

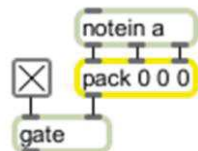
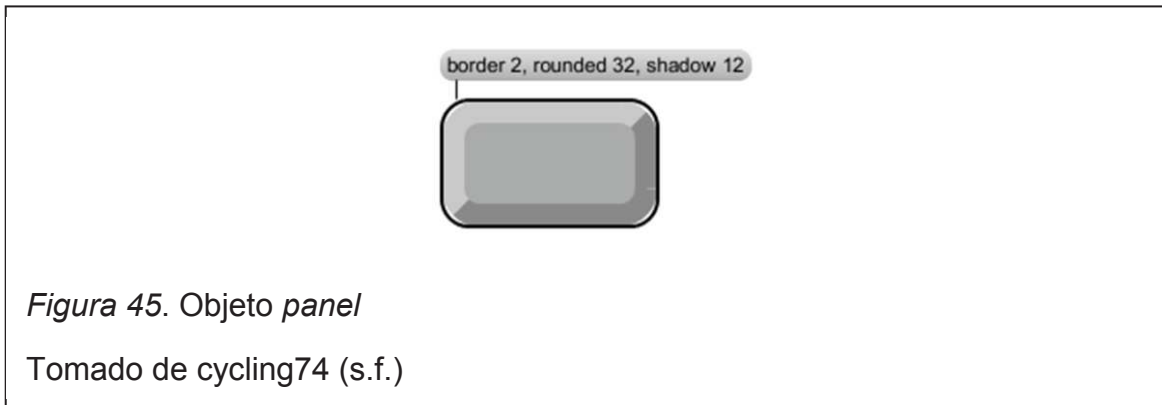


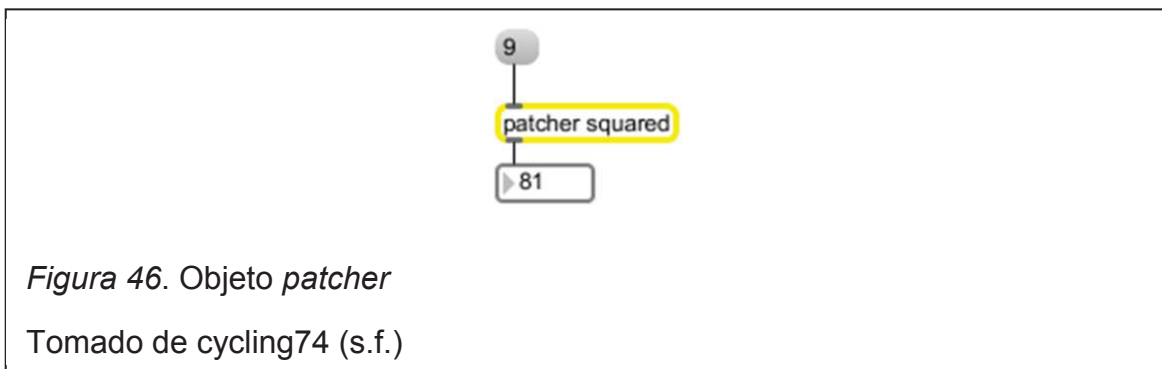
Figura 44. Objeto *pack*

Tomado de cycling74 (s.f.)

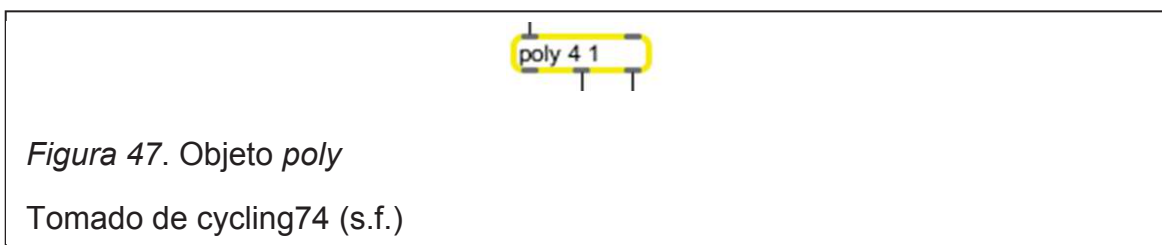
Panel, crea paneles en forma rectangulares o cuadradas para utilizarlas de fondo en una interfaz de usuario.



Patcher, crea un *subpatch* dentro de un *patch*. El argumento de este objeto es el nombre del *patch*.



Poly, permite tener polifonía mediante la asignación de voces individuales. Posee dos argumentos el primero indica el número de voces a ser creadas y el segundo si es un número distinto de cero activa la función *steal voices* la cual al existir mayor número de notas siendo tocadas que el número de voces asignables, permite asignar una voz a dicha nota retirándoselo a aquella que ha sido tocada en primer lugar o que lleva más tiempo siendo tocada.



Preset, permite guardar y volver a establecer los parámetros fijados para los objetos de interface de usuario tales como *dial*, *gain*, *function*, entre otros.

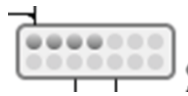


Figura 48. Objeto *preset*

Tomado de cycling74 (s.f.)

Outlet, envía un mensaje desde un *subpatcher* hacia un *patch*.



Figura 49. Objeto *outlet*

Tomado de cycling74 (s.f.)

Receive, recibe y envía mensajes despachados por el objeto *send* que comparte su mismo nombre como argumento. La característica principal es que el envío de datos no necesita del uso de cables o *patchcords*.

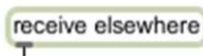


Figura 50. Objeto *receive*

Tomado de cycling74 (s.f.)

Rect~, genera una forma de onda rectangular cuyo argumento o el valor de su entrada izquierda corresponde a la frecuencia de la señal.



Figura 51. Objeto *rect~*

Tomado de cycling74 (s.f.)

Route, toma un mensaje entrante, compara su primer argumento con los argumentos del objeto *route* y los direcciona a la salida correspondiente, es decir, si coincide con el primer argumento se envía el dato hacia la primera salida, si coincide con el segundo argumento se envía a la segunda salida y así

sucesivamente, si no existe coincidencia alguna el dato se envía a la salida del extremo derecho.



Figura 52. Objeto route

Tomado de cycling74 (s.f.)

Saw~, genera una forma de onda diente de sierra cuyo argumento o el valor de su entrada izquierda corresponde a la frecuencia de la señal.



Figura 53. Objeto saw~

Tomado de cycling74 (s.f.)

Scope~, permite observar la forma de onda de una señal, tal cual en un osciloscopio.



Figura 54. Objeto scope~

Tomado de cycling74 (s.f.)

Select, compara la señal de entrada con el o los argumentos del objeto para enviarlo a una determinada salida dependiendo de si existe coincidencia o no.

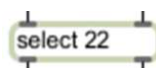


Figura 55. Objeto select

Tomado de cycling74 (s.f.)

Selector~, posee la misma función que el objeto *select* pero a diferencia de datos recibe señales para compararlas.



Figura 56. Objeto *selector~*

Tomado de cycling74 (s.f.)

Send, envía datos hacia el objeto *receive* que comparte igual argumento.

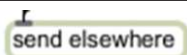


Figura 57. Objeto *send*

Tomado de cycling74 (s.f.)

Sig~, transforma un número entero o decimal en una señal constante.



Figura 58. Objeto *sig~*

Tomado de cycling74 (s.f.)

Spectroscope~, permite observar el espectro armónico de una señal.

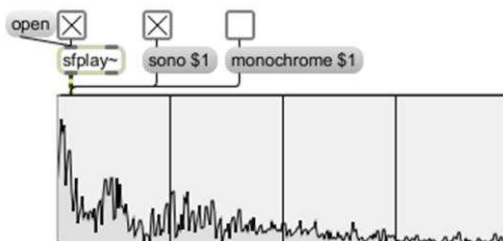


Figura 59. Objeto *spectroscopy~*

Tomado de cycling74 (s.f.)

Split, compara el valor de entrada dentro del rango especificado en sus argumentos y si existe coincidencia envía la información a la salida izquierda, caso contrario la despacha a la salida derecha.

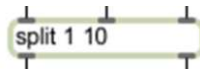


Figura 60. Objeto *split*

Tomado de cycling74 (s.f.)

Tri~, genera una forma de onda triangular cuyo argumento o el valor de su entrada izquierda corresponde a la frecuencia de la señal.



Figura 61. Objeto *tri~*

Tomado de cycling74 (s.f.)

Trigger, gatilla la entrada del objeto de acuerdo al argumento que puede ser un *bang* (*b*), *integer* (*i*), *float* (*f*), *list* (*l*), *symbol* (*s*), es decir, un *bang*, entero, decimal, lista o símbolo en las entradas especificadas para cada uno de ellos.

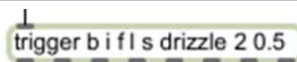


Figura 62. Objeto *trigger*

Tomado de cycling74 (s.f.)

Umenu, es un menú desplegable cuyas opciones son personalizables, se envía en la salida un número, empezando desde 0, correspondiente a la opción elegida.

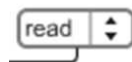


Figura 63. Objeto *umenu*

Tomado de cycling74 (s.f.)

Unpack, toma valores de una lista y los transforma en mensajes separados que son enviados a salidas separadas.

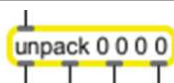
A diagram showing an object labeled 'unpack 0 0 0 0'. The text is enclosed in a yellow rounded rectangle. Below the text, there are four vertical tick marks, each aligned with a space between the characters '0', '0', '0', and '0'. A vertical line with a downward-pointing arrow is positioned above the first '0'.

Figura 64. Objeto unpack

Tomado de cycling74 (s.f.)

2. DESARROLLO

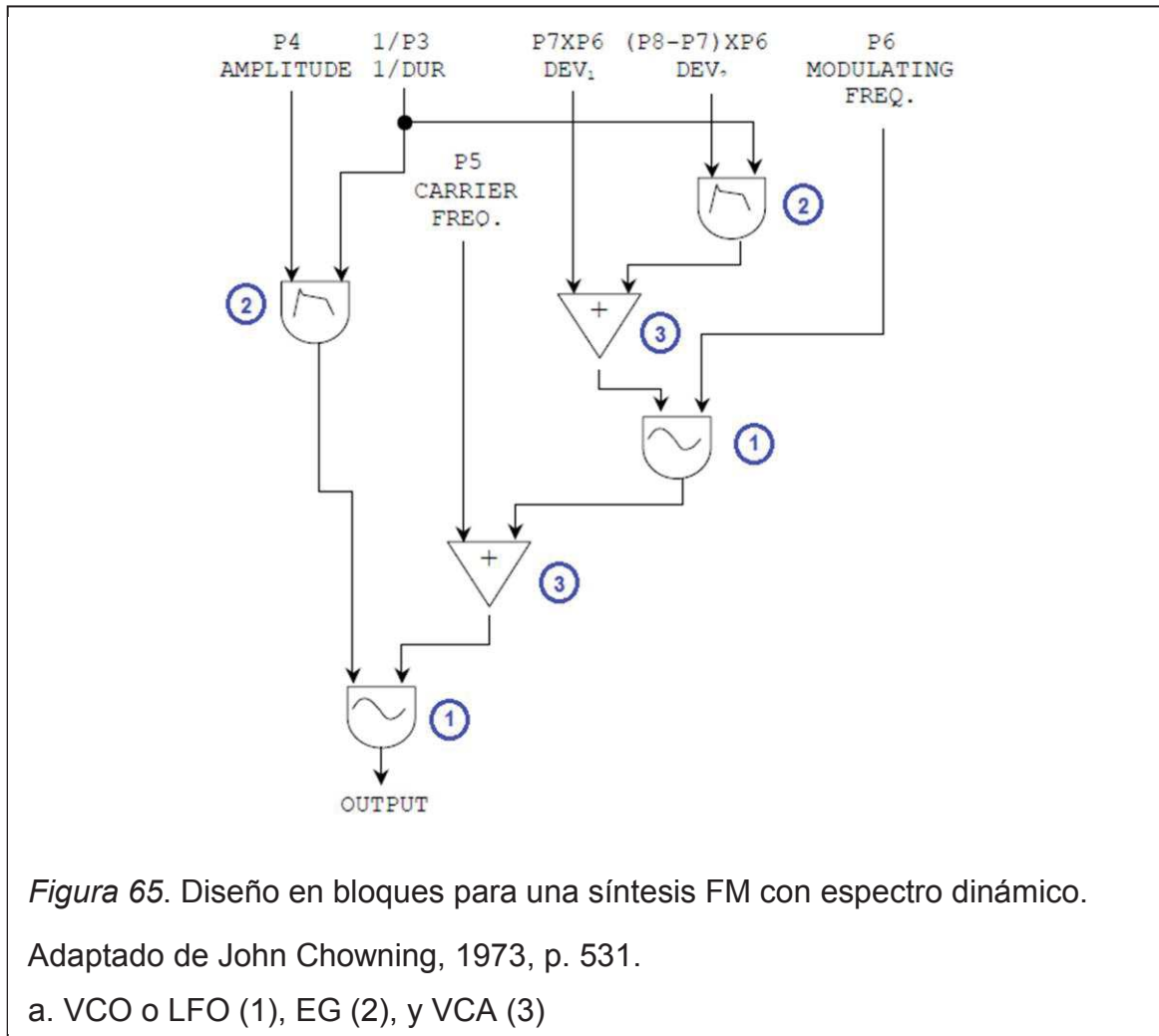
2.1. Desarrollo experimental

A partir de una investigación inicial realizada para determinar los tipos de síntesis posibles de implementar, se llegó a la decisión de programar una síntesis por modulación de frecuencia; la medida fue tomada con criterios técnicos por la autora de este trabajo entre ellos el que FM a diferencia de otros tipos de síntesis permite lograr resultados sonoros complejos a través de una programación relativamente factible.

Por lo tanto, un paso lógico en la consecución de este trabajo fue en primera instancia realizar una revisión bibliográfica de este tema sobre todo la hecha por el autor de este método, John M. Chowning en el paper científico presentado para la convención AES de 1973 *The Synthesis of Complex Audio Spectra by means of Frequency Modulation*.

2.2. Determinación de los elementos de síntesis

Una síntesis FM posee todos los elementos básicos ya antes mencionados pudiendo llegar a prescindir del VCF debido a que el espectro armónico puede ser modificado gracias a otros dos elementos característicos de FM que son: la razón de armonicidad (HR, por su nombre en inglés) y el índice de modulación (MI también por su nombre en inglés). Se determinan los elementos de síntesis necesarios siguiendo el modelo presentado por John Chowning (1973) para una síntesis con espectro dinámico y que se puede apreciar en la figura 65.



Por lo tanto, los elementos necesarios son:

1) LFO y VCO ya que se desea producir ondas de infrasonido para crear un *vibrato*, que es de utilidad en la interpretación musical, de igual forma se necesitan ondas con frecuencia audible para producir la síntesis FM; en este caso resultan ser el mismo elemento ya que el lenguaje de programación admite producir en un solo oscilador ya sea frecuencias audibles y no audibles.

2) EG para modelar la envolvente del sonido y que junto con el índice de modulación se logra tener un espectro dinámico, es decir, que este sea una función del tiempo y se controle la envolvente de la señal resultante, esto para asemejar el comportamiento de muchos instrumentos musicales en donde una nota varía su comportamiento armónico mientras pasa el tiempo.

3) VCA el cual controla la ganancia de la señal.

Se ha decidido prescindir del VCF ya que el HR y MI varían el espectro armónico, y por lo tanto se integran elementos matemáticos tales como la multiplicación y la generación de una señal en forma de línea para dichos índices, así como sumas para la generación propiamente de la síntesis.

2.3. Análisis preliminar para la determinación de las formas de ondas a usar

Dado que los osciladores son uno de los elementos a ser integrados se hace necesario definir las formas de ondas a ser producidas por este. Se ha mencionado que la síntesis FM permite producir una onda con un rico espectro armónico partiendo de ondas sinusoidales que se saben son las únicas señales puras, es decir, con una sola frecuencia fundamental y sin sobretonos, seguidamente, se puede pensar que sería suficiente implementar este tipo de ondas, no obstante, si se tiene en cuenta que existen otras formas de onda que no son tonos puros como por ejemplo una onda triangular con una frecuencia fundamental y los sobretonos impares de aquella, la interacción con otra forma de onda mediante síntesis FM será más compleja, por ejemplo si se tiene como frecuencia portadora una onda triangular y de moduladora una forma sinusoidal de acuerdo al comportamiento de este método se conoce que existirán sobretonos dados por los valores de la frecuencia fundamental de la portadora y de la moduladora ($f_c \pm n f_m$), pero asimismo los sobretonos de la portadora al interactuar con la onda sinusoidal producirán muchos más armónicos y por lo tanto un espectro más complicado. Es así que, para poseer más opciones en pos de la experimentación es perfectamente plausible usar otras formas de onda.

Consecuentemente, se precisaron cinco formas de onda, en este caso las más comunes: sinusoidal, triangular, rectangular, diente de sierra, y un último diseño que se le denominó Fibonacci y cuyo simple diseño será explicado en el apartado siguiente.

2.4. Especificación de la proporción áurea en los elementos de síntesis y establecimiento del código de programación

La contemplación del número Phi dentro de las principales características de un sintetizador es el punto principal y por ello aquel que más consideración ha tenido durante toda la realización de esta tesis, más allá de la programación usada, es el diseño con relación al número áureo el que toma vital importancia para la consecución de este proyecto.

Se diseñó en primera instancia la forma de onda Fibonacci, que consiste en varias señales sinusoidales que representan una frecuencia fundamental junto con sus armónicos y cuya característica es que el número de sobretono y su amplitud tiene una relación de Phi y Fibonacci, así los sobretonos que se generan son 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21 y 34, valores de la serie de Fibonacci. Se define la amplitud de la fundamental en 0.5 y a partir del segundo sobretono se calcula la amplitud con la fórmula $\frac{1}{\phi+n}$, donde n representa el número de sobretono, así se tienen en la tabla 3 los siguientes valores:

Tabla 3. Sobretono vs. amplitud de la forma de onda Fibonacci

Sobretono (n)	1	2	3	5	8	13	21	34
Amplitud $\frac{1}{\phi+n}$	0.5	0.27	0.21	0.15	0.10	0.06	0.04	0.02

La figura 66 representa la distribución de sobretono vs. amplitud de la forma Fibonacci.

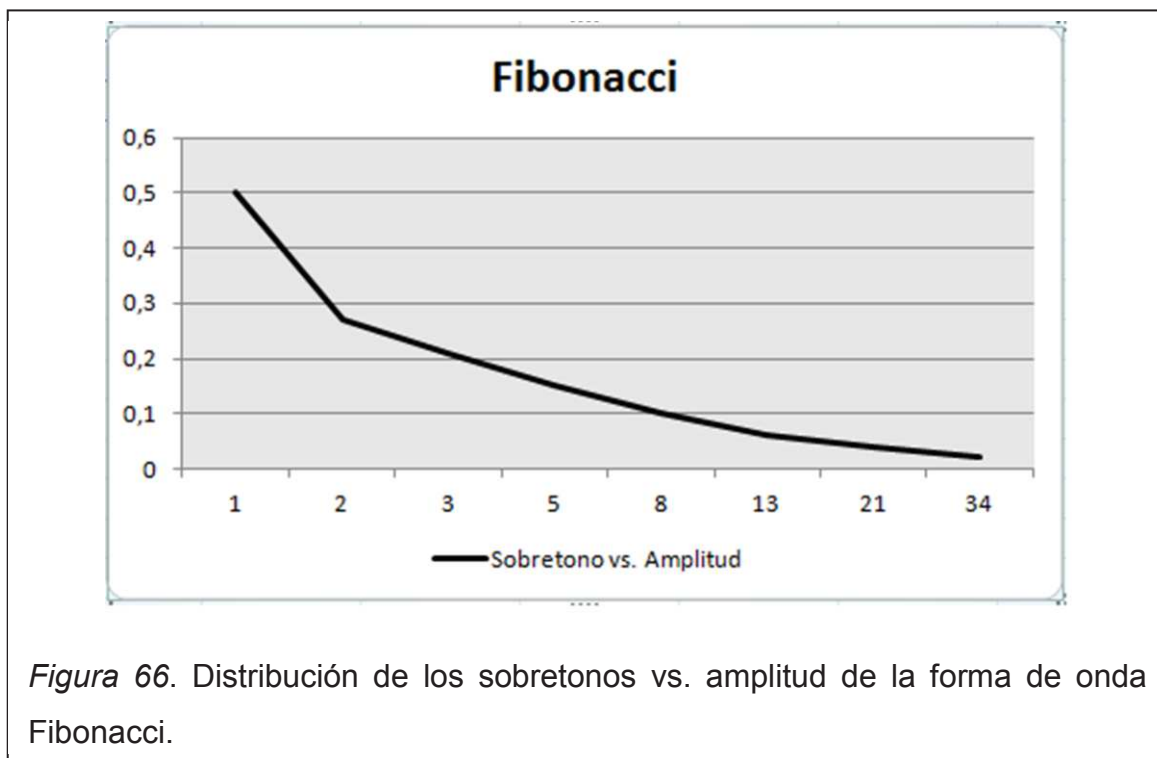


Figura 66. Distribución de los sobretonos vs. amplitud de la forma de onda Fibonacci.

Luego, se precisó uno de los aspectos más característicos de este sintetizador y reside en las frecuencias a ser producidas, es decir, las escalas a ser usadas, para ello se concretó una afinación que no siguieran los cánones ya establecidos sino un arreglo basado en la proporción áurea; en este caso se ha utilizado el método planteado por John Chowning en su artículo, *Fifty Years of Computer Music: Ideas of the Past Speak to the Future* donde se explica el proceso de creación de la pieza *Stria* (1977) y *Voices* (2003) usando una relación de Phi. Se especifican las frecuencias bases (véase tabla 4) para cada una las pseudo octavas musicales basada en potencias de Phi, donde la primera frecuencia base se calcula por medio de Φ^{-8} que es igual a 0.0213 y al ser multiplicado por 1000 da un valor de 21.3 cifra muy cercana a los 20 Hz la frecuencia mínima de la audición humana; la frecuencia máxima está dada por Φ^6 ya que da como resultado 17.94 y multiplicado por 1000 un total de 17944.3 Hz:

Tabla 4. Frecuencias bases para cada pseudo octava

n	Phi ⁿ	F = Phi ⁿ x1000 (Hz)
-8	0,02	21,29
-7	0,03	34,44
-6	0,06	55,73
-5	0,09	90,17
-4	0,15	145,9
-3	0,24	236,07
-2	0,38	381,97
-1	0,62	618,03
0	1	1000
1	1,62	1618,03
2	2,62	2618,03
3	4,24	4236,07
4	6,85	6854,1
5	11,09	11090,17
6	17,94	17944,27

A cada uno de estos valores se les multiplicó pasos (musicalmente un semitono) que en la escala temperada sería igual a $\sqrt[12]{2}$ y que en este caso es $\text{Phi}^{m/n}$ donde n representa el número de “semitonos” para cada pseudo octava y m valores desde 0 hasta n.

En primera instancia siguiendo el modelo de John Chowning, n tomó el valor de 9 mientras m desde 0 hasta 9. Así se obtiene la siguiente tabla de valores:

Tabla 5. Cálculo de las frecuencias utilizando el modelo de John Chowning (2007) para un m=9.

n	Phi ⁿ	F =Phi ⁿ x1000	(Phi ^{m/9})*F									
			Phi ^{0/9}	Phi ^{1/9}	Phi ^{2/9}	Phi ^{1/3}	Phi ^{4/9}	Phi ^{5/9}	Phi ^{2/3}	Phi ^{7/9}	Phi ^{8/9}	Phi ^{9/9}
			1,00	1,05	1,11	1,17	1,24	1,31	1,38	1,45	1,53	1,62
-8	0,02	21,29	21,29	22,46	23,69	24,99	26,36	27,81	29,34	30,95	32,65	34,44
-7	0,03	34,44	34,44	36,33	38,33	40,43	42,65	45,00	47,47	50,08	52,83	55,73
-6	0,06	55,73	55,73	58,79	62,02	65,42	69,02	72,81	76,81	81,03	85,48	90,17
-5	0,09	90,17	90,17	95,12	100,35	105,86	111,67	117,81	124,28	131,10	138,30	145,90
-4	0,15	145,90	145,90	153,91	162,36	171,28	180,69	190,61	201,08	212,13	223,78	236,07
-3	0,24	236,07	236,07	249,03	262,71	277,14	292,36	308,42	325,36	343,23	362,08	381,97
-2	0,38	381,97	381,97	402,94	425,08	448,42	473,05	499,03	526,44	555,35	585,86	618,03
-1	0,62	618,03	618,03	651,98	687,79	725,56	765,41	807,45	851,80	898,58	947,94	1000,00
0	1,00	1000,00	1000,00	1054,92	1112,86	1173,98	1238,46	1306,48	1378,24	1453,94	1533,79	1618,03
1	1,62	1618,03	1618,03	1706,90	1800,65	1899,55	2003,88	2113,94	2230,04	2352,52	2481,73	2618,03
2	2,62	2618,03	2618,03	2761,82	2913,51	3073,53	3242,34	3420,42	3608,28	3806,46	4015,52	4236,07
3	4,24	4236,07	4236,07	4468,73	4714,16	4973,08	5246,22	5534,36	5838,32	6158,98	6497,25	6854,10
4	6,85	6854,10	6854,10	7230,55	7627,68	8046,61	8488,56	8954,78	9446,60	9965,44	10512,77	11090,17
5	11,09	11090,17	11090,17	11699,28	12341,84	13019,69	13734,78	14489,13	15284,92	16124,42	17010,03	17944,27
6	17,94	17944,27	17944,27	18929,83	19969,52	21066,31	22223,34	23443,91	24731,53	26089,86	27522,80	29034,44

Nótese que los valores $\Phi^{0/9}$ y $\Phi^{9/9}$ producen las mismas frecuencias en el “semitono” inmediato y que resultan ser las frecuencias bases antes mencionadas.

Se ha tomado $\Phi^{m/9}$ ya que a la hora de diseñar el programa, se debe tener en cuenta que el protocolo MIDI posee en total 128 valores para las distintas frecuencias, por ello con este tipo de afinación la frecuencia máxima asignable es 18929.83 Hz que es una cifra bastante alta dentro del rango de audición.

Se puede notar que entre una pseudo octava y la siguiente, existen solamente 9 pasos y no 12, de allí la denominación dada. Posteriormente se consideró la posibilidad de expandir este diseño para alcanzar una similitud con la escala temperada y de esta forma las frecuencias bases coincidan con el inicio de una nueva octava, sin embargo, no se puede lograr este cometido sin ir en detrimento la frecuencia máxima dentro del rango de 128 notas, es así que la coincidencia mencionada solo puede ocurrir con un n de valor 12 pero que alcanza una frecuencia máxima muy baja del rango audible razón por la cual se desarrollaron diferentes cálculos de $\Phi^{m/n}$ variando el valor de n en forma descendente a partir de 12 hasta 8. Las frecuencias máximas calculadas para 128 valores con n distintos se muestran en la tabla 6.

Tabla 6. Cantidad de semitonos vs. Frecuencia máxima para 128 valores

Cantidad semitonos (n)	Frec. máxima (Hz)
12	3330.191
11	5271.780
10	9148.358
9	17944.3
8	41653.76

A continuación se visualizan las cuatro tablas (7 – 10) de frecuencia restantes:

Tabla 7. Cálculo de las frecuencias utilizando el modelo de John Chowning (2007) para un m=12.

n	Phi ⁿ	F =Phi ⁿ x1000	Phi ^{m/12} *F												
			Phi ⁰	Phi ^{1/12}	Phi ^{2/12}	Phi ^{3/12}	Phi ^{4/12}	Phi ^{5/12}	Phi ^{6/12}	Phi ^{7/12}	Phi ^{8/12}	Phi ^{9/12}	Phi ^{10/12}	Phi ^{11/12}	Phi ^(12/12)
			1	1,04	1,08	1,13	1,17	1,22	1,27	1,32	1,38	1,43	1,49	1,55	1,62
-8	0,02	21,29	21,29	22,16	23,06	24,01	24,99	26,01	27,08	28,18	29,34	30,54	31,79	33,09	34,44
-7	0,03	34,44	34,44	35,85	37,32	38,84	40,43	42,09	43,81	45,6	47,47	49,41	51,43	53,54	55,73
-6	0,06	55,73	55,73	58,01	60,38	62,85	65,42	68,1	70,89	73,79	76,81	79,95	83,22	86,63	90,17
-5	0,09	90,17	90,17	93,86	97,7	101,7	105,86	110,19	114,7	119,39	124,28	129,36	134,65	140,16	145,9
-4	0,15	145,9	145,9	151,87	158,08	164,55	171,28	178,29	185,59	193,18	201,08	209,31	217,87	226,79	236,07
-3	0,24	236,07	236,07	245,73	255,78	266,25	277,14	288,48	300,28	312,57	325,36	338,67	352,53	366,95	381,97
-2	0,38	381,97	381,97	397,59	413,86	430,8	448,42	466,77	485,87	505,75	526,44	547,98	570,4	593,74	618,03
-1	0,62	618,03	618,03	643,32	669,64	697,04	725,56	755,25	786,15	818,32	851,8	886,65	922,93	960,69	1000
0	1	1000	1000	1040,92	1083,51	1127,84	1173,98	1222,02	1272,02	1324,07	1378,24	1434,63	1493,33	1554,43	1618,03
1	1,62	1618,03	1618,03	1684,24	1753,15	1824,88	1899,55	1977,27	2058,17	2142,38	2230,04	2321,28	2416,26	2515,13	2618,03
2	2,62	2618,03	2618,03	2725,15	2836,66	2952,72	3073,53	3199,29	3330,19	3466,45	3608,28	3755,92	3909,59	4069,56	4236,07
3	4,24	4236,07	4236,07	4409,39	4589,8	4777,6	4973,08	5176,56	5388,36	5608,83	5838,32	6077,2	6325,86	6584,68	6854,1
4	6,85	6854,1	6854,1	7134,54	7426,46	7730,32	8046,61	8375,85	8718,55	9075,28	9446,6	9833,12	10235,45	10654,24	11090,17
5	11,09	11090,17	11090,17	11543,93	12016,26	12507,92	13019,69	13552,41	14106,91	14684,11	15284,92	15910,32	16561,31	17238,93	17944,27
6	17,94	17944,27	17944,27	18678,48	19442,72	20238,24	21066,31	21928,25	22825,47	23759,39	24731,53	25743,44	26796,76	27893,17	29034,44

Tabla 8. Cálculo de las frecuencias utilizando el modelo de John Chowning (2007) para un m=11.

n	Phi ⁿ	F=Phi ⁿ x1000	Phi ^{m/11} *F												
			Phi ^{0/11}	Phi ^{1/11}	Phi ^{2/11}	Phi ^{3/11}	Phi ^{4/11}	Phi ^{5/11}	Phi ^{6/11}	Phi ^{7/11}	Phi ^{8/11}	Phi ^{9/11}	Phi ^{10/11}	Phi ^{11/11}	
			1,00	1,04	1,09	1,14	1,19	1,24	1,30	1,36	1,42	1,48	1,55	1,62	
-8	0,02	21,29	21,29	22,24	23,23	24,27	25,36	26,49	27,68	28,91	30,21	31,56	32,97	34,44	
-7	0,03	34,44	34,44	35,98	37,59	39,27	41,03	42,86	44,78	46,78	48,87	51,06	53,34	55,73	
-6	0,06	55,73	55,73	58,22	60,82	63,54	66,38	69,35	72,45	75,69	79,08	82,62	86,31	90,17	
-5	0,09	90,17	90,17	94,20	98,41	102,82	107,41	112,22	117,23	122,48	127,95	133,68	139,65	145,90	
-4	0,15	145,90	145,90	152,42	159,24	166,36	173,80	181,57	189,69	198,17	207,03	216,29	225,96	236,07	
-3	0,24	236,07	236,07	246,62	257,65	269,17	281,21	293,79	306,92	320,65	334,99	349,97	365,62	381,97	
-2	0,38	381,97	381,97	399,05	416,89	435,53	455,01	475,36	496,61	518,82	542,02	566,26	591,58	618,03	
-1	0,62	618,03	618,03	645,67	674,54	704,71	736,22	769,14	803,54	839,47	877,01	916,23	957,20	1000,00	
0	1,00	1000,00	1000,00	1044,72	1091,43	1140,24	1191,23	1244,50	1300,15	1358,29	1419,03	1482,48	1548,78	1618,03	
1	1,62	1618,03	1618,03	1690,39	1765,98	1844,95	1927,45	2013,64	2103,69	2197,76	2296,04	2398,71	2505,97	2618,03	
2	2,62	2618,03	2618,03	2735,11	2857,41	2985,19	3118,68	3258,14	3403,84	3556,05	3715,06	3881,19	4054,75	4236,07	
3	4,24	4236,07	4236,07	4425,49	4623,39	4830,14	5046,13	5271,78	5507,52	5753,80	6011,10	6279,90	6560,72	6854,10	
4	6,85	6854,10	6854,10	7160,60	7480,80	7815,33	8164,81	8529,92	8911,36	9309,85	9726,16	10161,09	10615,47	11090,17	
5	11,09	11090,17	11090,17	11586,09	12104,20	12645,47	13210,94	13801,70	14418,88	15063,65	15737,26	16440,99	17176,20	17944,27	
6	17,94	17944,27	17944,27	18746,70	19585,00	20460,79	21375,75	22331,62	23330,23	24373,50	25463,43	26602,09	27791,67	29034,44	

Tabla 9. Cálculo de las frecuencias utilizando el modelo de John Chowning (2007) para un m=10.

n	Phi ⁿ	F=Phi ⁿ x1000	Phi ^{m/10} *F										
			Phi ⁰	Phi ^{1/10}	Phi ^{2/10}	Phi ^{3/10}	Phi ^{4/10}	Phi ^{5/10}	Phi ^{6/10}	Phi ^{7/10}	Phi ^{8/10}	Phi ^{9/10}	Phi ^{10/10}
			1	1,05	1,1	1,16	1,21	1,27	1,33	1,4	1,47	1,54	1,62
-8	0,02	21,29	21,29	22,34	23,44	24,59	25,8	27,08	28,41	29,81	31,28	32,82	34,44
-7	0,03	34,44	34,44	36,14	37,92	39,79	41,75	43,81	45,97	48,24	50,61	53,11	55,73
-6	0,06	55,73	55,73	58,48	61,36	64,38	67,56	70,89	74,38	78,05	81,9	85,93	90,17
-5	0,09	90,17	90,17	94,62	99,28	104,17	109,31	114,7	120,35	126,29	132,51	139,04	145,9
-4	0,15	145,9	145,9	153,09	160,64	168,56	176,87	185,59	194,73	204,33	214,41	224,98	236,07
-3	0,24	236,07	236,07	247,71	259,92	272,73	286,18	300,28	315,09	330,62	346,92	364,02	381,97
-2	0,38	381,97	381,97	400,8	420,55	441,29	463,04	485,87	509,82	534,95	561,33	589	618,03
-1	0,62	618,03	618,03	648,5	680,47	714,02	749,22	786,15	824,91	865,57	908,24	953,02	1000
0	1	1000	1000	1049,3	1101,03	1155,3	1212,26	1272,02	1334,73	1400,53	1469,57	1542,02	1618,03
1	1,62	1618,03	1618,03	1697,8	1781,5	1869,32	1961,47	2058,17	2159,63	2266,1	2377,81	2495,03	2618,03
2	2,62	2618,03	2618,03	2747,1	2882,52	3024,63	3173,73	3330,19	3494,36	3666,63	3847,38	4037,05	4236,07
3	4,24	4236,07	4236,07	4444,9	4664,02	4893,95	5135,21	5388,36	5654	5932,73	6225,2	6532,08	6854,1
4	6,85	6854,1	6854,1	7191,99	7546,54	7918,57	8308,94	8718,55	9148,36	9599,35	10072,58	10569,13	11090,17
5	11,09	11090,17	11090,17	11636,89	12210,56	12812,52	13444,15	14106,91	14802,35	15532,08	16297,77	17101,22	17944,27

Tabla 10. Cálculo de las frecuencias utilizando el modelo de John Chowning (2007) para un m=8.

n	Phi ⁿ	F = Phi ⁿ x1000	Phi ^{m/8} *F								
			Phi ⁰	Phi ^{1/8}	Phi ^{2/8}	Phi ^{3/8}	Phi ^{4/8}	Phi ^{5/8}	Phi ^{6/8}	Phi ^{7/8}	Phi ^{8/8}
			1	1,06	1,13	1,2	1,27	1,35	1,43	1,52	1,62
-8	0,02	21,29	21,29	22,61	24,01	25,5	27,08	28,76	30,54	32,43	34,44
-7	0,03	34,44	34,44	36,58	38,84	41,25	43,81	46,53	49,41	52,47	55,73
-6	0,06	55,73	55,73	59,18	62,85	66,75	70,89	75,28	79,95	84,91	90,17
-5	0,09	90,17	90,17	95,76	101,7	108	114,7	121,81	129,36	137,38	145,9
-4	0,15	145,9	145,9	154,94	164,55	174,75	185,59	197,09	209,31	222,29	236,07
-3	0,24	236,07	236,07	250,7	266,25	282,75	300,28	318,9	338,67	359,67	381,97
-2	0,38	381,97	381,97	405,65	430,8	457,5	485,87	515,99	547,98	581,95	618,03
-1	0,62	618,03	618,03	656,35	697,04	740,26	786,15	834,89	886,65	941,62	1000
0	1	1000	1000	1062	1127,84	1197,76	1272,02	1350,88	1434,63	1523,58	1618,03
1	1,62	1618,03	1618,03	1718,35	1824,88	1938,02	2058,17	2185,77	2321,28	2465,2	2618,03
2	2,62	2618,03	2618,03	2780,35	2952,72	3135,78	3330,19	3536,65	3755,92	3988,77	4236,07
3	4,24	4236,07	4236,07	4498,69	4777,6	5073,8	5388,36	5722,43	6077,2	6453,97	6854,1
4	6,85	6854,1	6854,1	7279,04	7730,32	8209,58	8718,55	9259,08	9833,12	10442,75	11090,17
5	11,09	11090,17	11090,17	11777,73	12507,92	13283,38	14106,91	14981,51	15910,32	16896,72	17944,27
6	17,94	17944,27	17944,27	19056,77	20238,24	21492,96	22825,47	24240,59	25743,44	27339,47	29034,44
7	29,03	29034,44	29034,44	30834,5	32746,16	34776,34	36932,38	39222,09	41653,76	44236,19	46978,71

La implementación de esta parte del diseño está dada de la siguiente forma, conociendo que el objeto *coll* permite almacenar varios datos o mensajes, es posible crear cinco diferentes bases de datos almacenadas como archivos de texto, es decir una extensión *.txt*, los nombres de los archivos han sido denominados Notas 12, Notas 11, Notas 10, Notas, Notas 8 y Cero, y poseen la siguiente estructura:

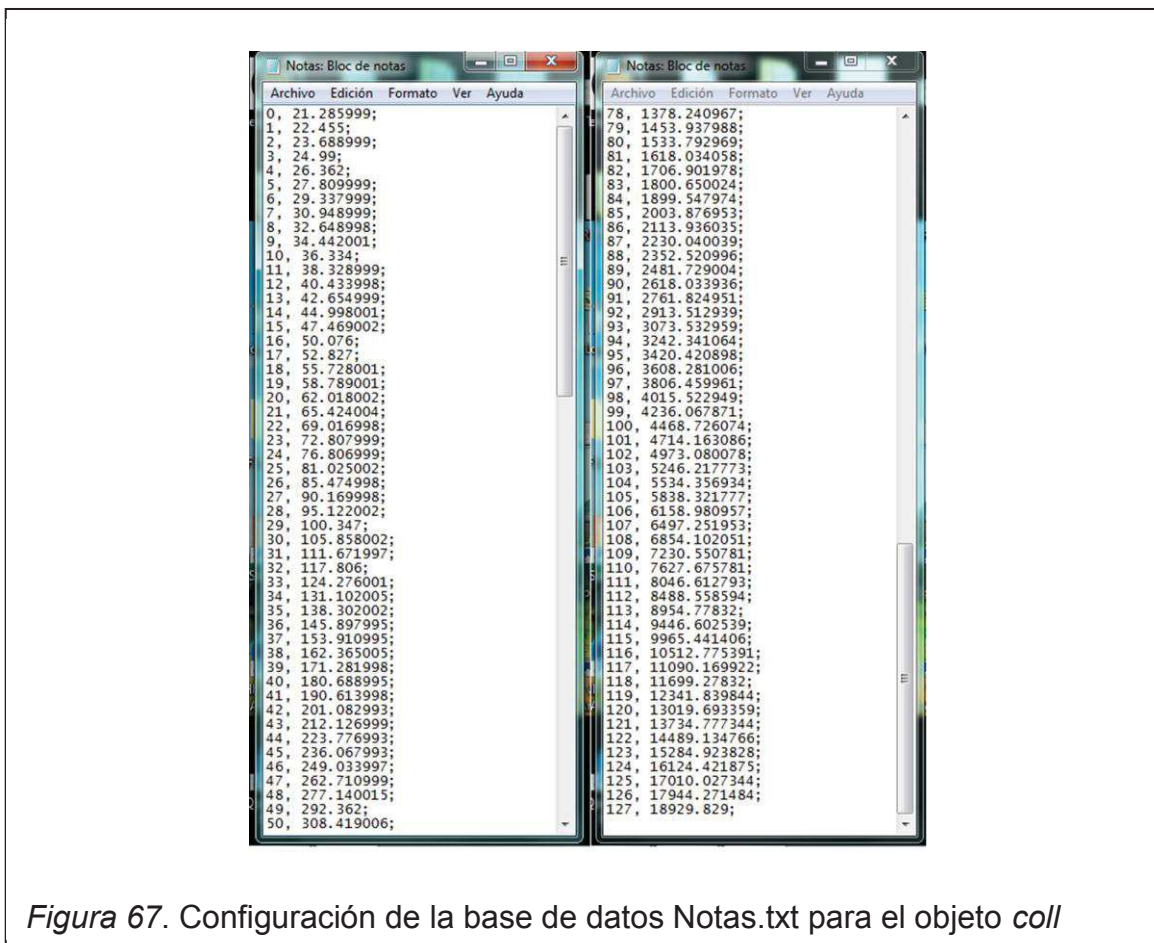


Figura 67. Configuración de la base de datos Notas.txt para el objeto *coll*

Se colocan los valores de 0 a 127 acompañados de los datos correspondientes calculados para cada frecuencia de cada tipo de afinación a través de las tablas expuestas anteriormente; el archivo Cero es una base de datos de 0 para cuando el *patch* principal es inicializado y posee como selección por defecto la opción Apagado. Entonces, el *umenu* permite al usuario determinar la afinación que desea, este objeto envía la información necesaria al *subpatch* "Afinación" para leer el archivo correspondiente a la selección y enviar los datos fuera del *subpatch* hacia el objeto *coll* como se observa en la figura 68.

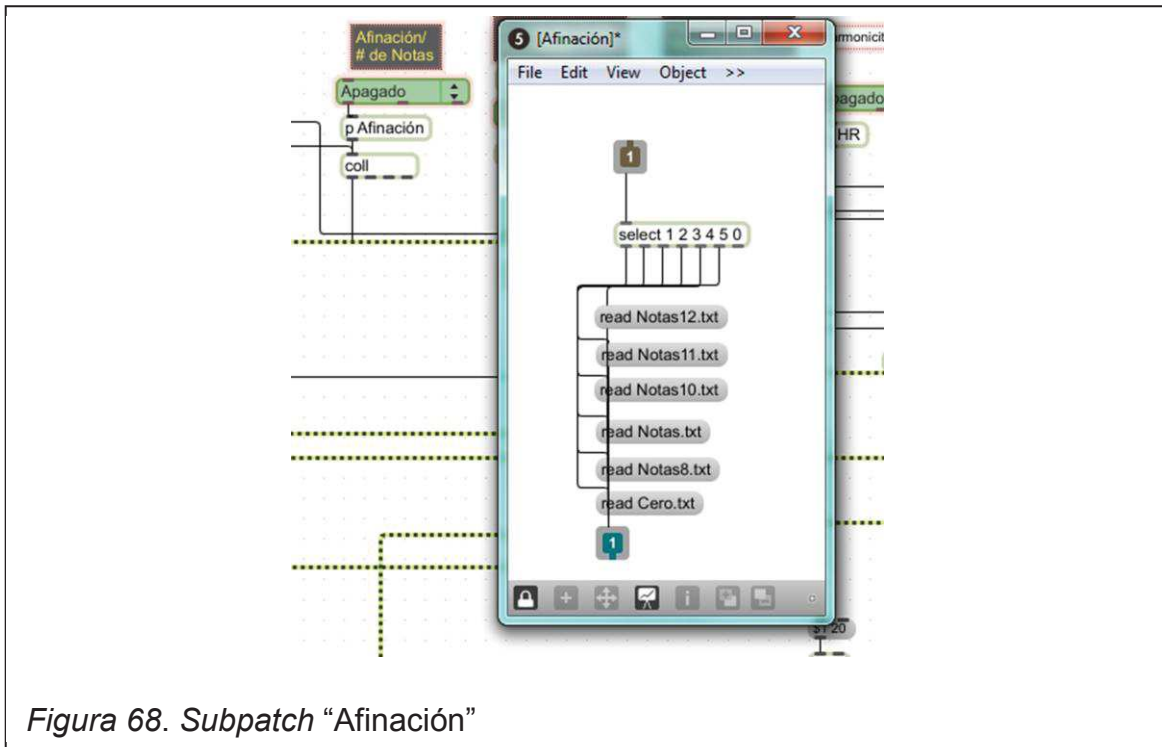


Figura 68. Subpatch "Afinación"

A continuación para generar la señal portadora se tiene nuevamente un *subpatch* denominado "Formas de Onda" que reciben información de otro *umenu* que en este caso permite seleccionar la forma de onda deseada, incluyendo la forma Fibonacci que posee la configuración mostrada en la figura 69, donde la entrada recibe la información de la frecuencia que es enviada a un objeto **~* con el valor del armónico, por ejemplo si la frecuencia es 1000, al llegar al objeto **~* 3 se produce en la salida la frecuencia de 3000 (Hz), cada una de estas nuevas frecuencias pasan al objeto *cycle~* que hará que se produzca una forma de onda sinusoidal, el objeto siguiente **~* seguido de un argumento corresponde a la amplitud que tendrá cada componente, todas estas ondas sinusoidales son recibidas por otro objeto **~* para crear una sola señal a la cual se le aplica una línea que modela la amplitud total de la señal.

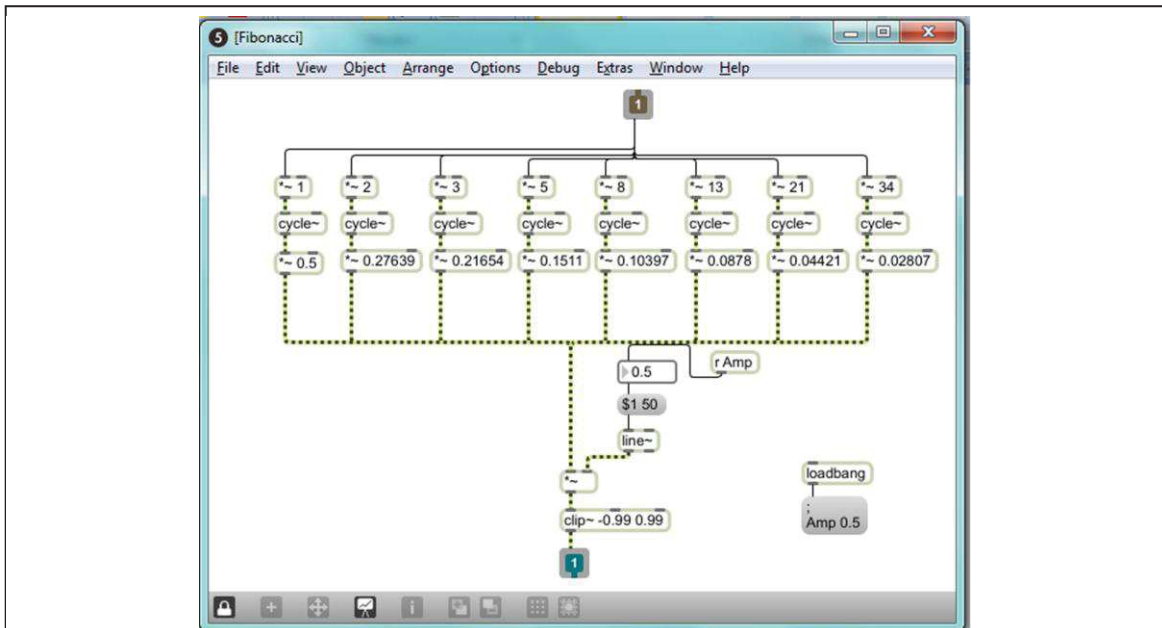


Figura 69. Subpatch "Fibonacci"

El resto de formas de ondas son producidas por los objetos *cycle~* para la onda sinusoidal, *tri~* la forma triangular, *rect~* la forma de onda rectangular o cuadrada y *saw~* para la forma diente de sierra (véase figura 70).

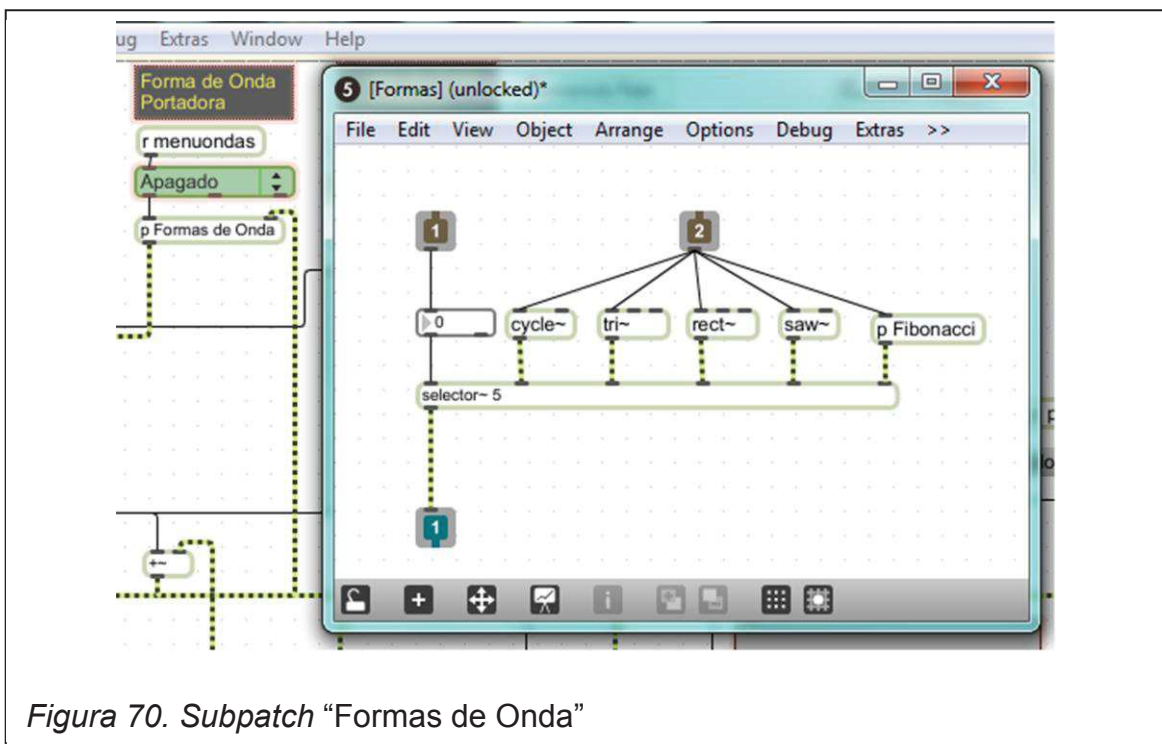


Figura 70. Subpatch "Formas de Onda"

En la figura 71 se exponen las formas de ondas ya mencionadas producidas por el programa, la frecuencia corresponde a 618.03 Hz.

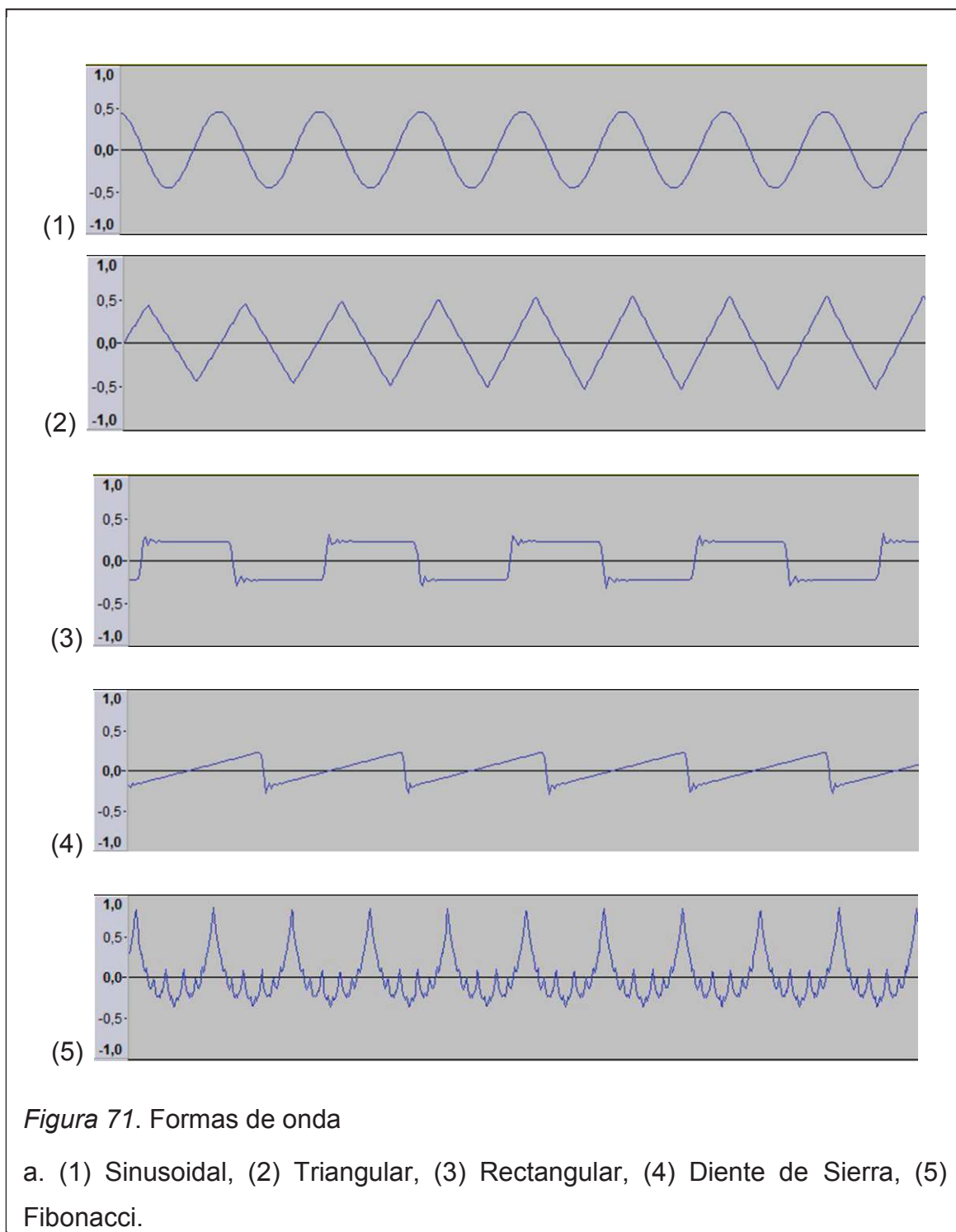


Figura 71. Formas de onda

a. (1) Sinusoidal, (2) Triangular, (3) Rectangular, (4) Diente de Sierra, (5) Fibonacci.

A continuación se delimitaron los valores a tomar de la envolvente tanto en tiempo como amplitud. Recordando que Max/MSP trabaja con valores de 0 a 1 en cuanto a amplitud o rango como se le denomina en este programa, se calcularon los datos dentro de esos valores; se toman las cifras de velocidad de nota en MIDI (V) que son de 0 a 127 y se los multiplica cada uno por 0,618033989 logrando así una lista desde 0 a 78.486 y posteriormente escalándolos de 0 a 1 como se observa en la tabla 11.

Para los valores en tiempo o dominio como se lo denomina en Max, el proceso fue similar pero sin la necesidad de escalar entre 0 y 1. Se tomaron los datos de 0 a 127 de la velocidad (V) y se los elevó a 1,6180 como se muestra en la tabla 12.

Tabla 12. Dominio para el objeto *function*

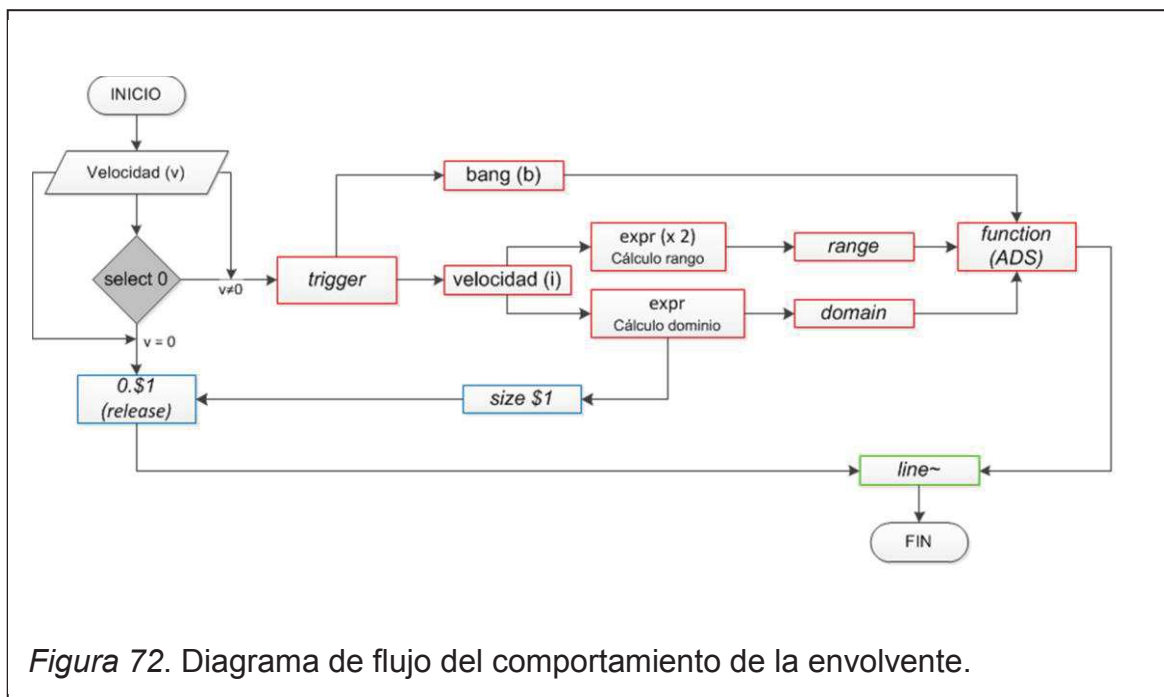
V	Dominio	32	272,511	65	857,740	98	1666,754
0	0,000	33	286,423	66	879,192	99	1694,360
1	1,000	34	300,597	67	900,847	100	1722,138
2	3,070	35	315,032	68	922,703	101	1750,089
3	5,916	36	329,724	69	944,757	102	1778,211
4	9,422	37	344,670	70	967,011	103	1806,504
5	13,519	38	359,868	71	989,462	104	1834,968
6	18,158	39	375,316	72	1012,109	105	1863,601
7	23,302	40	391,010	73	1034,951	106	1892,403
8	28,922	41	406,948	74	1057,987	107	1921,374
9	34,994	42	423,129	75	1081,217	108	1950,513
10	41,499	43	439,549	76	1104,639	109	1979,818
11	48,418	44	456,207	77	1128,252	110	2009,291
12	55,738	45	473,101	78	1152,055	111	2038,929
13	63,445	46	490,229	79	1176,048	112	2068,733
14	71,528	47	507,588	80	1200,229	113	2098,702
15	79,975	48	525,177	81	1224,598	114	2128,835
16	88,778	49	542,994	82	1249,154	115	2159,132
17	97,928	50	561,037	83	1273,895	116	2189,592
18	107,417	51	579,304	84	1298,821	117	2220,215
19	117,238	52	597,794	85	1323,931	118	2251,000
20	127,383	53	616,506	86	1349,225	119	2281,947
21	137,847	54	635,436	87	1374,700	120	2313,055
22	148,623	55	654,585	88	1400,358	121	2344,323
23	159,706	56	673,950	89	1426,196	122	2375,752
24	171,092	57	693,530	90	1452,215	123	2407,340
25	182,774	58	713,323	91	1478,412	124	2439,088
26	194,749	59	733,329	92	1504,788	125	2470,994
27	207,012	60	753,545	93	1531,342	126	2503,058
28	219,559	61	773,970	94	1558,073	127	2535,280
29	232,386	62	794,604	95	1584,981		
30	245,489	63	815,444	96	1612,064		
31	258,865	64	836,490	97	1639,322		

Este cálculo se ha realizado para poder alcanzar un valor cercano a los 2,5 segundos para el ADS y otros 2,5 segundos para el relajamiento, teniendo un valor total de 5 segundos, considerado como aceptable para la duración de una envolvente, sabiendo que, exceptuando a los instrumentos percusivos con afinación, la mayoría de instrumentos clásicos no superan dichos valores, esto basado en las envolventes presentadas en el mismo paper de Chowning (1973) y fundamentado en los estudios de Risset y Mathews (1969).

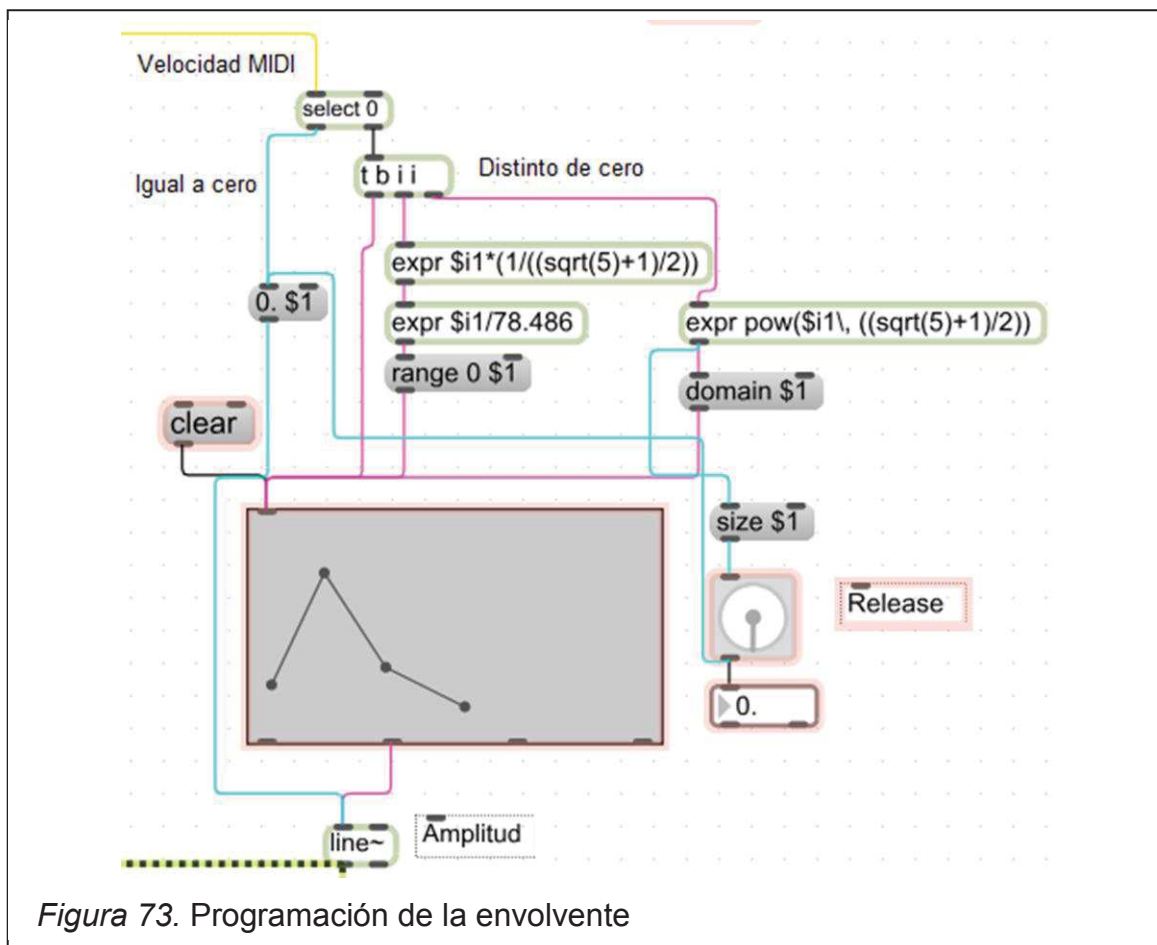
Para entender el comportamiento de la envolvente, cuyo diagrama de flujo se representa en la figura 72, se debe comprender que, cuando una tecla del controlador MIDI que se encuentre conectado al *patch* es presionada, se envía un mensaje con un valor de velocidad distinto de 0 y al soltar la tecla se remite un valor de 0; la envolvente definida mediante un objeto *function* debe gatillar el ADS cuando la nota es presionada y el relajamiento debe gatillarse al enviarse el valor de 0, es decir, cuando la tecla deja de ser tocada, entonces se hace uso del objeto *select* para direccionar el valor de velocidad cuando es distinto de cero o no; en el primer caso atraviesa el objeto *trigger* que envía simultáneamente un *bang* (*b*) y dos mensajes de números enteros (*i*) y que son el mismo valor de velocidad pero destinados a dos salidas distintas, una de ellas contiene las expresiones matemáticas para calcular los datos del rango o eje y de *function* mediante dos objetos consecutivos *expr*; la segunda salida realiza el mismo proceso anterior pero para obtener los valores del eje x o dominio, es por ello que ambas salidas se dirigen a los mensajes *range* y *domain* respectivos, que al dirigirse a la entrada de *function* definen las dimensiones de este objeto. Entonces, la señal *bang* junto con los mensajes *range* y *domain* fijan las dimensiones del objeto *function*. Al definir una forma de envolvente en dicho objeto se crean una lista de puntos que es enviada por la segunda salida del objeto hacia *line~* el cual crea la envolvente ADS. Una observación a tomar en cuenta es que si el punto final de la envolvente es distinto del valor máximo en x, además de ser 0 en el eje y (0, máximo x), es posible mantener presionada la tecla y el valor de sostenimiento seguirá tanto como sea el tiempo que se mantenga la tecla presionada, consecuentemente la

envolvente en sus primeras 3 etapas puede superar el valor de 2,5 segundos definida en un inicio.

Para el caso del *release* solo se necesita definir un valor de duración que en este caso es el mismo que se genera para el mensaje *domain*, por lo tanto, se envía el mismo valor al mensaje *size* del *dial* o potenciómetro; el valor que se le asigne a este potenciómetro se dirige al mensaje 0. \$1 el cual es gatillado solamente cuando la velocidad es igual a 0, finalmente la salida de este mensaje es enviado al mismo objeto *line~* usado en la envolvente ADS, esto para ahorrar recursos ya que nunca sucederá que tanto el mensaje de ADS y *release* lleguen al mismo tiempo.



En la figura 73 se muestra la programación hecha en Max/MSP para esta parte del programa y que sigue el diagrama de flujo ya indicado.



A continuación se diseñó el índice de modulación usando nuevamente los valores de 0 a 127 pero en este caso multiplicándolos por Phi alcanzando cifras de 0 a 205.49 como se observa en la tabla 13.

Tabla 13. *Modulation Index*

MIDI	Mod. Index						
0	0,000	32	51,777	65	105,172	98	158,567
1	1,618	33	53,395	66	106,790	99	160,185
2	3,236	34	55,013	67	108,408	100	161,803
3	4,854	35	56,631	68	110,026	101	163,421
4	6,472	36	58,249	69	111,644	102	165,039
5	8,090	37	59,867	70	113,262	103	166,658
6	9,708	38	61,485	71	114,880	104	168,276
7	11,326	39	63,103	72	116,498	105	169,894
8	12,944	40	64,721	73	118,116	106	171,512
9	14,562	41	66,339	74	119,735	107	173,130
10	16,180	42	67,957	75	121,353	108	174,748
11	17,798	43	69,575	76	122,971	109	176,366
12	19,416	44	71,193	77	124,589	110	177,984
13	21,034	45	72,812	78	126,207	111	179,602
14	22,652	46	74,430	79	127,825	112	181,220
15	24,271	47	76,048	80	129,443	113	182,838
16	25,889	48	77,666	81	131,061	114	184,456
17	27,507	49	79,284	82	132,679	115	186,074
18	29,125	50	80,902	83	134,297	116	187,692
19	30,743	51	82,520	84	135,915	117	189,310
20	32,361	52	84,138	85	137,533	118	190,928
21	33,979	53	85,756	86	139,151	119	192,546
22	35,597	54	87,374	87	140,769	120	194,164
23	37,215	55	88,992	88	142,387	121	195,782
24	38,833	56	90,610	89	144,005	122	197,400
25	40,451	57	92,228	90	145,623	123	199,018
26	42,069	58	93,846	91	147,241	124	200,636
27	43,687	59	95,464	92	148,859	125	202,254
28	45,305	60	97,082	93	150,477	126	203,872
29	46,923	61	98,700	94	152,095	127	205,490
30	48,541	62	100,318	95	153,713		
31	50,159	63	101,936	96	155,331		
		64	103,554	97	156,949		

En la figura 74 se aprecia que para la programación simplemente se hace uso de un *dial* que produce los valores de 0 a 127 y que ingresan al objeto *expr* que posee la ecuación para el cálculo de los valores adecuados.

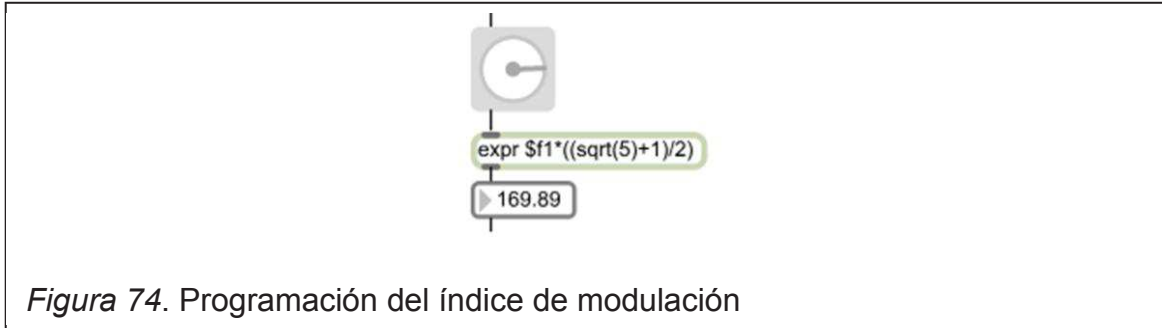


Figura 74. Programación del índice de modulación

El caso de la Razón de Armonicidad o *Harmonicity Ratio* (HR) resultó ser el más complicado de todos los elementos, debido a que es difícil definir solo matemáticamente un valor mínimo y máximo y más aún definir valores dentro del rango de 128 del protocolo MIDI. En este caso se concretó en primer lugar la programación, para luego incluir el diseño final de este elemento ya que de acuerdo a como está programado el *patch*, la señal portadora y el HR interactúan entre sí para producir la señal moduladora. Por lo tanto, con un diseño general se podía asignar un valor cualquiera al HR, conocer los valores de frecuencia de la onda moduladora a ser producidos y consecuentemente definir el valor mínimo del HR que generaría una frecuencia moduladora de 0.1 que es la señal más pequeña producida por un LFO, no obstante, existía el inconveniente de que al asignar cualquier valor de *Harmonicity Ratio* se generaría cualquier valor de frecuencia moduladora y por lo tanto el diseño de afinación dado sería invalidado. Es así que se debía limitar el comportamiento de este elemento para evitar este conflicto y la solución a la que se llegó fue realizar un cálculo de todas las posibles combinaciones de HR para cada afinación a través de una matriz (127 x 127) (véase anexo digital HR) cuyo eje vertical o frecuencia portadora y el eje horizontal o frecuencia moduladora correspondían a los valores ya definidos en las tablas 6 a la 10 para ambos ejes; por lo tanto, al calcular el HR con la fórmula $\frac{f_c}{f_m}$ se obtendrían todas aquellas posibilidades que no afectarían el diseño de afinación, es decir, que

los HR generados producirían frecuencias moduladoras que están dentro de las tablas presentadas.

Cabe aclarar que a pesar de que en el artículo científico de John Chowning se define el HR como $\frac{f_c}{f_m}$, no existe ningún inconveniente en definirlo como $\frac{f_m}{f_c}$, caso de este proyecto, siempre y cuando la programación vaya acorde a la síntesis.

El análisis de las matrices mostró la existencia de solamente 253 combinaciones diferentes para cada afinación, es decir, 1265 posibilidades totales (véase Anexo 2). Para una visualización más precisa de los valores se redujo el número de decimales a tres cifras significativas y gracias a esto se pudo continuar con el siguiente paso del diseño.

De las 1265 posibilidades se debían reducir a 128 valores para lo cual se precisaron todos aquellos valores comunes entre afinaciones, sin importar si se presentaban en más de una de ellas. De esta forma aunque los HR producirían frecuencias ya definidas en el diseño y también algunas nuevas frecuencias, se presentaría una solución al inconveniente explicado anteriormente y a la vez se delimitaría el programa para evitar tener una gran cantidad de valores que pudieron haber sido asignados pero que complican el proyecto y representan demasiado información que en muchos casos no es útil al usuario. Una vez realizado este proceso se obtuvo la tabla 15 que incluye 177 valores.

Tabla 14. 177 HR comunes

Código	HR					
		11, 9	0,043		12, 10	0,214
9, 8	0,001	12, 10, 8	0,044		12, 10	0,225
12, 10, 9, 8	0,002	11, 9	0,045		12, 11, 10, 9, 8	0,236
12, 10, 9, 8	0,003	12, 10	0,046		12, 10	0,248
12, 11, 10, 9, 8	0,004	11, 9, 8	0,047		12, 10	0,260
12, 11, 10, 9, 8	0,005	12, 10	0,048		12, 10	0,273
12, 11, 10, 9, 8	0,006	11, 8	0,049		12, 10	0,286
12, 11, 10, 9, 8	0,007	12, 11, 10	0,051		12, 10, 8	0,300
12, 11, 10, 9, 8	0,008	12, 11, 10, 9	0,053		12, 10	0,315
12, 11, 10, 9, 8	0,009	12, 11, 10, 9, 8	0,056		12, 10	0,331
12, 11, 10, 9, 8	0,010	12, 11, 10	0,058		12, 10	0,347
12, 11, 10, 9, 8	0,011	9, 8	0,059		12, 10	0,364
12, 11, 10, 9, 8	0,012	12, 11, 10	0,061		12, 11, 10, 9, 8	0,382
12, 11, 10, 9, 8	0,013	12, 11, 10	0,064		12, 10	0,401
12, 11, 10, 9, 8	0,014	12, 10	0,068		12, 10	0,421
12, 11, 10, 9, 8	0,015	11, 9	0,069		12, 10	0,441
12, 11, 10, 9, 8	0,016	12, 10, 8	0,071		12, 10	0,463
12, 11, 10, 9, 8	0,017	12, 10	0,074		12, 10, 8	0,486
12, 11, 10, 9, 8	0,018	12, 10	0,078		12, 10	0,510
12, 11, 10, 9, 8	0,019	12, 10	0,082		12, 10	0,535
12, 11, 10, 9, 8	0,020	12, 11, 10	0,086		12, 10	0,561
12, 11, 10, 9, 8	0,021	12, 11, 10, 9, 8	0,090		12, 10	0,589
12, 11, 10, 9	0,022	12, 10, 9	0,095		12, 11, 10, 9, 8	0,618
12, 11, 10, 8	0,023	12, 10	0,099		12, 10	0,649
11, 9, 8	0,024	12, 10	0,104		12, 10	0,680
12, 11, 10, 9, 8	0,025	12, 10	0,109		12, 10	0,714
12, 11, 10, 9	0,026	11, 9	0,112		12, 10	0,749
12, 10, 8	0,027	12, 10, 8	0,115		12, 10, 8	0,786
12, 11, 10, 9	0,028	12, 10	0,120		12, 10	0,825
11, 9, 8	0,029	11, 8	0,122		12, 10	0,866
12, 11, 10	0,030	12, 10	0,126		12, 10	0,908
12, 10, 9, 8	0,031	12, 10	0,133		12, 10	0,953
11, 8	0,032	12, 10	0,139		12, 11, 10, 9, 8	1,000
12, 11, 10, 9	0,033	12, 11, 10, 9, 8	0,146		12, 8	1,128
12, 11, 10, 9, 8	0,034	12, 10	0,153		12, 9	1,174
12, 11, 10, 9	0,036	12, 10	0,161		12, 10, 8	1,272
12, 11, 10, 9	0,038	12, 10	0,169		12, 9	1,378
11, 8	0,039	12, 10	0,177		12, 8	1,435
12, 10, 9	0,040	12, 10, 8	0,186		12, 11, 10, 9, 8	1,618
11, 8	0,041	12, 10	0,195		12, 8	1,825
12, 10	0,042	12, 10	0,204		12, 9	1,900

Tabla 14. Continuación

12, 10, 8	2,058
12, 9	2,230
12, 8	2,321
12, 11, 10, 9, 8	2,618
12, 8	2,953
12, 9	3,074
12, 10, 8	3,330
12, 9	3,608
12, 8	3,756
12, 11, 10, 9, 8	4,236
12, 8	4,778
12, 9	4,973
12, 10, 8	5,388
12, 9	5,838
12, 8	6,077
12, 11, 10, 9, 8	6,854
12, 8	7,730
12, 9	8,047
12, 10, 8	8,719
12, 9	9,447
12, 8	9,833
12, 11, 10, 9, 8	11,090
12, 8	12,508
12, 9	13,020
12, 10, 8	14,107
12, 9	15,285
12, 8	15,910
12, 11, 10, 9, 8	17,944
12, 8	20,238
12, 9	21,066
12, 10, 8	22,825
12, 9	24,732
12, 8	25,743
12, 11, 10, 9, 8	29,034
12, 8	32,746
12, 9	34,086
12, 10, 8	36,932
12, 9	40,016
12, 8	41,654
12, 11, 10, 9, 8	46,979
12, 8	52,984
12, 9	55,152

12, 10, 8	59,758
12, 9	64,748
12, 8	67,397
12, 11, 10, 9, 8	76,013
12, 8	85,731
12, 9	89,238
12, 10, 8	96,690
12, 9	104,764
12, 8	109,051
12, 11, 10, 9, 8	122,992
12, 8	138,715
12, 9	144,391
12, 10, 8	156,448

Nota: La tabla se encuentra ordenada de menor a mayor y en el lado izquierdo se puede observar una codificación que indica las afinaciones a las cuales dicho valor es común.

Sin embargo, esta tabla todavía supera el rango de los 128 valores MIDI. Realizando una prueba auditiva se percibe que los valores más altos de la tabla producen solamente ruido que no es discernible uno de otro y debido a que la afinación en el programa es variable, también lo son los límites del HR y por ello resultó complicado encontrar un método matemático o una solución técnica que delimitara el punto a partir del cual los valores deberían ser omitidos.

Frente a este conflicto se tomó la decisión de dejar de lado este hecho y simplemente elegir los primeros 144 valores de la tabla debido a que este es un número de la serie de Fibonacci. Estos serían divididos en dos bases de datos que excluyendo el 0 inicial, tendrían 89 y 55 cifras, nuevamente números de la serie de Fibonacci. Por lo tanto, los valores incluidos en la programación van desde 0 hasta 9.833. A continuación para decidir qué valores irían a cada tabla se dispuso que debería existir una determinada distribución de las combinaciones, es decir, que si por ejemplo existen en total 13 combinaciones de la codificación 12, 10, 8 evitar que todas ellas o su mayoría estuvieran en una sola base de datos. Para ello se decidió tomar el número total de combinaciones para cada codificación y dividirlos en aproximaciones de forma áurea, es así que en el ejemplo anterior se deberían dividir los 13 datos en: 8 valores para la tabla de 89 cifras y 5 para la base de 55 datos, todos ellos número de Fibonacci. Por lo tanto en la tabla 15 se representa como se repartieron los valores de HR:

Tabla 15. Distribución de los valores de HR para dos tablas, a y b.

Codificación	Combinaciones	Valor áureo	Tabla a	Tabla b
12, 11, 10, 9, 8	31	19,158	19	12
12, 11, 10, 9	7	4,326	4	3
12, 11, 10, 8	1	0,618	1	0
12, 10, 9, 8	3	1,854	2	1
12, 11, 10	6	3,708	4	2
12, 10, 9	2	1,236	1	1
12, 10, 8	13	8,034	8	5
12, 10	46	28,428	28	18
11, 9, 8	3	1,854	2	1
12, 9	10	6,18	6	4
12, 8	10	6,18	6	4
11, 9	4	2,472	3	1
11, 8	5	3,09	3	2
9, 8	3	1,854	2	1
TOTAL	144	-	89	55

A pesar de que las tablas no poseen 128 valores cada una, pueden ser distribuidas dentro de estos valores como se observa en las tablas 16 y 17.

Tabla 16. 89 HR o tabla a, distribuidos en 128 valores

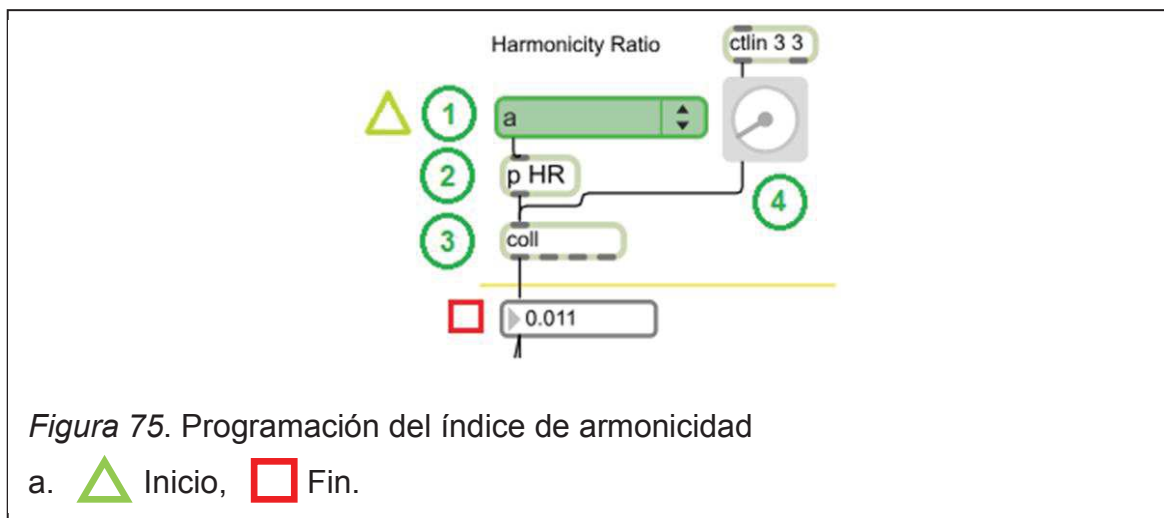
Valor MIDI	HR				
0	0,000	57	0,095	110	3,608
1	0,002	58	0,104	112	4,236
2	0,004	59	0,109	113	4,778
4	0,006	60	0,115	115	4,973
5	0,007	62	0,122	117	5,388
7	0,009	64	0,126	119	6,077
8	0,011	67	0,139	121	6,854
10	0,013	68	0,146	123	7,730
11	0,015	69	0,161	125	8,047
13	0,016	70	0,169	126	9,447
14	0,018	72	0,195	127	9,833
15	0,020	74	0,204		
17	0,022	76	0,225		
18	0,023	77	0,260		
19	0,024	78	0,286		
21	0,025	79	0,300		
22	0,027	80	0,315		
24	0,028	82	0,347		
26	0,030	84	0,364		
27	0,031	86	0,421		
28	0,032	87	0,441		
30	0,034	88	0,510		
32	0,036	89	0,535		
34	0,041	90	0,589		
36	0,042	91	0,649		
37	0,043	92	0,714		
38	0,047	93	0,749		
39	0,048	94	0,786		
40	0,049	95	0,825		
42	0,053	96	0,908		
44	0,058	97	1,000		
46	0,059	98	1,128		
47	0,061	99	1,174		
48	0,068	100	1,272		
49	0,069	101	1,435		
50	0,071	103	1,900		
52	0,078	105	2,321		
54	0,082	106	2,618		
56	0,086	107	2,953		
		109	3,330		

Tabla 17. 55 HR o tabla b, distribuidos en 128 valores

Valor MIDI	55
0	0,000
1	0,001
2	0,003
4	0,005
8	0,008
10	0,010
12	0,012
16	0,014
18	0,017
20	0,019
22	0,021
24	0,026
28	0,029
30	0,033
32	0,038
34	0,039
38	0,040
40	0,044
42	0,045
44	0,046
48	0,051
50	0,056
52	0,064
54	0,074
56	0,085
58	0,090
60	0,099
62	0,112
64	0,120
68	0,133
70	0,153
72	0,177
74	0,186
78	0,214
80	0,236
82	0,248
84	0,273
88	0,331
90	0,382

92	0,401
94	0,463
96	0,486
98	0,561
100	0,618
102	0,680
104	0,866
106	0,953
108	1,378
110	1,618
112	1,825
116	2,058
118	2,230
120	3,074
122	3,756
125	5,838
127	8,719

La programación de este elemento se observa en la figura 75 y resulta muy similar a la desarrollada para la afinación; existe un *umenu* (1) para que el usuario elija entre la tabla a o b; esta información ingresa al *subpatch* HR (2) donde un objeto *select* permite escoger la base de datos correcta y ser cargada en el objeto *coll* (3), el cual recibe también a través de un *dial* (4) el valor MIDI para buscar en la base de datos el mensaje correspondiente y ser enviado a la salida del objeto *coll*.



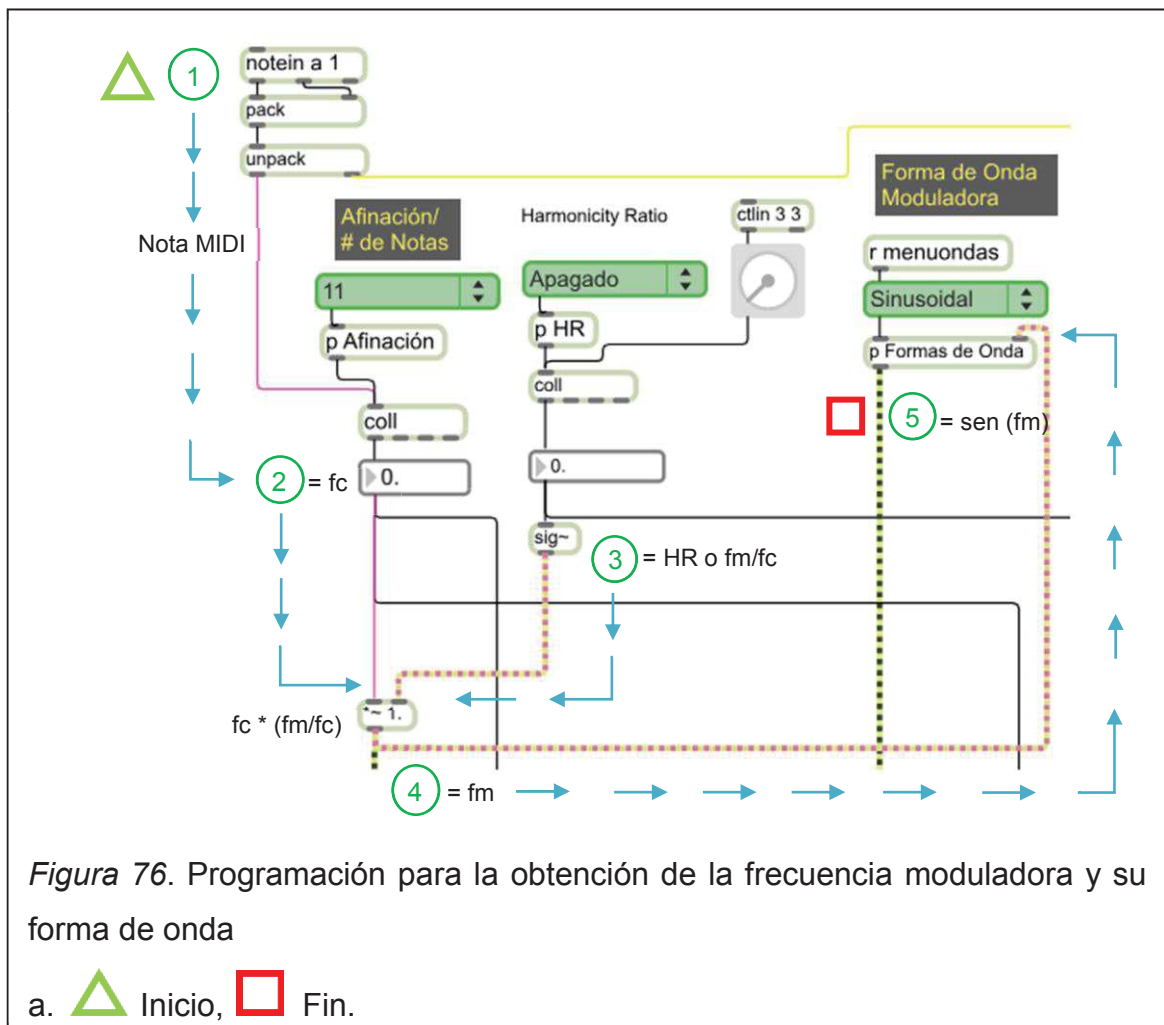
2.5. Funcionamiento general del *patch* principal

Una vez explicado el comportamiento de cada elemento por separado se procederá a exponer cómo interactúan entre sí para producir la síntesis FM propiamente dicha. El comienzo del *patch* está en el objeto *notein* (1) que recibe la información de nota y velocidad MIDI enviada por el controlador, ambos datos son enviados hacia el objeto *pack* para juntarlos y enviarlos en forma de una lista con dos elementos hacia el objeto *unpack* para remitir la información en mensajes separados, uno de los mensajes corresponde al valor de nota MIDI y el otro al valor de velocidad MIDI, aunque la acción aquí presentada puede parecer repetitiva se ha realizado esto provisionalmente debido a una característica del programa que sería implementada luego.

En la figura 76 se visualiza el primer caso donde este valor ingresa al objeto *coll* (2) del segmento de la señal portadora para ser buscado en la base de datos y enviar el valor de frecuencia correcto hacia la entrada izquierda de un

objeto ~ 1 . que además en su entrada derecha recibe el valor de *Harmonicity Ratio* (3) y por lo tanto se produce una multiplicación de la frecuencia portadora y del HR que al estar definido como $\frac{f_m}{f_c}$ generará en su salida la señal correspondiente a la moduladora, es decir:

$$f_c \times \frac{f_m}{f_c} = f_m \quad (\text{Ecuación 14})$$

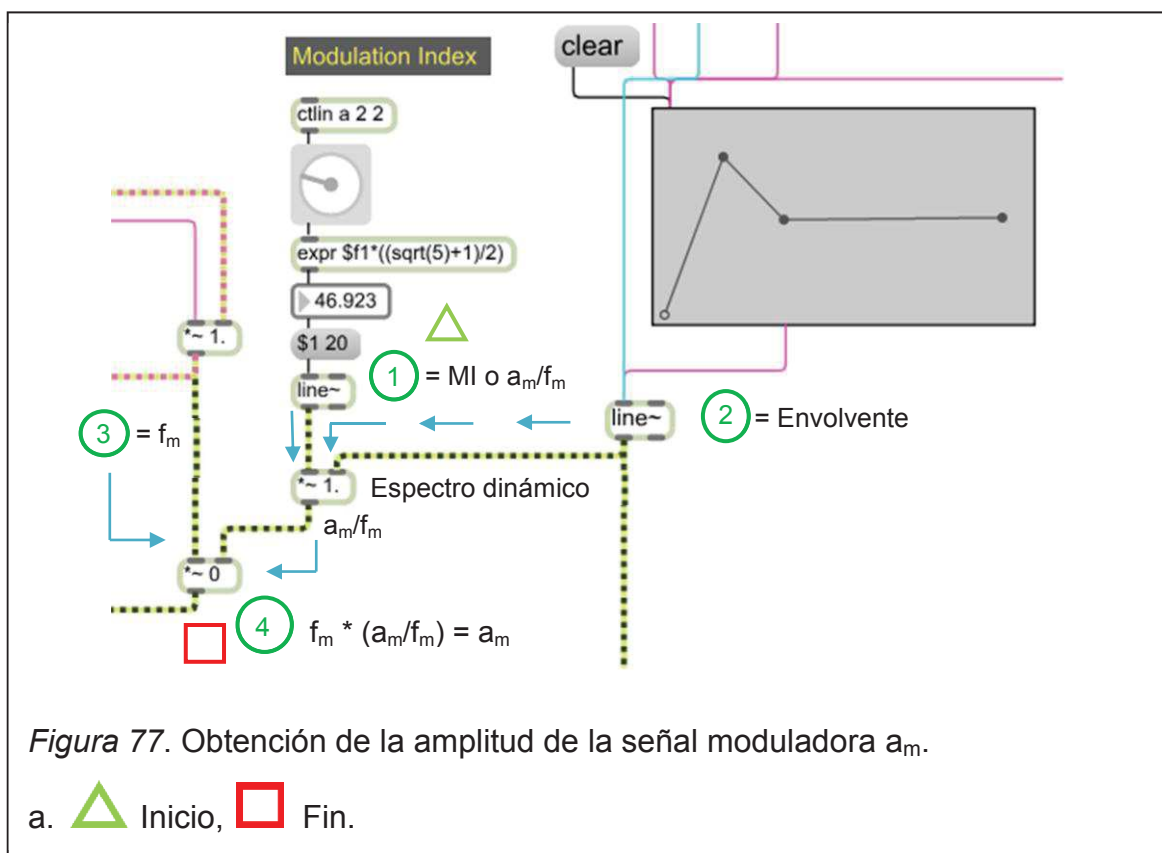


El valor de f_m (4) ingresa al *subpatch* que define la forma de onda de la señal moduladora y es así que en su salida existe la señal, $\text{sen}(f_m)$, (5) (para efectos del caso se ha supuesto que se ha elegido una señal sinusoidal).

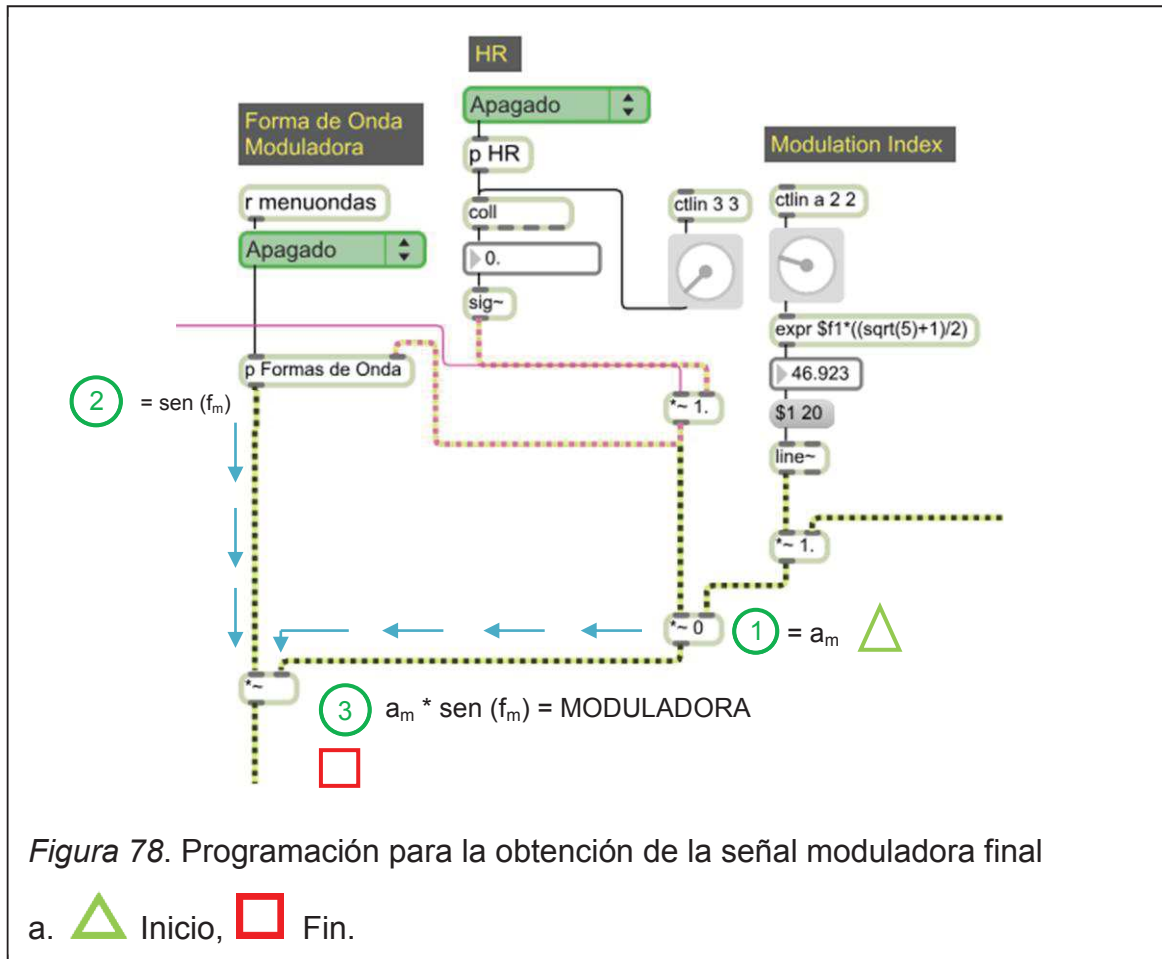
El MI definido como $\frac{a_m}{f_m}$ (1) se multiplica con la envolvente (2), tal como se observa en la figura 77 a través de un objeto ~ 1 ., esto para que obtener el

espectro dinámico mencionado en un principio, es decir, que el índice de modulación varíe de acuerdo a la forma de la envolvente. No obstante, la salida del objeto ~ 1 . sigue siendo el índice de modulación; en otras palabras, sigue estando definido como: $\frac{a_m}{f_m}$. Luego, esta señal es mezclada con un nuevo \sim a la señal de f_m (3) para obtener como resultado la amplitud de la señal moduladora a_m (4), es decir:

$$\frac{a_m}{f_m} \times f_m = a_m \quad (\text{Ecuación 15})$$



Se multiplican nuevamente las señales de la amplitud a_m (1) y la forma de onda sen (f_m) (2) para obtener la señal moduladora completa, $a_m * \text{sen} (f_m)$ (3), esto se visualiza en la figura 78.

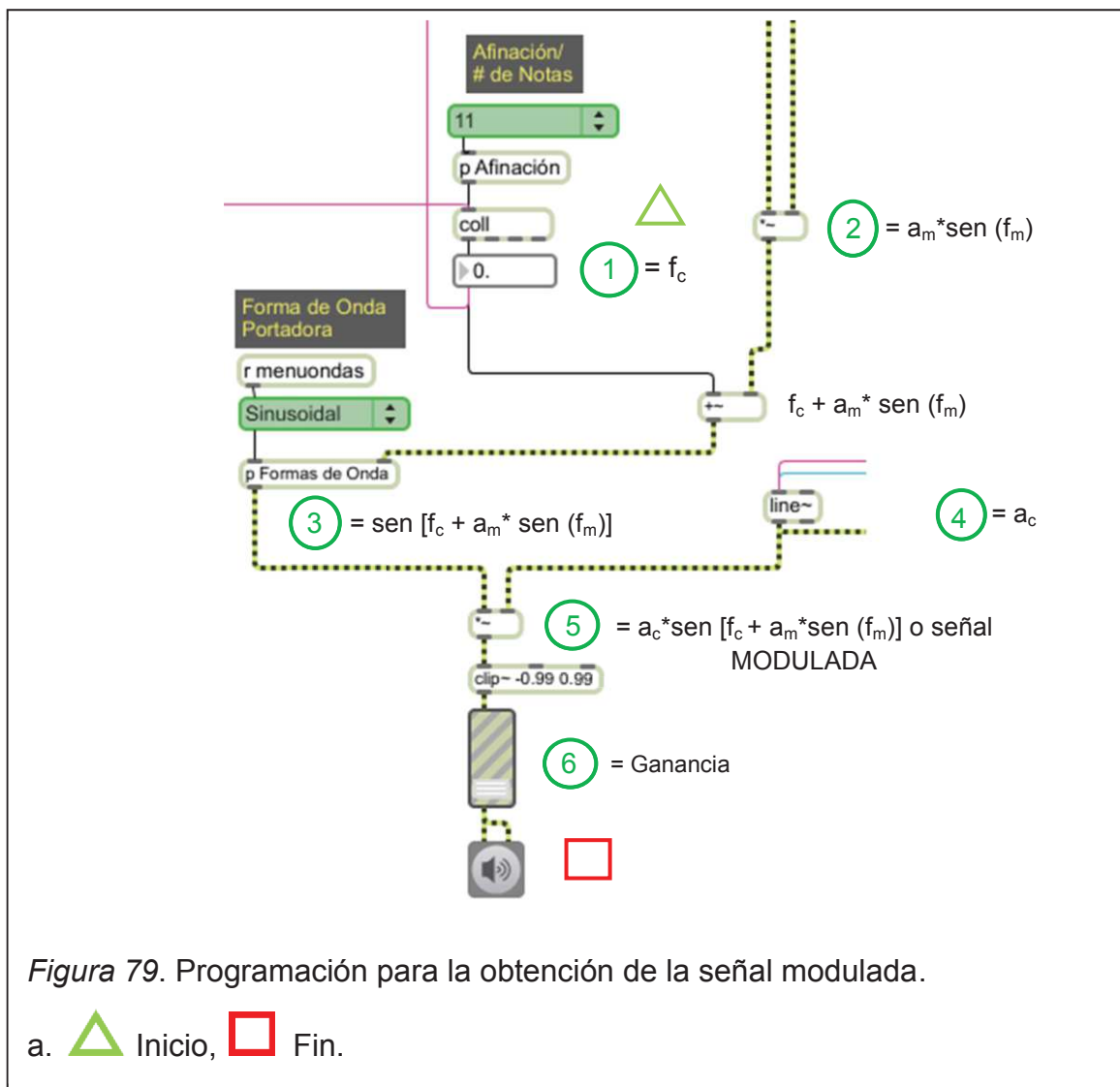


En la figura 79 se puede ver cómo se suman la frecuencia portadora (1) y la señal moduladora (2) mediante un objeto `+~` cuya salida ingresa al *subpatch* “Formas de Onda” correspondiente a la señal portadora para elegir la forma de onda deseada (3). Luego, se multiplica la señal final junto con la envolvente, que en este caso sí define la amplitud de toda la señal (5) y se consigue la señal modulada en frecuencia. Finalmente toda la señal es controlada por un objeto *gain* (6) que envía la información al objeto *ezdac~*. Es decir:

$$(1) + (2) = f_c + a_m * \text{sen}(f_m) \quad (\text{Ecuación 16})$$

$$(3) = \text{sen}[f_c + a_m * \text{sen}(f_m)] \quad (\text{Ecuación 17})$$

$$(4) = a_c * \text{sen}[f_c + a_m * \text{sen}(f_m)] \text{ o señal MODULADA} \quad (\text{Ecuación 18})$$



2.6. Creación del *patch* polifónico

El siguiente paso fue dotar al *patch* de polifonía, sin embargo, esto implica que el *patch* debe ser copiado tantas veces como voces existan y dado que el rendimiento del sintetizador está proporcionado por las posibilidades del ordenador donde está siendo utilizado, se entiende que se debe limitar las cantidades de voces que el sintetizador puede usar. Teniendo en cuenta que la polifonía en música occidental significa acordes y que estos en el caso más completo están formados por cuatro notas, se tiene una base de la cantidad de voces a implementar, no obstante, también se ha decidido aumentar una quinta voz para el caso de que el intérprete pueda ejecutar junto con el acorde, una melodía.

En primer lugar se debe tener en cuenta que todos los objetos que permiten al usuario elegir o modelar la señal, llamados de aquí en adelante objetos de usuario, deben estar presentes una sola vez ya que la información que envían es la misma para cada voz, es así que se crea un *subpatch* denominado “MINI” que contiene todos los elementos u objetos fuera de los ya mencionados y que en Max/MSP se conoce como abstracción.

Una vez más el *patch* comienza con el objeto *notein* para recolectar la información de nota y velocidad MIDI, esta información es enviada al objeto *poly 5 1* lo que significa que se crean 5 voces y se activa la función *steal voices* que representa que si las cinco voces están siendo usadas y se presiona una tecla más, se asignará la voz a esta nota quitándosela a la nota que fue presionada en primer lugar, este objeto básicamente direcciona la señal a la voz adecuada, es por ello que sus salidas son *voice number*, *pitch* y *velocity*, estos tres datos son agrupados en el objeto *pack* en forma de lista de tres elementos pero en una sola salida, ya que el siguiente objeto *route 1 2 3 4 5* recibe una sola entrada cuya función es dirigir toda la información empaquetada hacia la voz correcta.

En la figuras 80, 81 y 82 se observa la configuración de las entradas y salidas del *subpatch* MINI y en seguida se explican cómo están ordenadas las entradas:

1. *unpack*; recibe la información empaquetada del objeto *route* y la separa en tres mensajes distintos de los cuales la nota y velocidad MIDI son usados dentro de “MINI”.
2. *subpatcher* “Afinación”.
3. *subpatcher* “Formas de Onda”; de la señal portadora.
4. *subpatcher* “Formas de Onda”; de la señal moduladora.
5. *coll*; del *Harmonicity Ratio* para buscar en la base de datos cargada el valor enviado por el *dial*.
6. *subpatcher* “HR”; para elegir entre la tabla a o b del HR y cargarlo en el objeto *coll*.

7. *expr* del *Modulation Index*; para calcular el valor de *MI* a partir de los valores enviados por el *dial*.
8. mensaje *0 \$1*; para gatillar el *release*.
9. *line~*; desde la salida de *function* para producir la envolvente ADS.

Y las salidas son:

1. *f_c*; visualizado por medio de un objeto *flonum*.
2. *out*, salida principal hacia *gain*.
3. *f_m*; visualizado por medio de un objeto *flonum*.
4. *HR*; visualizado por medio de un objeto *flonum*.
5. *MI*; visualizado por medio de un objeto *flonum*.
6. *range* y *domain*; hacia la entrada del objeto *function*.
7. *size*; hacia la entrada de *dial* del *release*.

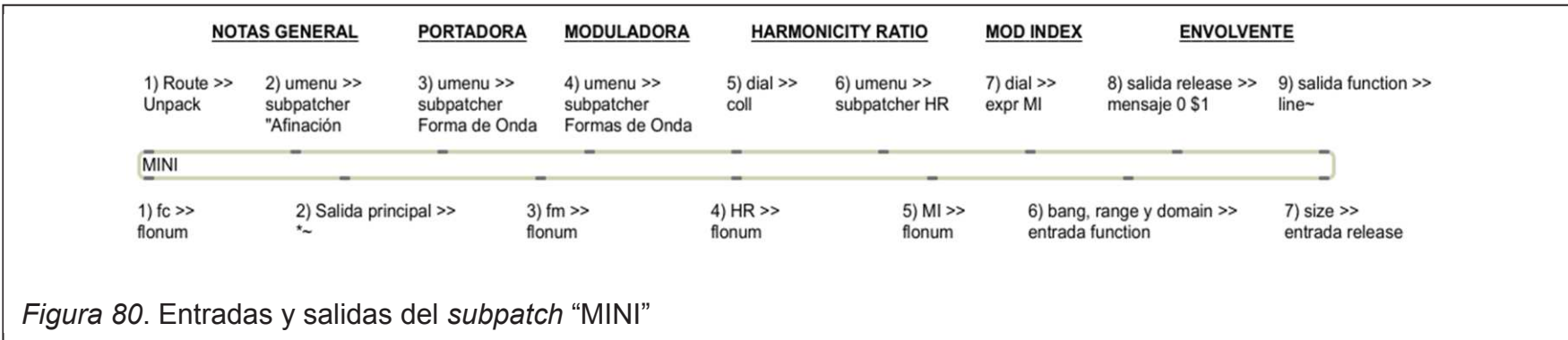


Figura 80. Entradas y salidas del subpatch "MINI"

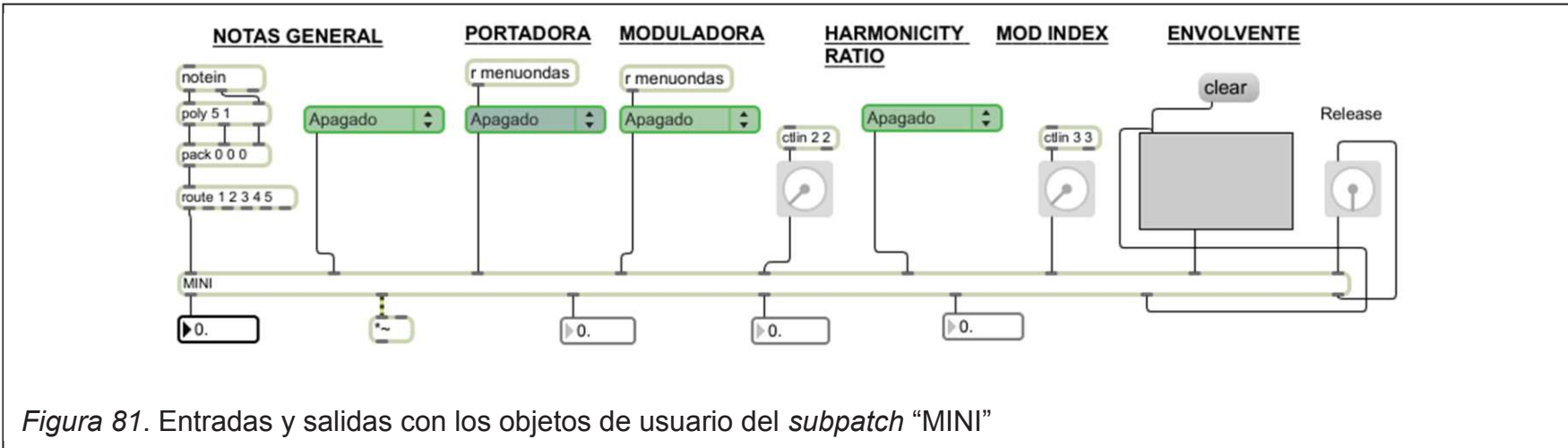


Figura 81. Entradas y salidas con los objetos de usuario del subpatch "MINI"

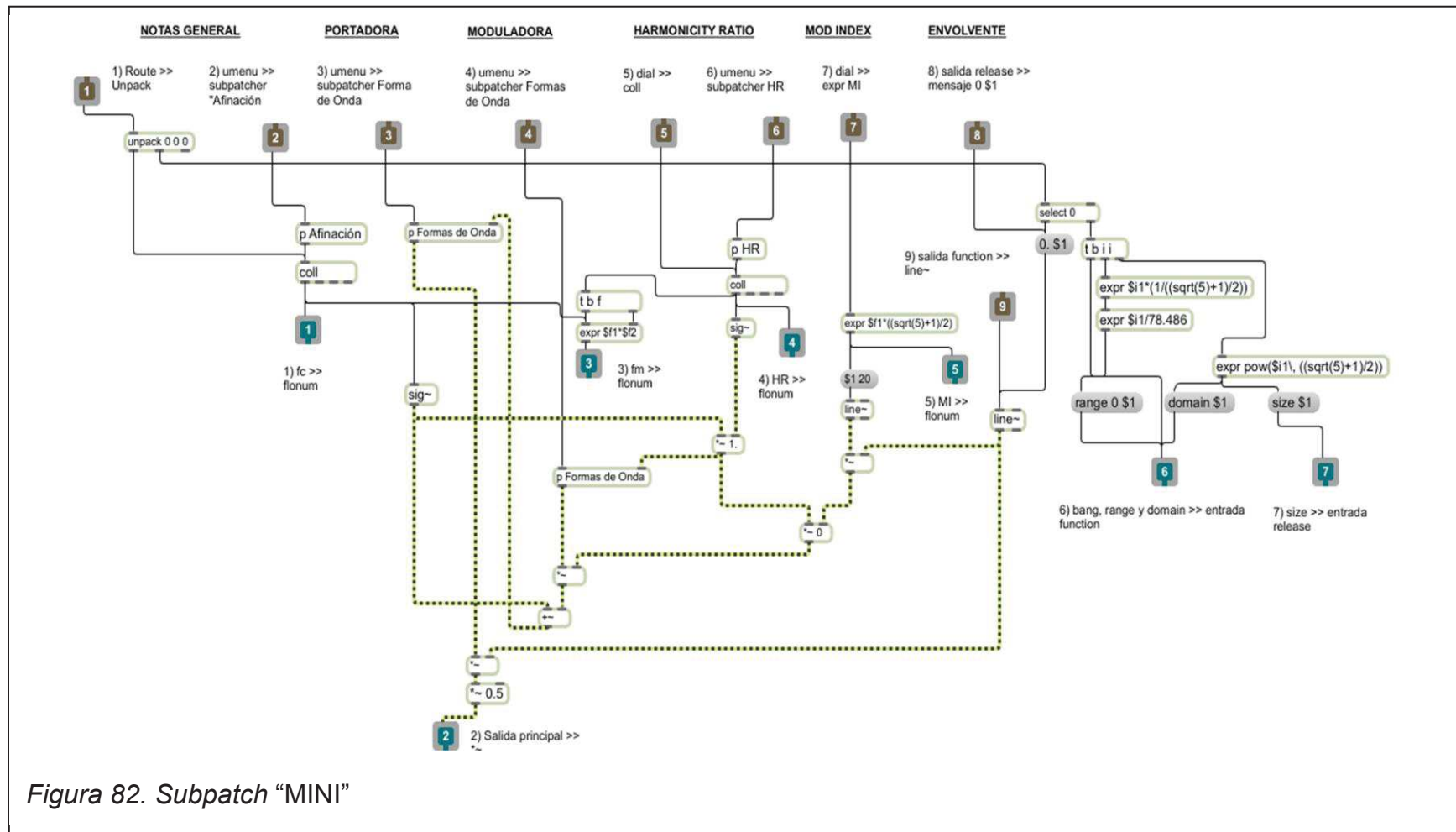


Figura 82. Subpatch "MINI"

El *subpatch* MINI se repite cinco veces para obtener las cinco voces necesarias y la salida número 2 de todas ellas se dirigen hacia el objeto *gain* para controlar el volumen general del *patch*.

Se debe mencionar que el único objeto de usuario que fue duplicado en igual número que las voces es *function*, esto debido a una limitación en la programación que hace que el usuario deba determinar la envolvente para cada voz, no obstante, también consiste en una característica que podría ser usada para la experimentación dando a cada voz una envolvente diferente y por lo tanto creando timbres distintos.

Finalmente se le ha agregado un objeto *scope~* y *spectroscope~* para visualizar la forma de onda y su espectro respectivamente, un objeto *preset* para guardar configuraciones preestablecidas y además se incorporaron controles de teclado que permiten:

- activar el *ezdac~* presionando de barra espaciadora,
- desactivar el *ezdac~* presionando la tecla ESC,
- seleccionar las formas de ondas de la moduladora y portadora al mismo tiempo con los números: 0 para apagado, 1 para sinusoidal, 2 para triangular, 3 para rectangular, 4 para diente de sierra y 5 para Fibonacci.

El *patch* completo puede ser visualizado a continuación en la figura 83:

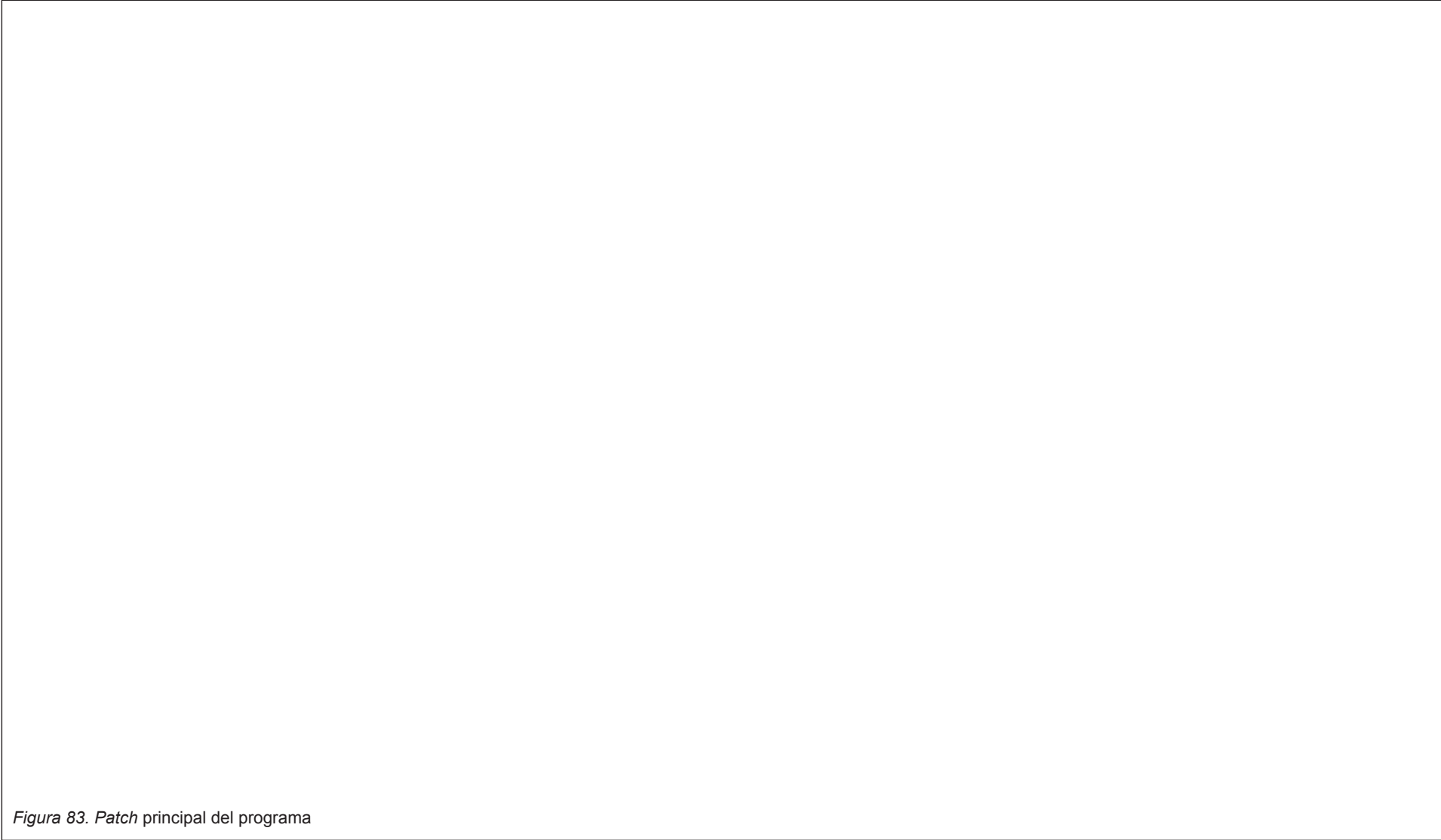


Figura 83. Patch principal del programa

2.7. Interfaz de usuario

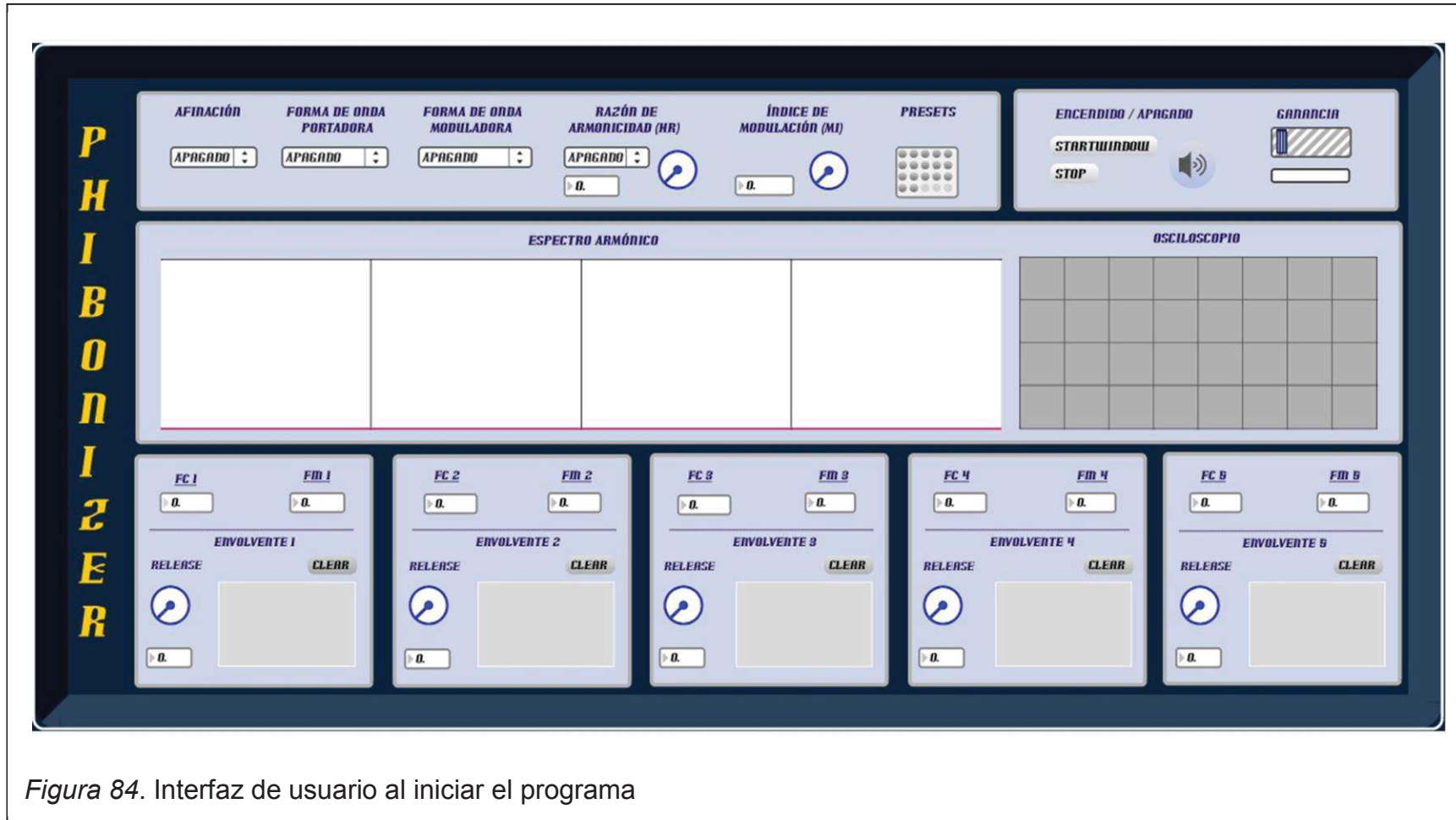


Figura 84. Interfaz de usuario al iniciar el programa

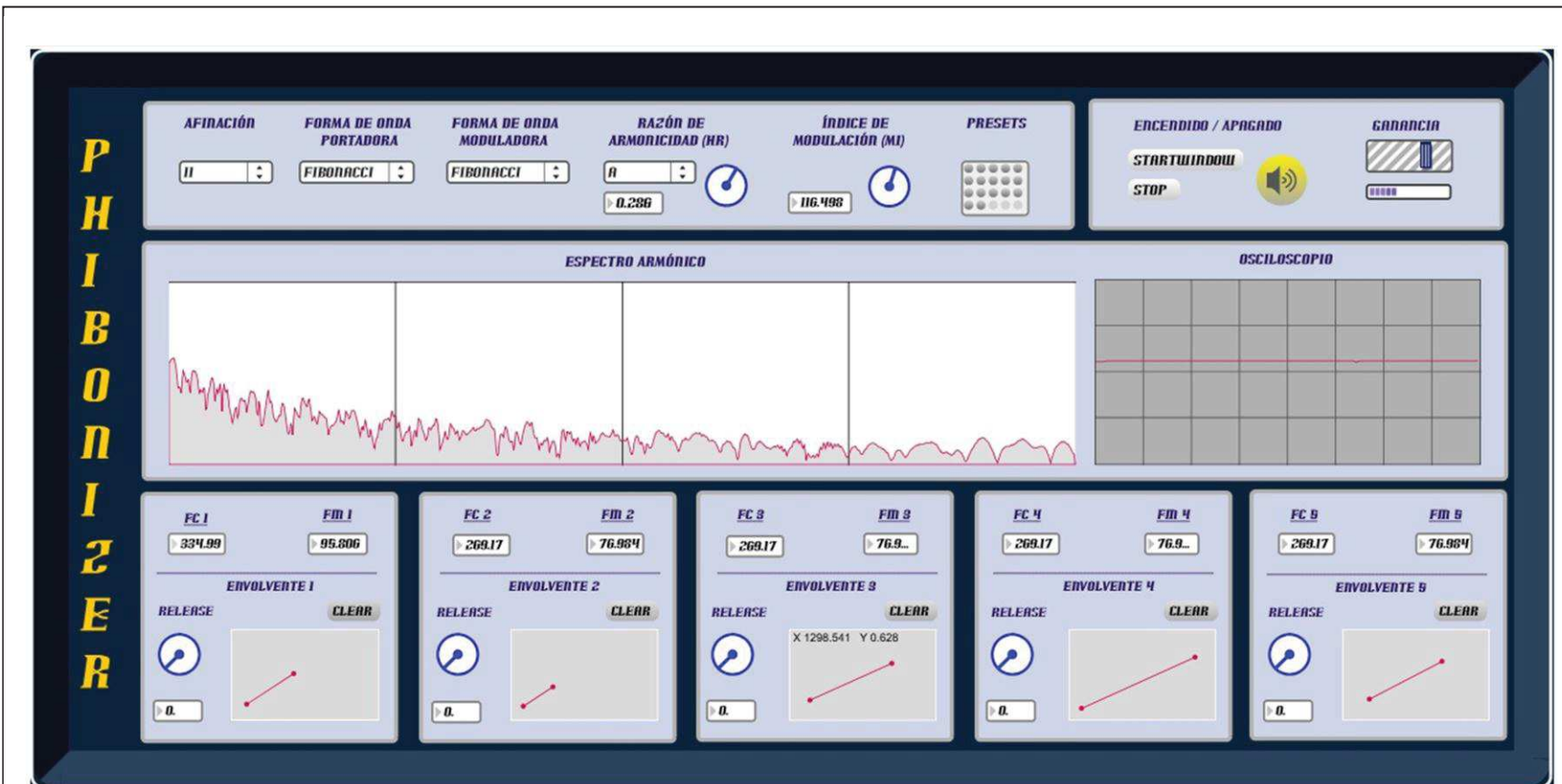


Figura 85. Interfaz de usuario cuando el programa está siendo usado

2.8. Evaluación de la aplicación

Inicialmente se esperaba realizar una evaluación utilizando un grupo focal que evaluara tanto los aspectos técnicos como musicales del trabajo, sin embargo, mientras la investigación fue avanzando se fue haciendo más evidente la dificultad de este objetivo y su consecución finalmente no pudo ser conseguida debido a razones de tiempo y de la cantidad de variables y recursos necesarios que permitieran obtener datos relevantes para la investigación.

Es importante mencionar que un factor fue la falta de tiempo necesario para la implementación de la evaluación ya que la fase de diseño y programación tomó más tiempo del esperado debido a que se debían definir los valores máximos y mínimos de cada uno de los elementos de síntesis; en la síntesis FM, los rangos de los índices o de las frecuencias u otros elementos no están claramente especificados razón por la cual debieron ser elegidos por la autora usando criterios técnicos y/o musicales y al mismo tiempo limitados por la dificultad de la programación para implementar las ideas planteadas. A continuación se debía dar un diseño que mantuviera la relación áurea y la serie de Fibonacci y para ello se debieron trazar varias ideas que fueran ajustándose a los rangos definidos. Estas fueron las razones que restaron tiempo para realizar la evaluación, sin embargo, más allá existieron otras razones y una de ellas fue que la definición de un tamaño muestral que aportara de datos relevantes a esta investigación fue difícil de determinar; las características del universo estadístico están claramente concretadas, los sujetos de prueba necesariamente deberían ser personas con un nivel de entrenamiento musical superior a la media y que al mismo tiempo tuvieran un nivel de conocimiento técnico-científico de síntesis de sonido que estuviera a la par de su conocimiento musical, el obstáculo reside en que los individuos con este tipo de perfil son difíciles de encontrar ya que al mismo tiempo debería idearse un método que precise si los sujetos de prueba cumplen con las características necesarias.

Los argumentos detrás de este perfil radican en un punto importante del programa que es su afinación; como se ha mencionado anteriormente este

elemento no posee una configuración igual al sistema musical temperado y aunque con la configuración correcta puede asemejarse, este no es el fin del trabajo. Teniendo presente esto, se debe comprender que esta es una de las características más importantes que deben ser evaluadas y se necesita para ello de sujetos capaces de discernir claramente intervalos musicales, escalas, octavas entre otras características musicales relevantes. Igualmente es necesario que la evaluación técnica sea de un buen nivel, a través de personas que conocen de instrumentos virtuales, que los han utilizado y manipulado es posible obtener una retroalimentación válida de la funcionalidad de la interfaz de usuario.

Una evaluación con los sujetos de prueba correctos y con el tamaño muestral que arroje datos válidos puede considerarse como un trabajo de investigación completamente nuevo debido a los recursos necesarios de tiempo, dinero, humanos y técnicos.

A continuación se plantea un modelo de evaluación como una directriz de cuáles son los elementos importantes a ser valorados.

2.8.1. Características musicales a ser valoradas.

- Octavas e intervalos. Dentro de una escala de valores determinar la semejanza de las octavas de las diferentes afinaciones con la de una escala temperada y por lo tanto los intervalos existentes y que tanto distan de los definidos en la música occidental moderna.
- Escalas y acordes. Al igual que en el punto anterior, con una escala de valores precisar el parecido con diferentes escalas y acordes usadas en la actualidad.
- Melodías. Haciendo uso de melodías de reconocimiento popular pero interpretadas en los diferentes tipos de afinación, determinar la semejanza con las mismas melodías pero en un sistema temperado.
- Acoplamiento del programa con otros instrumentos musicales clásicos, es decir, si es posible usar el resultado musical del programa para acoplarlo con

otros instrumentos convencionales ya sea en una composición o interpretación musical.

A pesar de que aquí se usa a la escala temperada como un punto de comparación, ya que el diseño también ha partido de este sistema y porque es el más difundido en la actualidad, no existe inconveniente en usar otros sistemas de entonación como el pentatónico o el justo e incluso el microtonal; en estos casos el evaluador deberá definir un nuevo modelo que se ajuste a las propiedades de cada sistema.

2.8.2. Características técnicas a ser valoradas.

Para todos estos aspectos, el individuo de prueba deberá manipular la interfaz de usuario en un tiempo a definir y luego de ello emitir una valoración u opiniones con respecto a:

- Formas de onda, la existencia de diferentes formas de ondas aportan de forma positiva al programa o no, le otorgan un mayor rango de posibilidades o no.
- Envolvente. Facilidad o dificultad para definir envolventes. Es posible tener un amplio rango de envolventes o se ve limitado por cómo está definido este elemento en el programa.
- Índice de modulación, el valor máximo resulta excesivo o no, deberían existir valores más pequeños o no.
- Índice de armonicidad, se entiende el comportamiento de este elemento o sería mejor definir un valor de frecuencia moduladora. Si es posible o no advertir diferencias entre un espectro armónico y uno inarmónico.
- Funcionalidad de la interfaz de usuario. Evaluar características como: el grado de dificultad para comprender el funcionamiento general del sintetizador, el ajuste individual de las envolventes que tanto afecta la interpretación o la funcionalidad del programa.

- Cantidad de voces, resulta suficiente o no para composiciones o interpretaciones de cierto tipo de música también por definir, como por ejemplo, música occidental, comprendiendo que existen muchos tipos dentro de esta categoría como medieval, renacentista, clásica, barroca, etc. o música oriental nuevamente con muchas subcategorías.

3. PRESENTACIÓN Y ANÁLISIS DE RESULTADOS

Se hará un análisis objetivo haciendo uso de herramientas matemáticas y técnicas para este cometido, debido a que el proyecto implica una aplicación musical esta muchas veces puede ser evaluada de manera subjetiva y que en el caso de una investigación científica como esta no aporta información relevante, razón por la cual las observaciones subjetivas se presentarán solamente en ciertas ocasiones.

3.1. Porcentajes de uso del CPU del sintetizador en distintas circunstancias

Primeramente es trascendental poner al programa a prueba en diferentes sistemas operativos, en este caso Windows y Mac OS X ya que son los dos sistemas donde puede ejecutarse el programa Max/MSP, con esto se intentará determinar el porcentaje de CPU que es utilizado por el programa en diferentes circunstancias usando para ello la ventana *DSP Status* de Max. Por lo tanto, las especificaciones técnicas aquí entregadas pueden ser tomadas como requerimientos que aseguren el correcto funcionamiento del sintetizador dentro del sistema donde será ejecutado.

En ambos sistemas se ha utilizado la versión de Max 5.1.9., con los siguientes ajustes en la ventana *DSP Status*:

- *I/O Vector Size*: 512
- *Signal Vector Size*: 64
- *Sampling Rate* 44100 Hz
- *In Audio Interrupt*: desactivado
- *Vector Optimization*: desactivado

Estos valores se consideran estándares de tal forma que puedan ser soportados por una computadora promedio, sin embargo, se pueden modificar sus valores cambiando el desempeño del programa.

Al variar el valor del *I/O Vector Size* se aumenta o disminuye la latencia entre Max/MSP y la interface (en este caso con el teclado MIDI) que está siendo utilizada, cuando el valor es pequeño la latencia será menor. Debido a que Max/MSP procesa las señales en bloques de muestras conocidas como *Signal Vector*, cuando se modifica el valor del *Signal Vector Size* se está modificando el tamaño del bloque o la cantidad de muestras que el programa procesará a la vez. En el caso del *Sampling Rate* se puede aumentar sus valores para que la frecuencia máxima de muestreo también sea mayor de tal forma que se puede evitar *aliasing* y en el caso de ser valores menores a 44.1 kHz la respuesta en frecuencias altas se verá afectada. *In Audio Interrupt* mejora la sincronización de eventos gatillados por alguna entrada externa MIDI o algún proceso de control. En el caso del *Vector Optimization* es una opción usada exclusivamente para sistemas *PowerPc* de tal forma que cuatro muestras sean procesadas en una sola instrucción.

Sistema operativo Windows

- Fabricante: Hewlett Packard
- Modelo: HP ProBook 6550b
- Procesador: Intel Core i5, 2.53 GHz
- Memoria RAM: 2.00 GB (1.86 GB utilizable)
- Sistema Operativo: Windows 7 Professional, 32 bits

Al cargar el programa e iniciar el audio se utiliza entre 12-13% del CPU y al presionar una nota MIDI al azar no existe un cambio notable ya que se tiene un 13% de uso.

Ajustando el sintetizador con una forma de onda sinusoidal para ambas señales, portadora y moduladora, una ganancia de 94/127, un índice de modulación y de armonicidad de 0, se nota un aumento en el porcentaje de uso desde 11 a 20% mientras la frecuencia también aumenta, es decir que el programa necesita de mayor capacidad del computador para producir altas

frecuencias. Así mismo al utilizar exactamente la misma configuración pero variando las afinaciones se observa que la afinación 8 al ser la que posee un rango de frecuencias más amplio es donde el *CPU utilization* alcanza mayores porcentajes. Igualmente al variar las formas de ondas la relación se mantuvo entre el 11 a 20%. Es decir, que solo la frecuencia de la nota y no su forma de onda, está determinando el porcentaje a ser utilizado, es por esto también que la nota con la frecuencia más alta dentro del rango audible del programa, 19057 Hz es aquella que utiliza mayor cantidad de CPU con un 20% en promedio.

Al presionar entre 1 a 5 notas al azar sin ningún tipo de modulación se observa que no existe un cambio en el porcentaje de uso, por ejemplo, al tocar una o cinco notas entre 381.9 Hz y 1618.034 Hz el *CPU utilization* no varió de 12% en promedio y nuevamente también es independiente de la forma de onda utilizada.

Sin embargo, cuando los índices de modulación y armonicidad son ajustados en sus valores máximos y se ejecutan cinco notas en el rango más alto de notas posibles, el programa utiliza entre un 20 a 23% de las capacidades computacionales. No obstante, se puede notar de que si el MI sigue siendo 0 (por lo tanto no se producirá en la salida ningún cambio sonoro), pero el HR varía, el uso del CPU aumenta, aunque dependiente de la frecuencia, en el caso de la frecuencia con mayor uso (19057 Hz) cuando el HR va desde su valor mínimo al máximo existe un aumento desde 20% a 25%.

En general una nota aleatoria, con cualquier forma de onda puede aumentar su porcentaje inicial entre 1 a 2 % al entregarle un valor cualquiera de razón de armonicidad, no obstante cuando se ejecutan más de una nota el comportamiento no es estable.

Finalmente el tipo de envolvente, si esta es compleja o no, no afecta de ninguna forma el porcentaje de uso del CPU.

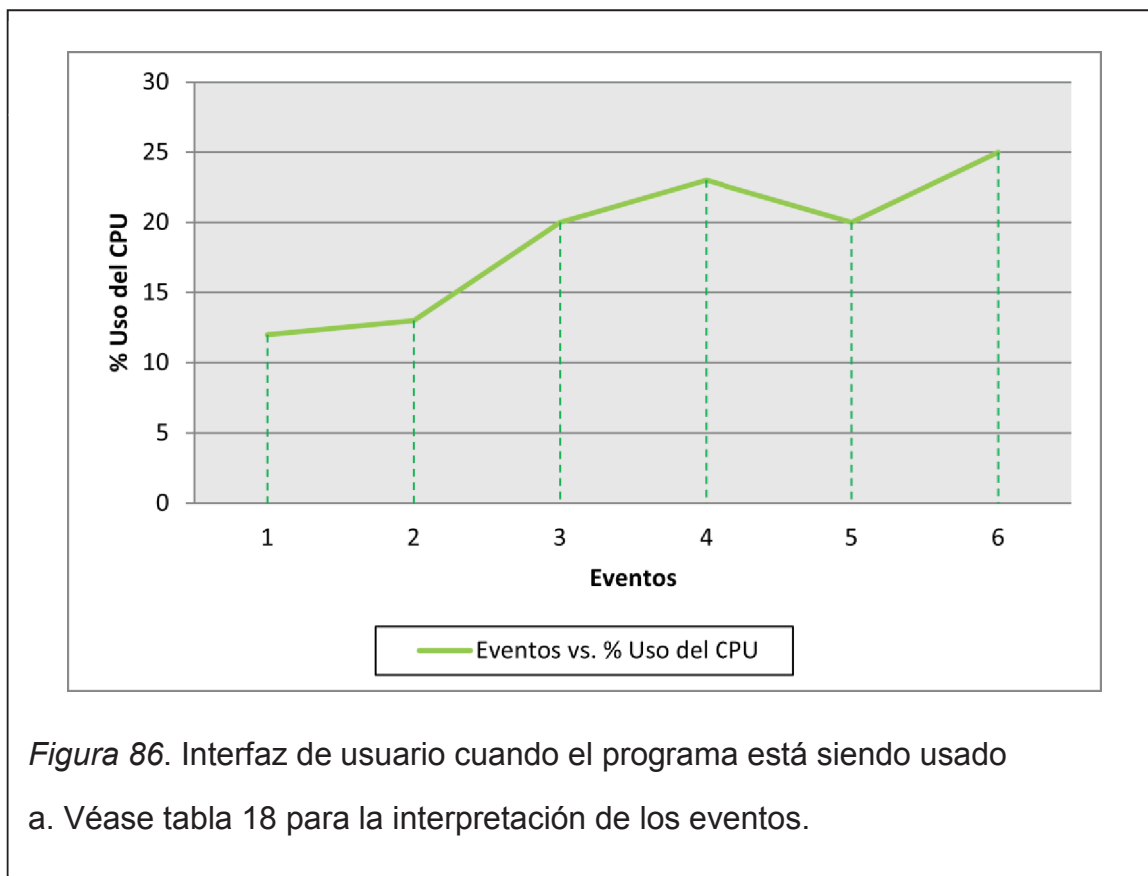


Tabla 18. Eventos de la figura 86

	Evento	# Notas	Forma de onda	Frecuencias	HR	MI
1	Cargar programa	-	Apagado	Apagado	0	0
2	Ejecutar	1	Cualquiera	Cualquiera	0	0
3	Ejecutar	1	Cualquiera	19057 Hz	0	0
4	Ejecutar simultáneamente	1 a 5	Cualquiera	Máximas	Máximo	Máximo
5	Ejecutar simultáneamente	1 a 5	Cualquiera	Máximas	0	Mínimo
6	Ejecutar simultáneamente	1 a 5	Cualquiera	Máximas	0	Máximo

Sistema operativo Mac OS X

- Fabricante: Apple
- Modelo: iMac 7.1
- Procesador: Intel Core 2 Duo, 2 GHz
- Memoria RAM: 4.00 GB DDR2

- Sistema Operativo: Mac OS X 10.5.8

Cargando el programa e iniciando el audio se hace uso del 17% del CPU y al presionar una nota MIDI al azar aumenta a 18%.

Con una señal portadora y moduladora con forma sinusoidal, una ganancia de 94/127, un índice de modulación y de armonicidad de 0, el porcentaje de uso va de 20 a 33% mientras la frecuencia aumenta, nuevamente para altas frecuencias el ordenador necesita mayor procesamiento. No existe variación alguna al cambiar las formas de onda.

Utilizando la polifonía y ejecutar entre 1 a 5 notas al azar sin ningún tipo de modulación y con cualquier forma de onda, no se produce un cambio notable en el porcentaje de uso,

Al ajustar los índices de modulación y armonicidad en sus valores máximos y presionar cinco notas en el rango más alto de notas posibles, se incrementa a 41 el porcentaje de uso.

Nuevamente, con una nota aleatoria y cualquier forma de onda, el porcentaje inicial puede aumentar 1 a 2 % con un valor cualquiera de índice de armonicidad. El comportamiento sigue siendo aleatorio para dos o más notas.

Finalmente, la complejidad de la envolvente no varía el porcentaje de uso de CPU

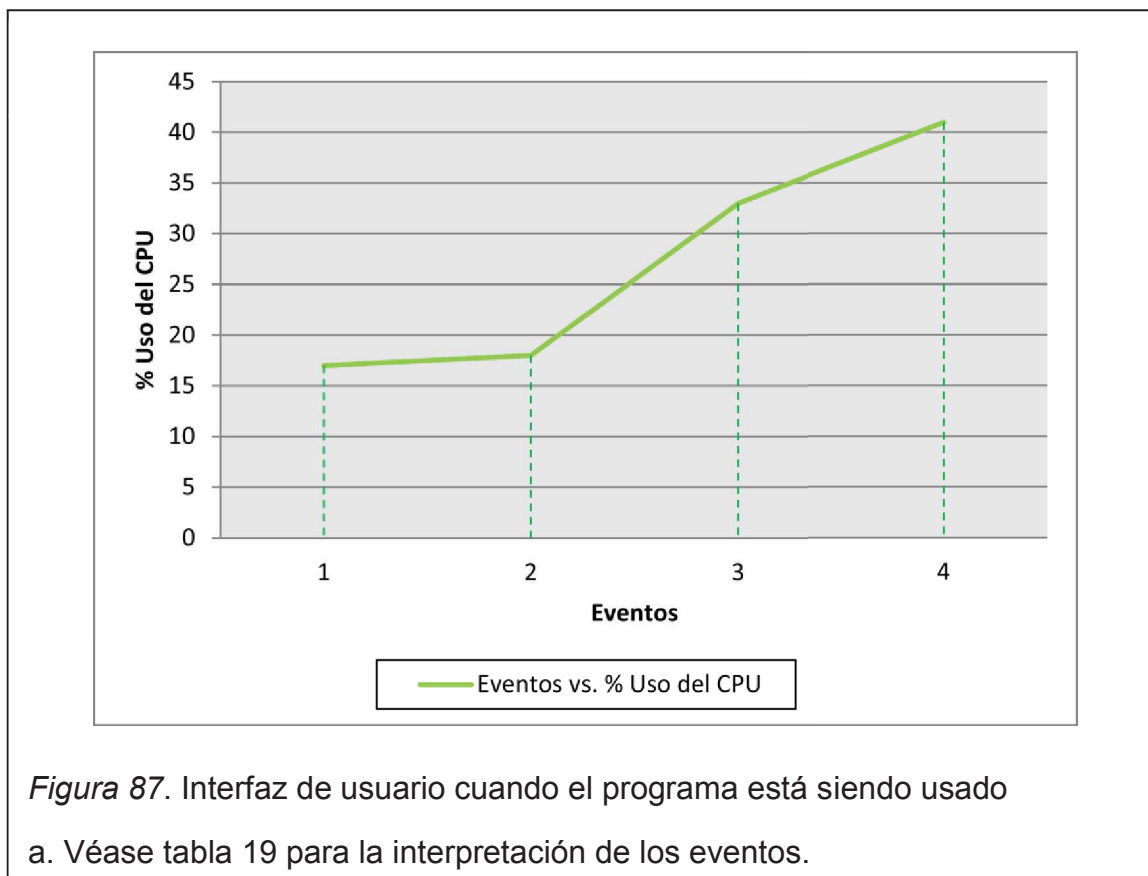


Tabla 19. Eventos de la figura 87

Evento	# Notas	Forma de onda	Frecuencia	HR	MI
Cargar programa	-	Apagado	Apagado	0	0
Presionar	1	Cualquiera	Cualquiera	0	0
Presionar	1	Cualquiera	19057	0	0
Presionar simultáneamente	1 a 5	Cualquiera	Máxima	Máximo	Máximo

A continuación, se presentarán los resultados técnicos y musicales de los elementos de síntesis, en donde se utilizan espectros y teoría musical básica para analizar los resultados obtenidos.

3.2. Resultados y análisis de las formas de ondas.

Como se mostró anteriormente en la tabla 3, la forma de onda Fibonacci está formada por los armónicos 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34 y debido a ello no se puede decir que sigue un orden par, impar o con todos los armónicos presentes, se

podría considerar a esta onda como una forma mixta y por lo tanto no es posible denominar al espectro como armónico sino como inarmónico; a todas estas onda sinusoidales presentes se los denominan sonidos parciales más que sobretonos y cabe mencionar que muchos sonidos naturales poseen esta característica inarmónica.

Llegado un punto, uno o varios parciales de la forma Fibonacci superarán la frecuencia de muestreo (*sample rate*) del programa y se producirán frecuencias *aliasing*, este es el caso de la muestra de audio denominada Fibonacci.aif que tiene un formato aiff de 44100 Hz y 16 bits. Esta ha sido analizada mediante el *software Ozone 5 Advanced* de la empresa iZotope y la figura 88 muestra el resultado donde es posible visualizar una forma de onda de este tipo, sin ninguna forma de modulación. La frecuencia fundamental es 1618.034 Hz y se observa que posee también los armónicos esperados siguiendo la serie de Fibonacci y que en este caso son: 3236.068 Hz, 4854.102 Hz, 8090.17 Hz, 12944.272 Hz, 21034.442 Hz. Debido a que el armónico 21 es 33978.63 Hz y supera la frecuencia máxima a ser muestreada (22050 Hz) o lo que es lo mismo la mitad del *sample rate*, se produce una componente de *aliasing* que ha sido calculada en 10121.37 Hz y que se observan en el espectro.

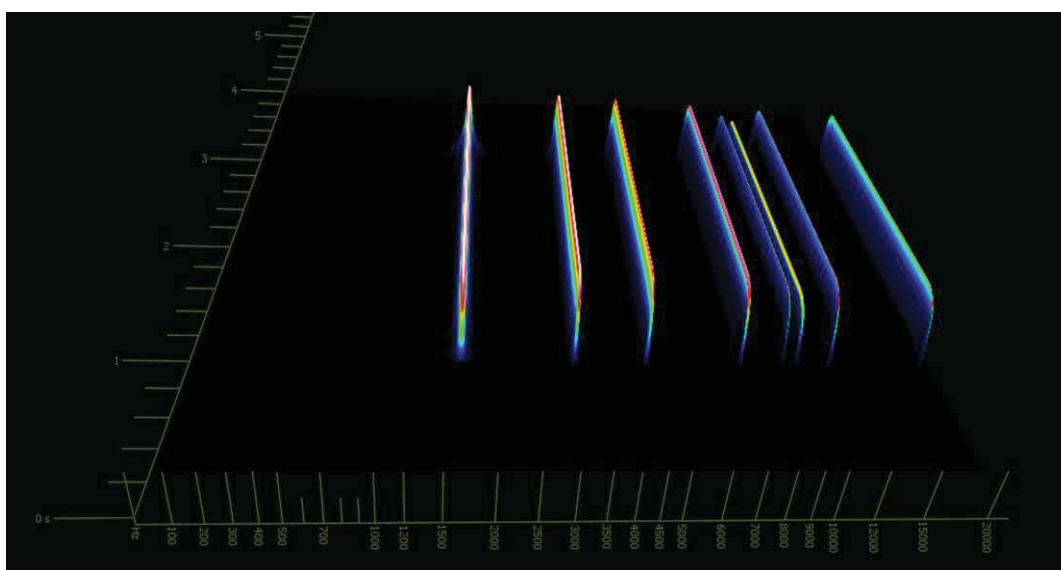


Figura 88. Vista lateral-superior del espectro de una forma de onda Fibonacci con frecuencia fundamental de 1618.034 Hz.

3.3. Resultados y análisis de la afinación

Se puede observar en la tabla 20 que solamente para el caso de la afinación 12 el inicio de la octava temperada coincide con la del sistema basado en Phi (recuadros blancos), en los demás casos existe un desplazamiento de los valores, siendo así que por ejemplo para el inicio de la primera pseudo octava (34.442 Hz) de la afinación 8, en el sistema temperado apenas se encuentra en Sol#.

Esto significa que para cada afinación las frecuencias bases serán notas distintas y en un solo caso, en la afinación 12, será siempre Do, para la afinación 11 las frecuencias bases, desde la más baja hasta la más alta, se encontrarán en: Si, La#, La, Sol#, Sol, Fa#, Fa, Mi, Re#, Re y Do#. Siguiendo el mismo orden, para la afinación 10, las frecuencias bases estarán en: La#, Sol#, Fa#, Mi, Re, Do para volver a repetir la secuencia una vez más. Para la afinación 9 serán: La, Fa#, Re#, Do y repitiéndose esto dos veces más. En último lugar para la afinación 8 se tendrá: Sol#, Mi, Do para repetirse cuatro veces.

Tabla 20. Notación musical del sistema temperado y las frecuencias calculadas bajo el sistema Phi.

	Do	Do#	Re	Re#	Mi	Fa	Fa#	Sol	Sol#	La	La#	Si
12	21,286	22,157	23,064	24,007	24,990	26,012	27,077	28,184	29,338	30,538	31,787	33,088
11	21,286	22,238	23,233	24,271	25,357	26,491	27,675	28,913	30,206	31,556	32,968	34,442
10	21,286	22,336	23,437	24,592	25,804	27,077	28,411	29,812	31,282	32,824	34,442	36,140
9	21,286	22,455	23,689	24,990	26,362	27,810	29,338	30,949	32,649	34,442	36,334	38,329
8	21,286	22,606	24,007	25,496	27,077	28,755	30,538	32,431	34,442	36,577	38,845	41,253
12	34,442	35,851	37,318	38,845	40,434	42,089	43,811	45,603	47,469	49,411	51,433	53,538
11	35,982	37,591	39,272	41,028	42,863	44,780	46,782	48,874	51,059	53,343	55,728	58,220
10	37,921	39,791	41,752	43,811	45,970	48,237	50,615	53,110	55,728	58,475	61,358	64,383
9	40,434	42,655	44,998	47,469	50,076	52,827	55,728	58,789	62,018	65,424	69,017	72,808
8	43,811	46,527	49,411	52,475	55,728	59,183	62,852	66,749	70,887	75,282	79,949	84,906
12	55,728	58,008	60,382	62,852	65,424	68,101	70,887	73,788	76,807	79,949	83,221	86,626
11	60,824	63,543	66,385	69,354	72,455	75,695	79,080	82,616	86,310	90,170	94,202	98,415
10	67,557	70,887	74,382	78,049	81,896	85,934	90,170	94,615	99,279	104,174	109,309	114,698
9	76,807	81,025	85,475	90,170	95,122	100,347	105,858	111,672	117,806	124,276	131,102	138,302
8	90,170	95,760	101,697	108,002	114,698	121,809	129,361	137,381	145,898	154,943	164,549	174,751
12	90,170	93,859	97,700	101,697	105,858	110,189	114,698	119,391	124,276	129,361	134,654	140,163
11	102,815	107,413	112,216	117,234	122,477	127,954	133,675	139,653	145,898	152,422	159,238	166,359
10	120,352	126,285	132,511	139,043	145,898	153,090	160,638	168,557	176,866	185,585	194,734	204,334
9	145,898	153,911	162,365	171,282	180,689	190,614	201,083	212,127	223,777	236,068	249,034	262,711
8	185,585	197,091	209,310	222,287	236,068	250,704	266,247	282,753	300,283	318,900	338,671	359,668
12	145,898	151,868	158,081	164,549	171,282	178,290	185,585	193,179	201,083	209,310	217,874	226,789
11	173,798	181,570	189,689	198,172	207,033	216,291	225,963	236,068	246,624	257,653	269,174	281,211
10	214,407	224,977	236,068	247,706	259,917	272,730	286,175	300,283	315,086	330,619	346,918	364,021
9	277,140	292,362	308,419	325,359	343,228	362,079	381,966	402,945	425,076	448,422	473,051	499,033
8	381,966	405,647	430,796	457,504	485,868	515,991	547,981	581,954	618,034	656,350	697,043	740,257
12	236,068	245,727	255,781	266,247	277,140	288,480	300,283	312,569	325,359	338,671	352,528	366,952
11	293,786	306,924	320,649	334,987	349,967	365,617	381,966	399,047	416,891	435,533	455,009	475,356
10	381,966	400,796	420,554	441,287	463,041	485,868	509,821	534,954	561,326	588,998	618,034	648,502
9	526,441	555,355	585,857	618,034	651,978	687,787	725,563	765,413	807,452	851,800	898,583	947,936
8	786,151	834,891	886,652	941,622	1000,000	1061,997	1127,838	1197,762	1272,020	1350,882	1434,633	1523,576
12	381,966	397,594	413,862	430,796	448,422	466,770	485,868	505,748	526,441	547,981	570,402	593,741
11	496,613	518,820	542,021	566,258	591,580	618,034	645,671	674,544	704,708	736,220	769,142	803,537
10	680,471	714,017	749,217	786,151	824,907	865,573	908,244	953,018	1000,000	1049,298	1101,026	1155,304
9	1000,000	1054,923	1112,863	1173,985	1238,464	1306,484	1378,241	1453,938	1533,793	1618,034	1706,902	1800,650
8	1618,034	1718,348	1824,881	1938,019	2058,171	2185,772	2321,284	2465,198	2618,034	2780,345	2952,719	3135,780
12	618,034	643,321	669,643	697,043	725,563	755,250	786,151	818,317	851,800	886,652	922,930	960,692
11	839,469	877,008	916,225	957,197	1000,000	1044,718	1091,435	1140,241	1191,230	1244,499	1300,149	1358,289
10	1212,258	1272,020	1334,727	1400,527	1469,569	1542,016	1618,034	1697,800	1781,497	1869,321	1961,475	2058,171
9	1899,548	2003,877	2113,936	2230,040	2352,521	2481,729	2618,034	2761,825	2913,513	3073,533	3242,341	3420,421
8	3330,191	3536,654	3755,917	3988,774	4236,068	4498,693	4777,600	5073,799	5388,362	5722,426	6077,202	6453,972
12	1000,000	1040,916	1083,506	1127,838	1173,985	1222,020	1272,020	1324,065	1378,241	1434,633	1493,332	1554,433
11	1419,028	1482,484	1548,777	1618,034	1690,388	1765,978	1844,949	1927,450	2013,641	2103,686	2197,758	2296,036
10	2159,634	2266,100	2377,813	2495,034	2618,034	2747,097	2882,523	3024,625	3173,733	3330,191	3494,362	3666,626
9	3608,281	3806,460	4015,523	4236,068	4468,726	4714,163	4973,080	5246,218	5534,357	5838,322	6158,981	6497,252
8	6854,102	7279,038	7730,320	8209,580	8718,552	9259,080	9833,119	10442,747	11090,170	11777,732	12507,920	13283,379
12	1618,034	1684,237	1753,149	1824,881	1899,548	1977,269	2058,171	2142,383	2230,040	2321,284	2416,262	2515,125
11	2398,709	2505,973	2618,034	2735,106	2857,413	2985,190	3118,680	3258,139	3403,835	3556,046	3715,064	3881,192
10	3847,383	4037,050	4236,068	4444,897	4664,020	4893,946	5135,207	5388,362	5653,996	5932,726	6225,196	6532,085
9	6854,102	7230,551	7627,676	8046,613	8488,559	8954,778	9446,603	9965,441	10512,775	11090,170	11699,278	12341,840
8	14106,914	14981,506	15910,321	16896,719	17944,272	19056,770	20238,240	21492,959	22825,466	24240,586	25743,440	27339,466
12	2618,034	2725,153	2836,655	2952,719	3073,533	3199,289	3330,191	3466,448				
11	4054,750	4236,068	4425,494	4623,392	4830,138	5046,130	5271,780	5507,521				
10	6854,102	7191,994	7546,544	7918,572	8308,940	8718,552	9148,358	9599,352				
9	13019,693	13734,777	14489,135	15284,924	16124,422	17010,027	17944,272	18929,829				
8	29034,442	30834,502	32746,161	34776,338	36932,381	39222,092	41653,760	44236,185				

Nota: se observa en la primera fila la notación musical moderna y cada cinco filas una variación de grises para indicar el inicio de una nueva octava; se ubican los valores de frecuencia para cada una de las afinaciones y las frecuencias bases están coloreadas.

Con respecto a la frecuencia también existe un desplazamiento y es por ello que, entre una afinación y la subsiguiente se percibe un aumento en la frecuencia, por ejemplo si se toca la nota La 4 (440 Hz en la escala temperada) con la afinación 12 se produce una nota de 209.3 Hz y la misma nota en la afinación 9 será 448.42 Hz, es decir, una diferencia mayor a dos, claramente notable.

Sin embargo, esto no se considera un impedimento en la interpretación musical ya que en la mayoría de los casos, al igual que un intérprete que tocara un piano que posee una única afinación, la persona manejando el instrumento querrá mantener una sola afinación. Independientemente de las coincidencias o no de las frecuencias bases para cada afinación, el programa trabaja con un teclado MIDI y por lo tanto se ve siempre ligado a poseer doce notas para cada escala.

Ahora, se considerará el aspecto musical de estas frecuencias, específicamente los intervalos musicales. Recordando que en la escala temperada se utiliza entre una frecuencia y otra, un valor de $\sqrt[12]{2}$ o aproximadamente 1.059463, en el caso del diseño aquí presentado existen los siguientes valores:

Tabla 21. Valores para cada afinación de la distancia entre una frecuencia y la siguiente

12	11	10	9	8
1,041	1,045	1,049	1,055	1,062

Nótese que los valores van aumentando y aquellos que más se acercan al de la escala temperada son, 1.055 y 1.062. Es innegable que cuando se divide a una pseudo octava por pasos más pequeños se obtendrán mayor cantidad de divisiones de la misma, de ahí que las frecuencias máximas alcanzables también son más altas.

A continuación se sabe que el valor de 1.059463 transformado a cents es igual a 100 y por esta razón para la escala temperada están definidos los intervalos

tal como se indican en la tabla 22, donde, entre un intervalo y el subsiguiente siempre existe un aumento de 100 cents o lo que es lo mismo $\sqrt[12]{2}$.

Tabla 22. Intervalos en cents de la escala temperada

# Nota en la 8va	Cents	Intervalos
1	100,000	Semitono
2	200,000	2da mayor
3	300,000	3ra menor
4	400,000	3ra mayor
5	500,000	4ta perfecta
6	600,000	5ta disminuida
7	700,000	5ta perfecta
8	800,000	6ta menor
9	900,000	6ta mayor
10	1000,000	7ma menor
11	1100,000	7ma mayor
12	1200,000	8va

Debido a la característica del programa no se puede esperar que existan los mismos intervalos musicales ya indicados y prueba de ello son los datos entregados en la tabla 23.

Tabla 23. Intervalos en cents para cada afinación

# Nota en la 8va	Afinación				
	12	11	10	9	8
1	69,424	75,735	83,309	92,566	104,136
2	138,848	151,471	166,618	185,131	208,273
3	208,273	227,206	249,927	277,697	312,409
4	277,697	302,942	333,236	370,262	416,545
5	347,121	378,677	416,545	462,828	520,681
6	416,545	454,413	499,854	555,394	624,818
7	485,969	530,148	583,163	647,959	728,954
8	555,394	605,884	666,472	740,525	833,090
9	624,818	681,619	749,781	833,090	937,227
10	694,242	757,355	833,090	925,656	1041,363
11	763,666	833,090	916,399	1018,221	1145,499
12	833,090	908,826	999,708	1110,787	1249,635

Existen algunos datos aproximados a los de la escala temperada pero que jamás son exactamente los mismos. Ya que la afinación 12 tiene una distancia entre una frecuencia y la siguiente de 69.424 cents, es decir, menor a un semitono, en este caso a pesar de la coincidencia de frecuencias bases mencionada anteriormente, auditivamente no pueden percibirse los intervalos clásicos ni la consecución de la octava, ya que entre la primera y la doceava nota de esta octava apenas existen 833.09 cents que es un valor intermedio entre una sexta menor y una mayor. Por otro lado, para la afinación original del trabajo de John Chowning (1973) la distancia entre la primera y la doceava nota (y que sea dicho nuevamente, no coinciden con las frecuencias bases) es de 1110.787 cents valor cercano a 1200 para la escala temperada, razón por la cual, auditivamente la relación de intervalos resulta muy similar para una persona con audición entrenada promedio.

Las evaluaciones auditivas realizadas por la autora de esta tesis permiten indicar que las afinaciones 9 y 8 son aquellas que auditivamente guardan mayor relación con la escala temperada.

3.4. Resultados y análisis de los índices de armonicidad y modulación

Se ha mencionado en el desarrollo que, las formas de ondas que tiene un espectro complejo, ya sean utilizadas como portadoras o moduladoras, producirán una señal muy compleja y esta es la razón por la cual, realizar un análisis matemático resulta un trabajo extremadamente complicado, sin embargo, mediante la experimentación y audición del sintetizador se puede entender claramente que las formas de ondas complejas producen el resultado esperado y aportan al sintetizador de una mayor variedad sonora.

No obstante, se ha realizado un análisis matemático para uno de los casos más simples, donde tanto la forma de onda portadora y moduladora son señales sinusoidales. Recordando que ambas al ser moduladas en frecuencia, producirán un conjunto de sobretonos o frecuencias laterales, cuyo comportamiento de generación está dado por la ecuación 5 y conociendo que la frecuencia moduladora está definida en relación al valor asignado de

harmonicity ratio fácilmente se pueden calcular los valores de armónicos producidos por el programa, sabiendo de antemano el valor de la frecuencia portadora. En algunos casos los resultados de frecuencia resultan negativos lo que significa solamente que el componente tiene la fase invertida. En esta oportunidad, se han realizado cálculos para los cinco primeros sobretonos y no se han utilizado cada una de las frecuencias existentes en el programa ya que es posible generalizar algunos comportamientos, así:

- Para todos los valores de HR, el espectro producido es inarmónico, a excepción del valor 1, que claramente produce la misma frecuencia portadora y moduladora y por ello, los sobretonos guardan relación de número entero, como se puede observar en las tablas 24, 25 y 26.

- Mientras aumenta el HR, también aumenta la frecuencia moduladora y por lo tanto, sucede lo mismo con las frecuencias de los sobretonos.

- Si el HR es menor a 1, el sobretono n igual a -1 es siempre positivo, si el HR es 1, siempre este parcial es 0 Hz y cuando el HR es mayor a 1, se vuelve una frecuencia negativa.

- Al calcular las distancias entre un sobretono y el siguiente, se observa que la relación que guardan está dada por la fórmula:

$$\text{Distancia entre sobretonos} = \text{HR} * f_c \quad (\text{Ecuación 19})$$

Es así que por ejemplo, si la frecuencia portadora es 1618 Hz y el HR es 1, la distancia será de 1618, como se observa en la tabla 25.

En el caso donde los componentes tienen el mismo valor de frecuencia pero con signos distintos, el valor negativo debe ser tomado como una frecuencia normal y se deben sumar las amplitudes de ambos.

Hasta ahora se ha denotado el comportamiento de la aparición de sobretonos pero no se ha mencionado aún cuáles serán las amplitudes de estos componentes. Como ya se indicó en el apartado explicativo de la modulación por frecuencia y como se demuestra en el trabajo de John Chowning (1973), el *modulation index* es el encargado de definir las amplitudes de cada componente en el espectro, esto es posible utilizando funciones de Bessel de primera especie y orden n , cuyo argumento es este índice.

De esta forma, se han calculado las amplitudes (en un rango de 0 a 1) de los cinco primeros armónicos para cada uno de los valores diseñados para el índice de modulación (véase anexo digital MI). Cuando este índice es cero, el único componente con amplitud será la frecuencia portadora y por lo tanto es indiscutible que no existe modulación alguna además como ya ha sido aludido anteriormente mientras este índice aumenta, será mayor la cantidad de componentes espectrales con amplitud significativa.

Todos estos comportamientos pueden ser visualizados en: la figura 89, para los 5 primeros componentes (positivos y negativos) cuando el índice de modulación es cero, en la figura 90 se observa el mismo fenómeno cuando este índice es 27.5 y en la figura 91 cuando el *modulation index* alcanza el valor máximo de 205.49.

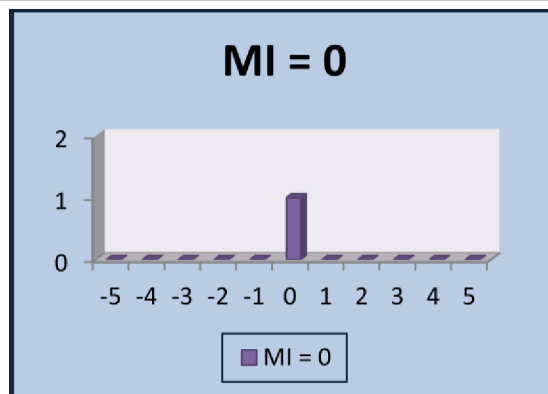


Figura 89. MI de valor cero

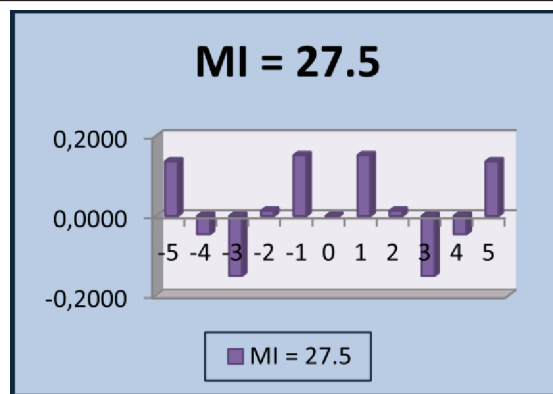


Figura 90. MI de valor 27.5

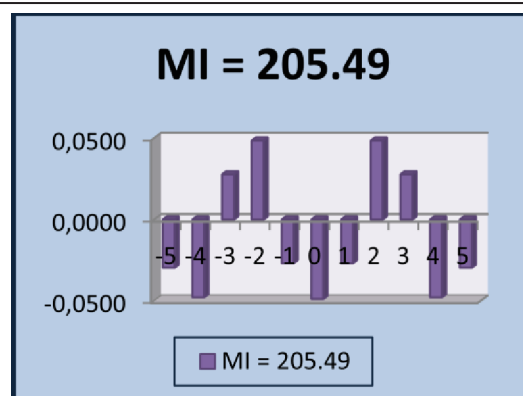


Figura 91. MI de valor 205.49

Se percibe que existen valores negativos de amplitud, al igual que las frecuencias esto representa que existe una inversión en la fase.

3.5. Resultados y análisis del comportamiento general del programa

A continuación se presentarán los espectros de muestras de audio creadas por el sintetizador donde se podrán observar todas las conductas explicadas anteriormente. Todos los archivos de audio poseen el formato aiff, una frecuencia de muestreo de 44100 Hz y 16 bits de profundidad.

En la figura 92 se muestra el espectro del archivo de audio HR1000a.aif cuya configuración fue: una frecuencia portadora de 1000 Hz, un HR de 0.001 y MI de 0. De acuerdo a lo indicado, no existe modulación y por lo tanto el único valor presente es el del componente cero o lo que es lo mismo la frecuencia portadora.

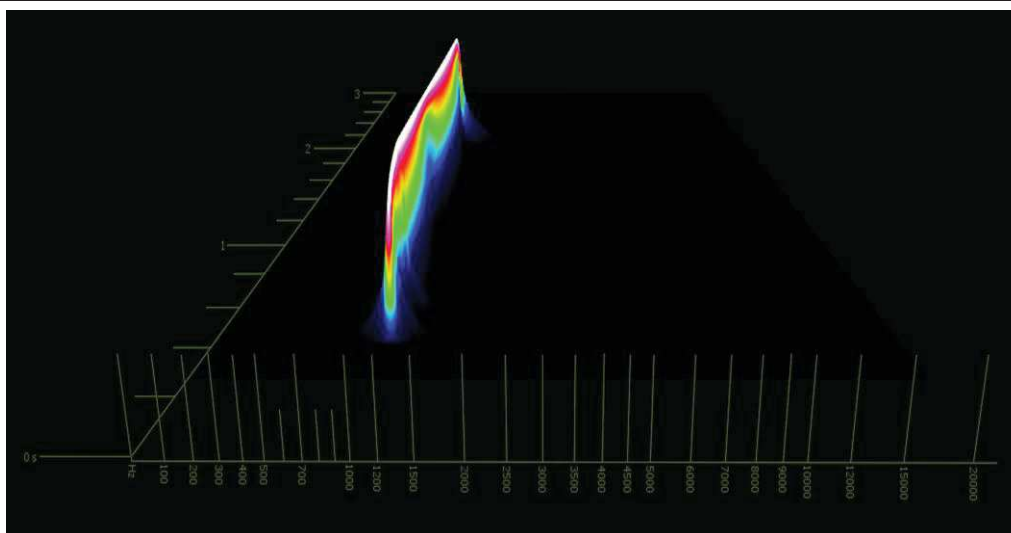


Figura 92. Vista lateral del espectro de la muestra de audio HR1000a.aif

Luego, se muestra el espectro del archivo de audio HR21b.aif cuya configuración fue: 21.86 Hz para la frecuencia portadora, 1 para el HR y 1.618 para el MI. Se espera que el espectro sea armónico debido al valor de HR igual a 1, sin embargo, se observa un fenómeno particular en esta forma de onda (véase figura 93) y es que debido a que la frecuencia moduladora es también 21.286 Hz y es un valor bajo de frecuencia, más allá de producirse sobretonos, se crea una distorsión en los ciclos individuales de la señal portadora.

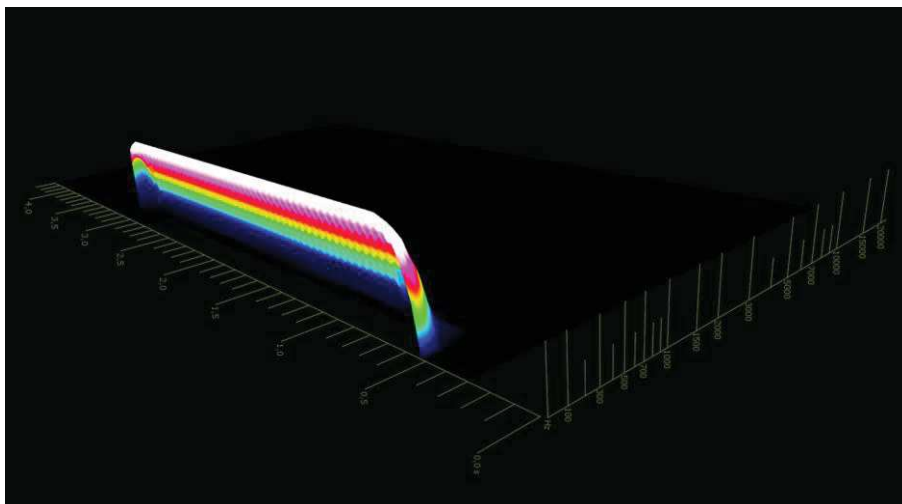


Figura 93. Vista diagonal del espectro para la muestra de audio HR21b.aif

La figura 94 indica el resultado para la muestra de audio HR21c.aif con las mismas configuraciones para la muestra anterior pero con un HR de 1.128, el comportamiento es similar pero un poco más acentuado.

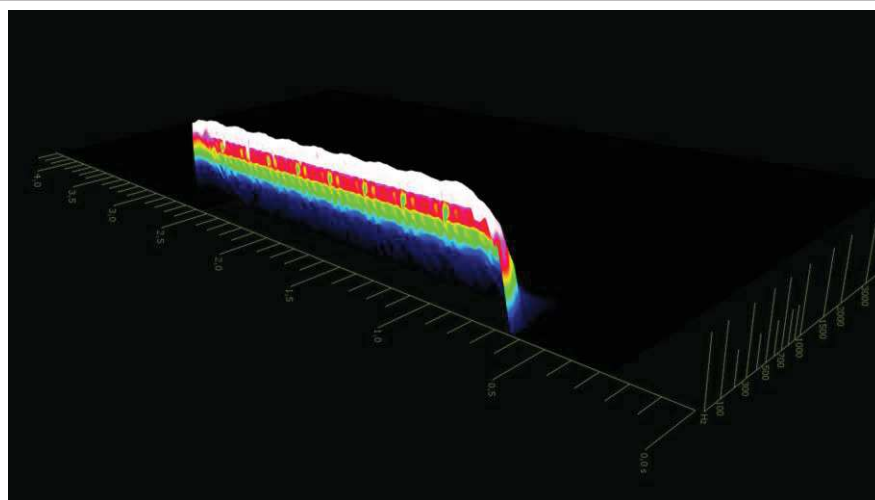


Figura 94. Vista diagonal del espectro para la muestra de audio HR21c.aif

La figura 95 muestra el gráfico para el archivo HR1000b.aif con una frecuencia portadora de 1000 Hz, HR de 1 y MI de 1.618, en este caso, el espectro si es armónico y posee los componentes laterales calculados en la tabla 25, el valor de 0 Hz (aunque se extiende más allá de este) también se encuentra presente y en estos casos se lo denomina *DC offset*. Nótese que debido a que el MI es

distinto de cero, los componentes laterales ya están presentes, es decir, existe modulación, no obstante, por el hecho de que este índice posee un valor pequeño, el armónico de 5000 Hz tiene escasa amplitud y los sobretonos de orden mayor ni siquiera están presentes.

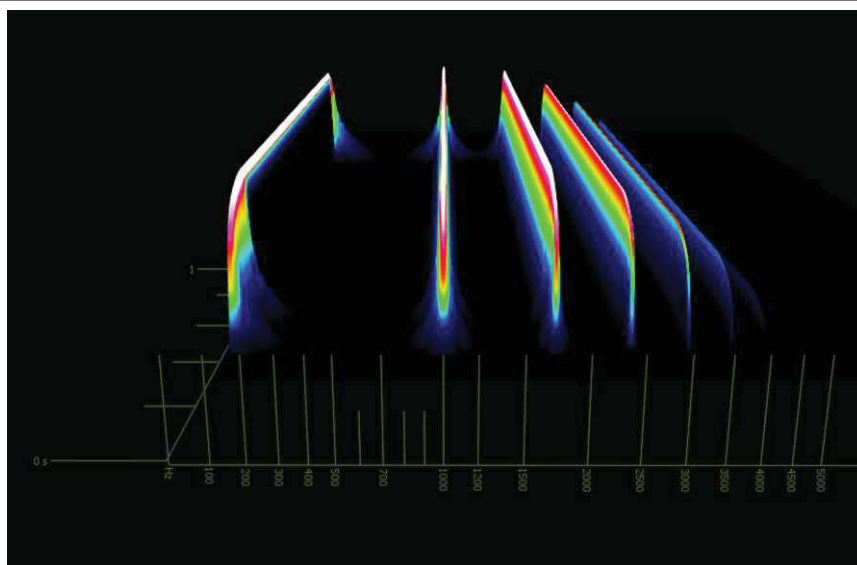


Figura 95. Vista lateral-inferior del espectro de la muestra HR1000b.aif

La figura 96 permite corroborar los componentes presentes, al utilizar otro analizador de espectro, en este caso, el incorporado en el *software* Audacity.

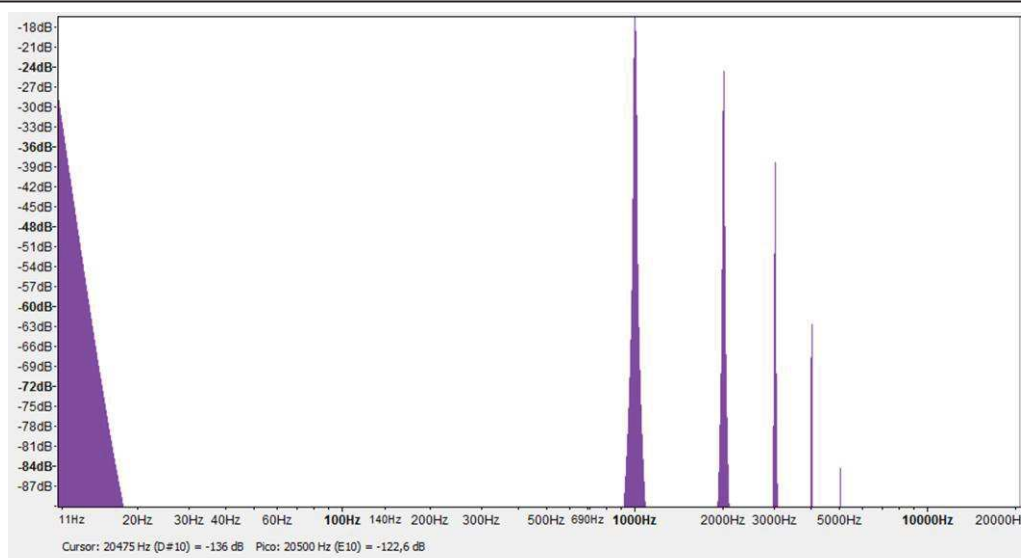


Figura 96. Espectro de la muestra HR1000b.aif

Las figuras 97 y 98 muestran exactamente el mismo comportamiento para una señal de iguales características pero con frecuencia portadora de 1618 Hz. El archivo de audio utilizado aquí fue denominado HR1618b.aif.

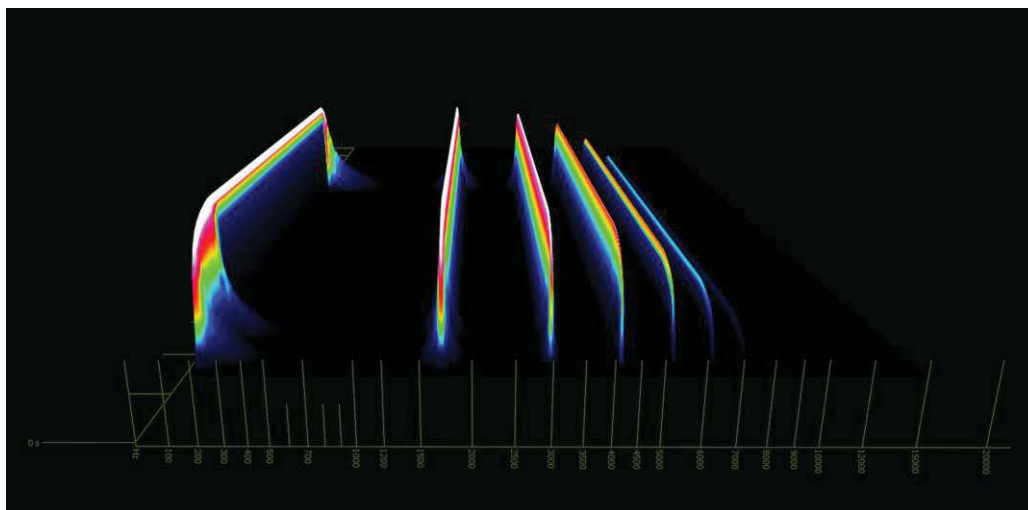


Figura 97. Vista lateral-inferior del espectro para la muestra de audio HR1618b.aif

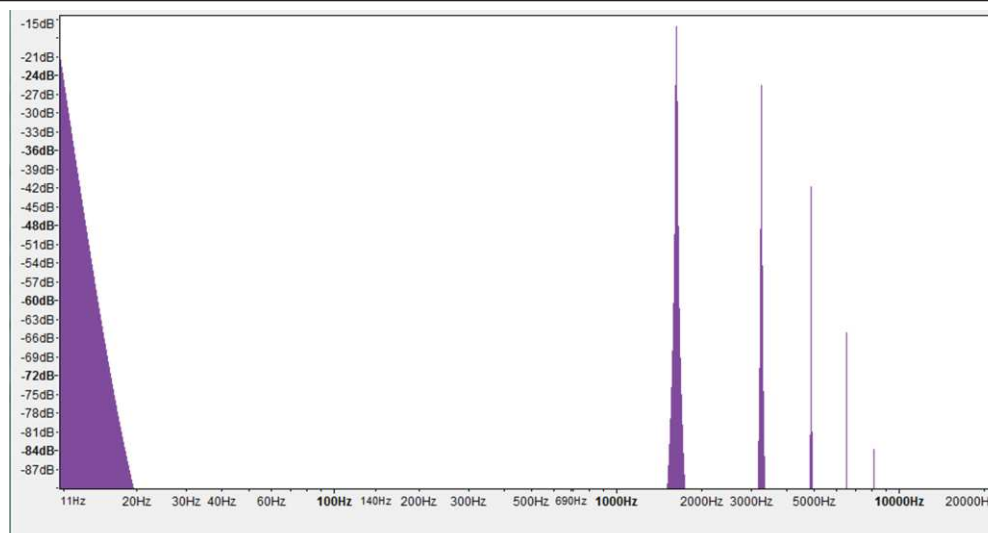


Figura 98. Espectro para la muestra de audio HR1618b.aif

En la figura 99 se visualiza el espectrograma del archivo de audio HR21d.aif cuyas características son que la frecuencia portadora es 21.86 Hz, el HR es el máximo asignable, 9.833 y el MI 1.618. Nótese que, solamente el valor de HR

ha cambiado con respecto a la muestra HR21c.aif, sin embargo, se puede distinguir que el efecto de distorsión mencionado ya no está presente, pero si los componentes laterales y esto es debido a que con el valor de HR asignado, se generará una frecuencia moduladora que alcanza 209.305 Hz y por lo tanto los componentes laterales están más espaciados, además debido a que el valor de índice de modulación es aún pequeño, los componentes superiores al sobretono cinco no están presentes. Cabe señalar que este espectro es inarmónico.

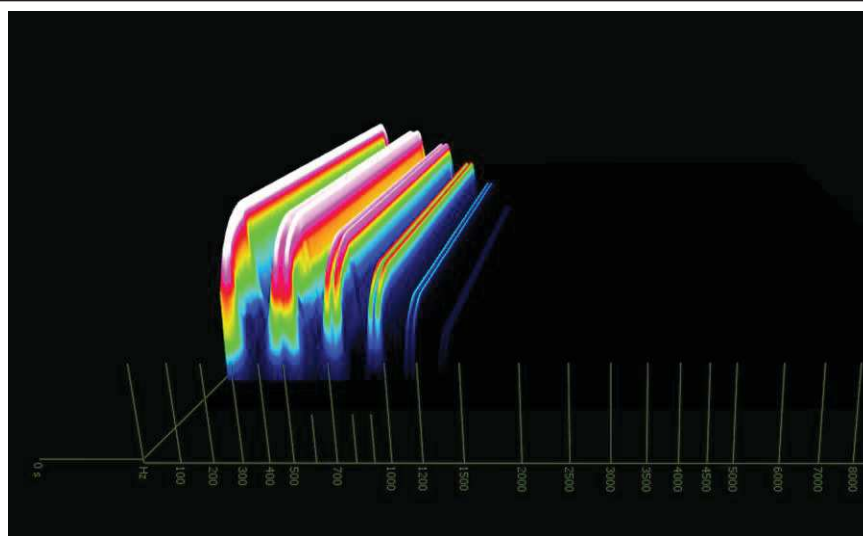


Figura 99. Vista lateral-inferior del espectro del archivo de audio HR21d.aif

El siguiente espectro a ser analizado fue el de la muestra HR1618d.aif, si se observa la tabla 26 muchas de las frecuencias laterales están fuera del límite de 22050 Hz y por lo tanto se produce un efecto *aliasing* y por ello las frecuencias mostradas en la figura 91 no coinciden con dicha tabla, sin embargo, han sido calculadas las frecuencias de *aliasing* y se obtiene la siguiente tabla de valores:

Tabla 27. Frecuencia originales y de aliasing del archivo HR1618d.aif

		Original	Aliasing
Sobretonos (Hz)	-5	77930,97	33830,97
	-4	62021,18	17921,18
	-3	46111,38	2011,38
	-2	30201,59	13898,41
	-1	14291,79	14291,79
	0	1618,00	1618,00
	1	17527,79	17527,79
	2	33437,59	10662,41
	3	49347,38	5247,38
	4	65257,18	21157,18
	5	81166,97	37066,97

Se puede ver que estas frecuencias si concuerdan con el espectro mostrado en las figuras 100 y 101.

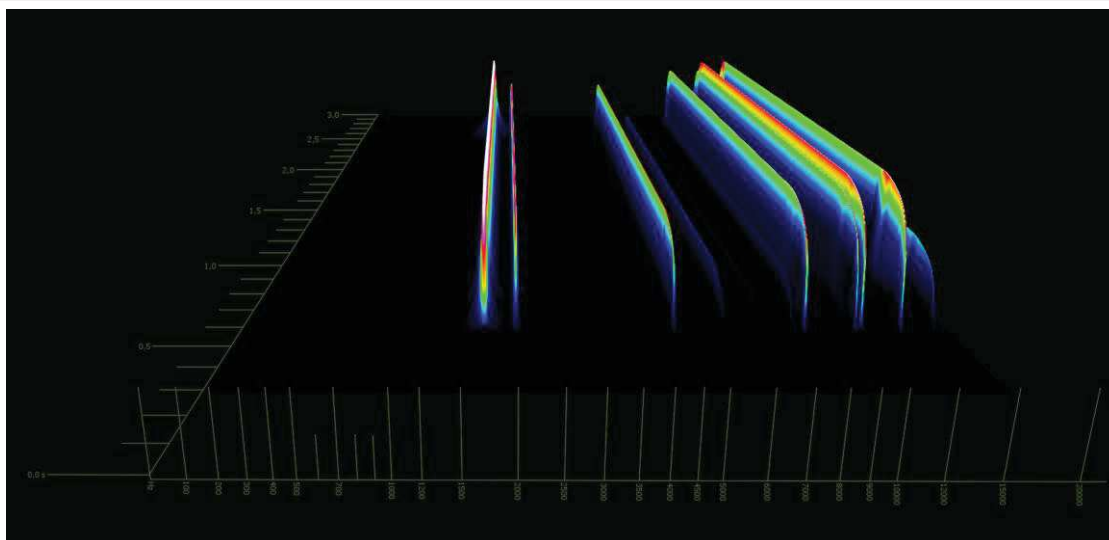
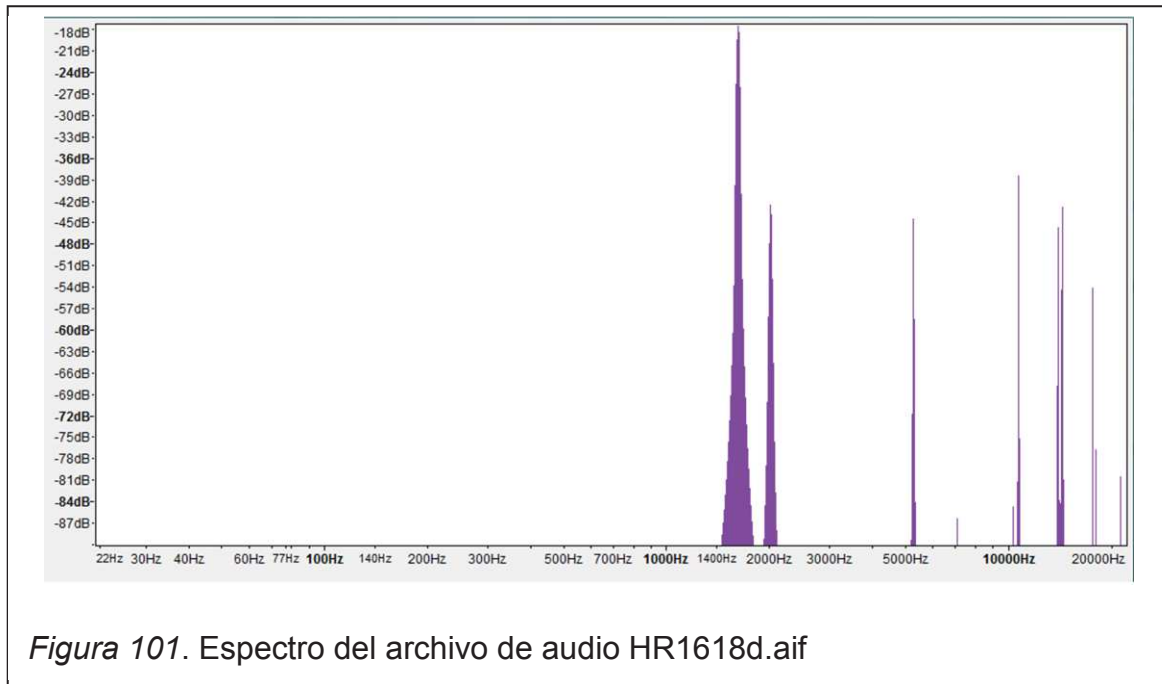
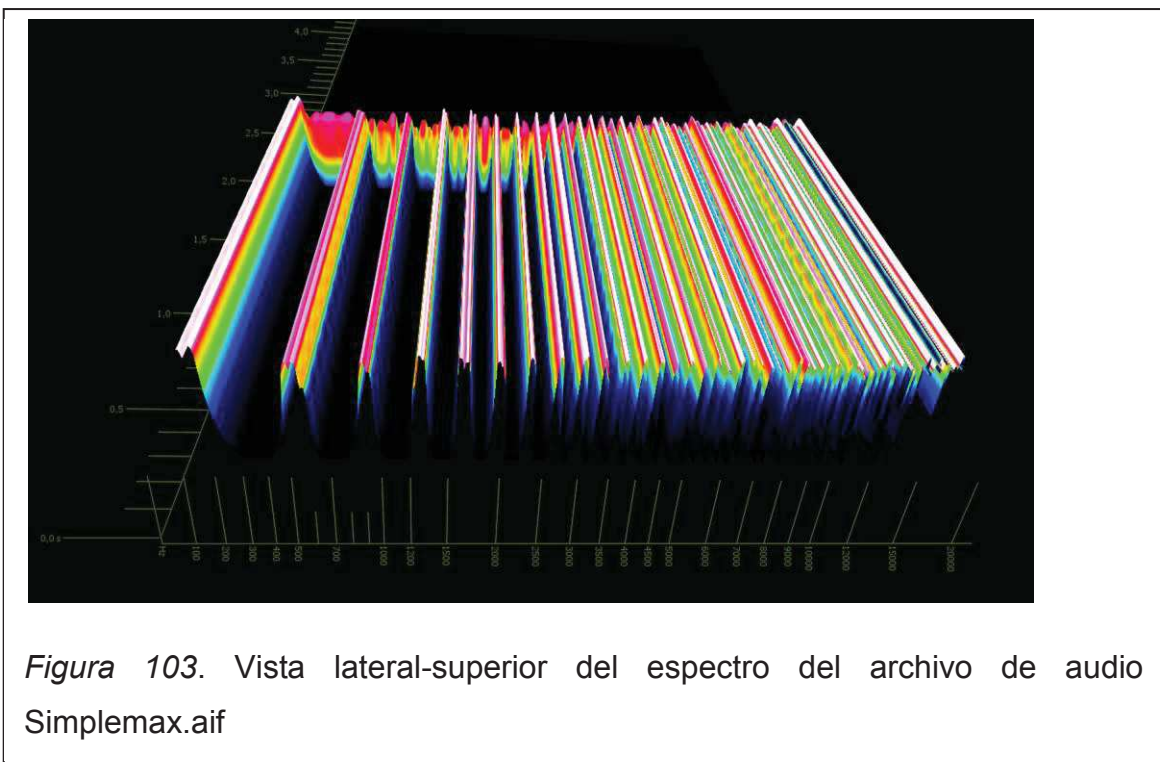
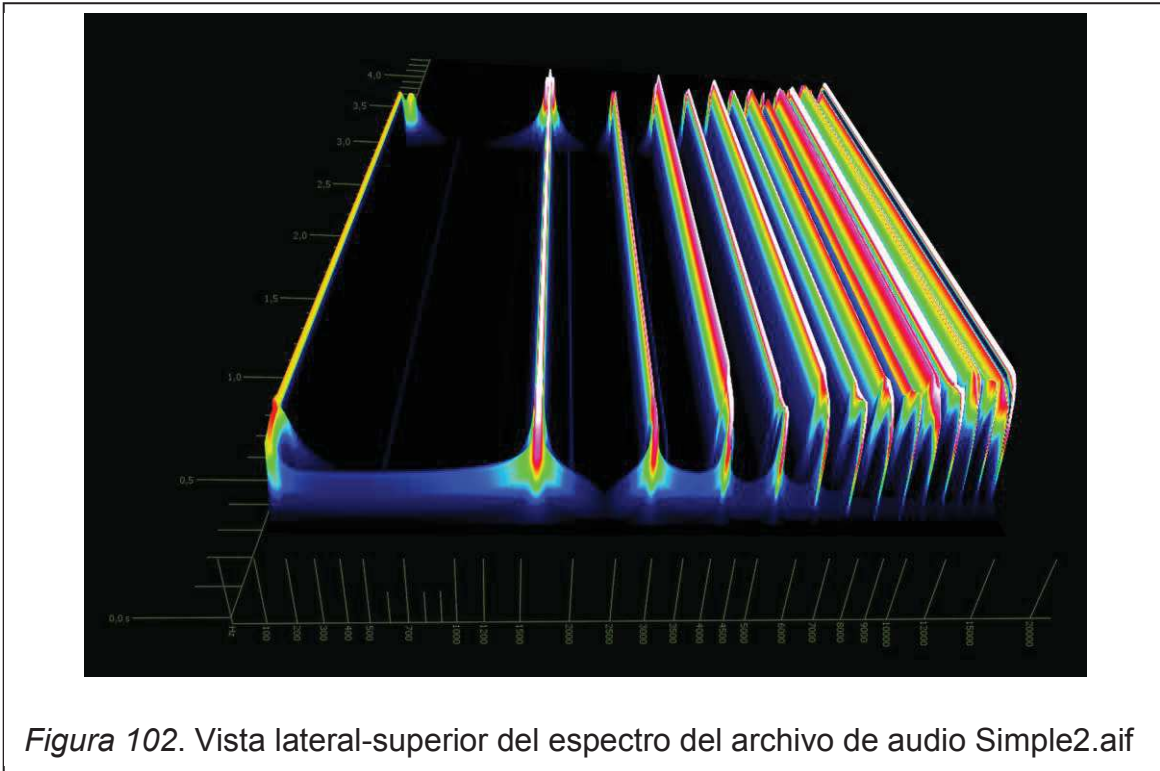


Figura 100. Vista lateral del espectro del archivo de audio HR1618d.aif



Para la demostración del funcionamiento del índice de modulación, se ha utilizado una configuración muy similar a la del archivo de audio HR1618b.aif pero con un incremento en el MI a 27.506, un *harmonicity ratio* de 1 y una frecuencia portadora de 1618 Hz. Se denota en la figura 102 que aún está presente el *DC offset* pero es evidente que existen mayor cantidad de componentes laterales lo que corrobora que mientras mayor es el grado de MI es posible otorgar de amplitud significativa a mayor cantidad de frecuencias laterales. Por último se ha utilizado un índice de modulación máximo, es decir de 205.49, para una señal que por lo demás, es exactamente igual (Simplemax.aif) y en la figura 103 se visualiza que es aún mayor la cantidad de componentes espectrales.



Una vez que han sido presentados los comportamientos del sintetizador usando su configuración más simple, se presentarán los resultados obtenidos

con dos configuraciones diferentes que utilizan las otras formas de ondas elegibles en el programa.

El primer archivo de audio se denomina Preset4.aif y utiliza una señal portadora Fibonacci de 1000 Hz, una moduladora triangular, un HR de 0.007 y un índice de modulación de 205.49. La figura 104 muestra el espectrograma de la señal cuya forma es muy particular, auditivamente esta muestra se percibe claramente como un *vibrato* que se produce porque la señal moduladora tendrá un valor de 7 Hz y por lo tanto se origina esta variación en la frecuencia que define a un *vibrato*; el valor MI controla la cantidad de desviación desde la frecuencia central, por lo que si el valor es grande, como en este caso, la desviación es mayor y el *vibrato* es evidente ya que el desplazamiento es aproximadamente desde 500 Hz hasta 1300 Hz.

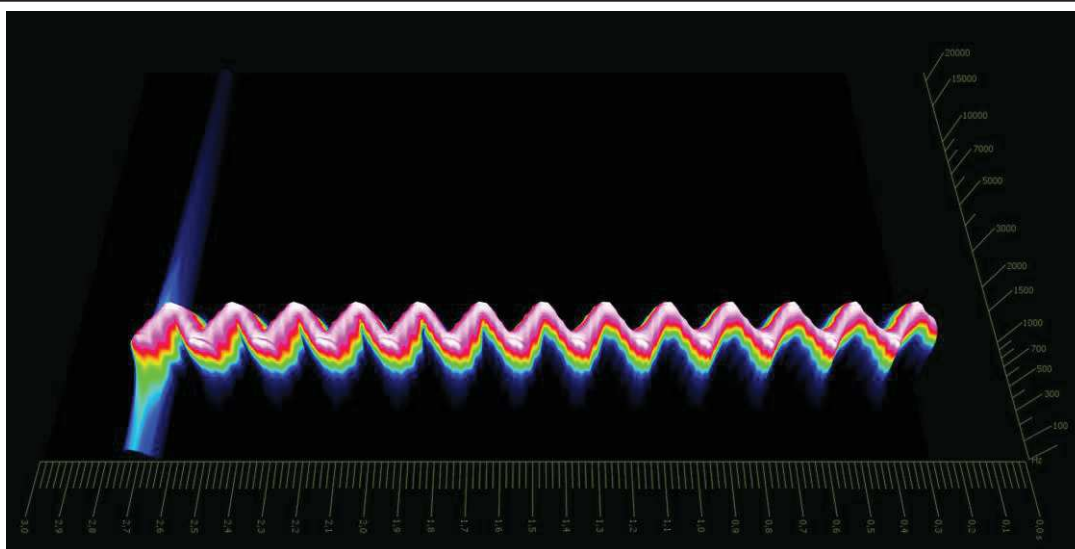


Figura 104. Vista frontal-superior del espectro del archivo Preset4.aif

La siguiente y última muestra de audio denominada Preset7.aif tiene una señal portadora Fibonacci y una moduladora diente de sierra, un índice de armonicidad de 0.825 y un índice de modulación 46.68, además no se define el valor de nota de la señal portadora ya que fueron presionadas cinco notas al azar y al mismo tiempo. En esta oportunidad ya que ambas formas de ondas poseen varios armónicos, los cuales interactúan entre sí, sumado a que por la

modulación en frecuencia se generan nuevos armónicos y son cinco las notas presionadas, un valor de MI medio que probablemente otorgará de amplitud significativa a los sobretonos mayores a cinco, el resultado final auditivamente es un señal de ruido, por ello se puede observar en la figura 105 la gran carga armónica del espectro con un comportamiento aleatorio en la aparición de los componentes lo que es característico del ruido.

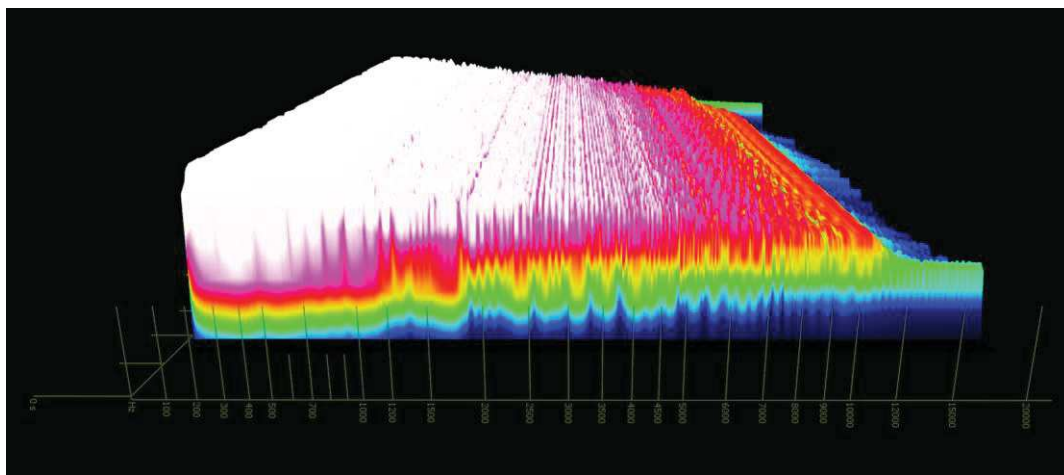


Figura 105. Vista lateral-inferior del espectro del archivo de audio Preset7.aif

4. ANÁLISIS ECONÓMICO

Se presenta un análisis de costos de la investigación haciendo una diferenciación entre un valor calculado y un valor real, esto porque durante la realización de este trabajo, algunos de los rubros no fueron adquiridos sino alquilados o prestados por otras personas y en algunos casos la autora ya los tenía a disposición.

En ambos casos se hace una distinción de los costos directos e indirectos, siendo los directos aquellos que están claramente relacionados a la realización del producto final como puede ser la licencia del entorno de programación. Los costos indirectos también están relacionados con la producción del producto pero su valor puede variar como por ejemplo el consumo de luz eléctrica, agua o teléfono.

3.6. Costos de la investigación

En las tablas 28 a la 30 se presentan los costos directos, indirectos y totales respectivamente.

Tabla 28. Costos directos

Costos Directos				
Detalle	Unidad	Cantidad	Valor Unitario (USD)	Total (USD)
Computador HP Probook 6550b	u	1	580,00	580,00
Computador iMac 7.1	u	1	759,00	759,00
Licencia Max MSP 5.1.9.	u	1	356,25	356,25
Controlador MIDI Mid Air 25	u	1	223,21	223,21
Licencia Pro Tools 10	u	1	624,10	624,10
Licencia <i>plug-in</i> Ozone 5 Advanced	u	1	891,90	891,90
			Subtotal (USD)	3434,46
			IVA (USD)	412,14
			Total (USD)	3846,60

Tabla 29. Costos indirectos

Costos Indirectos				
Servicios Básicos				
Detalle	Unidad	Cantidad	Valor Unitario (USD)	Total (USD)
Consumo eléctrico	kW/h mes	25	3,18	79,50
Conexión a internet	mes	10	24,90	249,00
Subtotal (USD)				328,50
IVA (USD)				39,42
Total (USD)				367,92

Tabla 30. Costos totales

Costo Total	
Costos Directos	3434,46
Costos Indirectos	328,50
Subtotal (USD)	3762,96
IVA (USD)	451,56
Total (USD)	4214,52

A continuación se explicarán los detalles listados en las tablas 28 y 29:

- Computador HP ProBook 6550b, utilizado para la programación del sintetizador, así como la documentación del trabajo realizado.
- Computador iMac 7.1, usado para la evaluación de la programación tanto en la parte de porcentaje de uso del CPU así como el análisis espectral.
- Licencia Max/MSP 5.1.9., entorno de programación fundamental para el desarrollo del sintetizador.
- Controlador MIDI Mid Air 25, utilizado para el manejo del programa a través de esta superficie.
- Licencia Pro Tools 10, *software* de grabación y edición de audio donde las muestras de audio fueron cargadas para su análisis.

- Licencia *plug-in* Ozone 5 Advanced: *plug-in* que para su funcionamiento debe estar alojado en un *software* de audio, en este caso, Pro Tools 10; utilizado para el análisis espectral de las muestras de audio.

- Conexión a internet, usado como fuente de información necesaria para todas las etapas de este proyecto.

3.7. Costos reales de la investigación

Tabla 31. Costos directos reales

Costos Directos Reales				
Detalle	Unidad	Cantidad	Valor Unitario (USD)	Total (USD)
Computador HP Probook 6550b	u	1	580,00	580,00
Licencia Max MSP 5.1.9.	u	1	356,25	356,25
			Subtotal (USD)	936,25
			IVA (USD)	112,35
			Total (USD)	1048,60

Tabla 32. Costos indirectos reales

Costos Indirectos Reales				
Servicios Básicos				
Detalle	Unidad	Cantidad	Valor Unitario (USD)	Total (USD)
Consumo eléctrico	kW/h mes	25	3,18	79,50
Conexión a internet	mes	10	24,90	249,00
			Subtotal (USD)	328,50
			IVA (USD)	39,42
			Total (USD)	367,92

Tabla 33. Costo total real

Costo Total Real	
Costos Directos	936,25
Costos Indirectos	328,50
Subtotal (USD)	1264,75
IVA (USD)	151,77
Total (USD)	1416,52

La inversión realizada para este trabajo ha sido asequible y los beneficios que se podrían obtener del resultado logrado en esta tesis podría ser la comercialización del producto, en cuyo caso debería realizarse un análisis económico de costo / beneficio, no obstante, si se tiene en cuenta el gran crecimiento de ventas que han tenido los *software* de audio en todo el mundo y que solo en el Ecuador desde 2004 a 2009 la industria dedicada a la comercialización, diseño de *software* y sus áreas afines, ha tenido un crecimiento promedio de 23.14% de acuerdo al estudio de mercado realizado por la Asociación Ecuatoriana de *Software* (AESOFT, 2011) la relación entre lo invertido y una posible comercialización del producto apuntan a que el margen de ganancia puede ser positivo.

5. PROYECCIONES

Una de las más importantes mejoras que se puede implementar al programa consiste en el *keyboard tracking* que permitirá al sintetizador tener notas con timbres constantes cuando las frecuencias cambian, esto debido a que el índice de modulación está definido en función de la frecuencia moduladora, de tal forma que cuando esta aumenta, el índice disminuye y por lo tanto el timbre percibido será distinto mientras las notas van cambiando.

Al igual que en el afamado sintetizador DX7 de Yamaha, se puede considerar implementar una programación que utilice diferentes diagramas en bloques de como la señal puede ser procesada y la cantidad de moduladoras que podrían existir, así por ejemplo se podría desarrollar dos o más señales moduladoras y una portadora que se procesan ya sea en serie o paralelo, teniendo en cuenta que las posibilidades son enormes y aquello implica una mayor dificultad en la implementación y el procesamiento de señales en general.

Definir una opción que permita al usuario activar o desactivar el espectro dinámico, es decir, que sea elegible la opción de que el índice de modulación varíe en concordancia con la forma de la envolvente.

Implementar el objeto *keyslider* al programa de tal forma que sea posible utilizarlo en caso de no poseer un teclado MIDI.

Instaurar distintos filtros para un manejo del timbre de la señal distinto al proporcionado por el índice de modulación.

Establecer controles de paneo para cada una de las voces del sintetizador.

Aumentar la cantidad de voces asignables al programa para dotarlo de mayores capacidades polifónicas para mejorar el desempeño del instrumento.

Desarrollar el programa en forma de *plug-in* de tal forma que pueda ser utilizado en varios *software* de audio como Cubase, Logic u otros más.

Diseñar una superficie de control o teclados específicos para el programa, por ejemplo teclados con 11, 10, 9 u 8 teclas para que cada pseudo octava se ajuste perfectamente a cada afinación.

Realizar un trabajo de investigación orientado a evaluar las características del instrumento en aspectos técnicos, musicales e incluso psicoacústicos, similares a los mencionados anteriormente.

6. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

6.1. Conclusiones

A través de la elección de un tipo de síntesis y los elementos necesarios y/o básicos es posible implementar un método de síntesis donde el diseño esté basado en la proporción áurea y la serie de Fibonacci; además, el entorno de programación Max/MSP permitió la implementación de los elementos con su diseño particular y de la síntesis en general, mientras al mismo tiempo dotó de una interfaz gráfica para que el usuario pueda manipular el instrumento junto con una superficie de control MIDI.

El entorno Max/MSP facilitó la comprensión de la programación al trabajar con objetos más que con líneas de programación, de tal forma que resultó más interactivo el aprendizaje del comportamiento de los elementos y el flujo de datos entre ellos.

Las capacidades de Max/MSP de integrar mensajes MIDI en el *patch* permitieron incluir un teclado controlador MIDI para la interacción del usuario con el programa.

La síntesis FM permite obtener resultados espectrales complejos con una programación relativamente factible; se han utilizado solamente dos osciladores y los resultados obtenidos fueron amplios, con formas de ondas desde sinusoidales o puras hasta espectros armónicos complejos como ruido y que en el caso de otros tipos de síntesis, para la obtención de un timbre de este último tipo, implicarían un gran uso de VCO si se tratara de una síntesis aditiva o de gran cantidad de VCF en la síntesis substractiva.

Las formas de ondas utilizadas dotan al sintetizador de diferentes opciones a elegir, entregándole al mismo tiempo mayores capacidades sonoras así como de experimentación que derivan en la posibilidad de obtener mayor cantidad de timbres y efectos sonoros.

El índice de armonicidad modela en cierto grado el espectro de la señal, al definir la frecuencia de la señal moduladora a ser producida y en consecuencia las relaciones armónicas o inarmónicas con los parciales derivados de la modulación por frecuencia, así también, el índice de modulación modela la señal al definir la amplitud significativa de dichos sobretonos, sin embargo, el comportamiento de estos elementos no pueden asemejar el proceder de un filtro ya sea pasa altos, pasa bajos u algún otro, por lo que el sintetizador está limitado en dicho aspecto.

Se conoce que el espectro armónico solo puede ser obtenido cuando el índice de armonicidad es uno, ya que es el único valor entero de los rangos obtenidos en el diseño; esto puede considerarse otra limitación del instrumento ya que probablemente sean varios los timbres que no podrán ser simulados.

Debe tenerse en cuenta que cuando el ADSR no está correctamente configurado se producirán un sonido conocido como *clipping*, esto sucede cuando el punto inicial de la forma de la envolvente (ataque) tiene valores diferentes a 0,0 y el relajamiento en cambio, es igual a cero, es decir, no se ha definido un valor de ataque y/o relajamiento. Por otro lado el ADSR al tener al objeto *function* como parte de su programación puede ser configurado con envolventes más complejas que permiten al sintetizador tener mayores posibilidades de creación de timbres.

De acuerdo a las pruebas realizadas donde se observó que el *CPU utilization* variaba levemente al ejecutar 1 o 5 notas, no se puede asegurar que en el caso de aumentar su polifonía, los procesos computacionales se mantendrán intactos, sin embargo, el sintetizador sin duda alguna podría mejorar su capacidad o desempeño como instrumento musical.

A pesar de que hubiese sido ideal definir requerimientos mínimos del sistema poniendo a prueba al sintetizador en computadores con diferentes capacidades, los aquí indicados para cada sistema operativo se consideran suficientes para un buen desempeño del programa.

Finalmente, como ya se ha señalado anteriormente la afinación dada en el programa está basada en Phi y no en la escala temperada, razón por la cual los resultados son distintos a un sintetizador normal como se ha notado en el análisis de los resultados, sin embargo, estos efectos eran los que se deseaban obtener al proponer a la razón áurea como la base de diseño; los intervalos musicales son distintos para cada tipo de afinación y aunque en algunos casos se asemejan al sistema temperado, jamás logran igualarlo, es así que una conclusión elemental de este aspecto es que las escalas y acordes también comparten este distintivo. Sin embargo, se ha logrado presentar un sistema que mantiene similitudes con el sistema tradicional ya sea por razones técnicas como el uso de un controlador MIDI o musicales tal como la notación musical pero que simultáneamente en cierto punto se aleja de lo convencional; al presentar un diseño diferente se podría tomar por un lado, como un aspecto negativo al argumentar que no es necesario entregar un sistema nuevo ya que eso involucra que el instrumento probablemente no podrá ser incluido en la música o la producción musical de manera tan simple, pero los argumentos a favor señalan que en definitiva, al músico, productor, ingeniero, aficionado, o usuario en general, se le está presentando un nuevo sistema para la experimentación musical, un trabajo que se separa un poco de los cánones vastamente conocidos por la gente, para llevarlos a definir de una forma distinta la expresión de su arte.

6.2. Recomendaciones

En el CD entregado junto con este trabajo de titulación se incluyen las siguientes carpetas como anexos:

- “Cálculos” con las tablas Excel para la afinación, rango y dominio de la envolvente, HR y MI donde se pueden visualizar los cálculos y fórmulas utilizadas para estos elementos.
- “Muestras de audio” con todos los archivos de audio utilizados para el análisis de resultados. Que en caso de desearlo pueden ser examinadas con cualquier analizador de espectro, recordando que en este trabajo se utilizó el *plug in Ozone 5 Advanced* de iZotope.

- Programación, con el *patch* principal denominado Phibonizer.maxpat, los *subpatches* “Forma De Onda.maxpat” y “MINI.maxpat” y varios archivos de texto que son parte de los objetos *coll*.

- Documentos, con los dos artículos académicos de John Chowning que fueron usados en este trabajo y un documento Word denominado “Código” con las líneas de programación del sintetizador.

Para ejecutar el programa se debe abrir el *patch* “Phibonizer.maxpat” preferentemente con Max/MSP 5.1.9., y con una superficie de control MIDI que permitirá manejar los parámetros de ganancia, índice de armonicidad y de modulación con los controladores del 1 al 3 respectivamente. Además para iniciar el audio se puede presionar la barra espaciadora y para apagarlo, la tecla ESC, los números del 1 al 5 para elegir las formas de onda de la portadora y moduladora simultáneamente, en el siguiente orden: sinusoidal, triangular, rectangular, diente de sierra y Fibonacci.

Como recomendación general se puede mencionar que dentro de un plazo de 10 meses de trabajo, las fases de diseño y programación deberían estar finalizadas en máximo 6 meses, de forma que la evaluación se desarrolle entre 3 a 4 meses.

REFERENCIAS

- AESOFT, (2011). *Estudio de Mercado del sector de Software y Hardware en Ecuador*. Recuperado el 30 de Junio de 2013 de http://www.revistalideres.ec/tecnologia/Estudio-mercado-software-hardware-Ecuador_LIDFIL20120620_0001.pdf
- Chen, B. (2000). *Meet Max Mathews, Inventor of First Music App*. Recuperado el 21 de febrero de 2013 de <http://www.wired.com/gadgetlab/2011/01/max-mathews-music/>
- Chowning, J. (1973). *The Synthesis of Complex Audio Spectra by Means of Frequency Modulation*, *J. Audio Eng. Soc.* 7 (21.), 526-534. Recuperado de https://ccrma.stanford.edu/sites/default/files/user/jc/fmsynthesispaperfinal_1.pdf
- Chowning, J. (2008). *Fifty Years of Computer Music: Ideas of the Past Speak to the Future*. Recuperado 4 de febrero de 2013 de https://ccrma.stanford.edu/sites/default/files/user/jc/SpringerPub3_0.pdf
- Cycling '74 (s.f.). *An Alphabetical Listing of all Max Objects*. Recuperado el 11 de Junio de 2013 de http://www.cycling74.com/docs/max5/vignettes/core/max_alphabetical.html
- Cycling '74 (s.f.). *An Alphabetical Listing of all MSP Objects*. Recuperado el 11 de Junio de 2013 de http://www.cycling74.com/docs/max5/vignettes/core/msp_alphabetical.html
- Dunn, D. (1992). *A History of Electronic Music Pioneers*. Recuperado el 8 de Octubre de 2013 de <http://www.daviddunn.com/~david/writings/pioneers.pdf>

- Everest, A. (2001). *The Master Handbook of Acoustics* [Versión Digital PDF] (4a. ed.). Estados Unidos: McGraw-Hill.
- Howat, R. (1989). *Debussy in proportion: A musical analysis*. Nueva York: Press Syndicate of the University of Cambridge . Recuperado el 9 de marzo de 2013 de http://books.google.com.ec/books?id=O2U65rfH1NQC&printsec=frontcover&hl=es&source=gbs_ge_summary_r&cad=0#v=onepage&q&f=false
- Jenkins, M. (2006). *Analog Synthesizers: Understanding, Performing, Buying-- From the Legacy of Moog to Software Synthesis* (1a. ed.). Gran Bretaña: Focal Press.
- Langarita, I. (s.f.). *El número de oro*. Recuperado el 26 de febrero de 2013 de <http://rt000z8y.eresmas.net/EI%20numero%20de%20oro.htm>
- Larson, P. (1978). *The golden section in the earliest notated western music. The Fibonacci Quarterly*. 16 (6.), 513-515. Recuperado de <http://www.fq.math.ca/Scanned/16-6/larson.pdf>
- Lendvai, E. (1979). *Béla Bartók an analysis of his music*. Gran Bretaña: Kahn & Averill.
- Manning, P. (2004). *Electronic and computer music* [Versión Digital PDF] (Edición revisada y ampliada). Nueva York, Estados Unidos: Oxford University Press.
- Miyara, F. (2004). *Acústica y Sistemas de Sonido* (4a. ed.). Rosario, Argentina: Universidad Nacional de Rosario.
- Pohlman, K. (2002). *Principios de Audio Digital* [Versión Digital PDF] (4a. ed.). Madrid, España: McGraw- Hill.
- Reid, G. (2000). *Synth Secrets, Part 11: Amplitude Modulation*. Recuperado el 21 de febrero de 2013 de <http://www.soundonsound.com/sos/mar00/articles/synthsecrets.htm>

- Reid, G. (2000). *Synth Secrets, Part 12: An Introduction To Frequency Modulation*. Recuperado el 23 de octubre de 2012 de <http://www.soundonsound.com/sos/apr00/articles/synthsecrets.htm>
- Reid, G. (2000). *Synth Secrets, Part 12: An Introduction To Frequency Modulation*. Recuperado el 21 de febrero de 2013 de <http://www.soundonsound.com/sos/apr00/articles/synthsecrets.htm>
- Reid, G. (2000). *Synth Secrets, Part 13: More On Frequency Modulation*. Recuperado el 22 de febrero de 2013 de <http://www.soundonsound.com/sos/may00/articles/synth.htm>
- Reid, G. (2000). *Synth Secrets, Part 14: An Introduction To Additive Synthesis*. Recuperado el 11 de febrero de 2013 de <http://www.soundonsound.com/sos/jun00/articles/synthsec.htm>
- Roads, C. (1996). *The Computer Music Tutorial* [Versión Digital PDF] (1a. ed.). Estados Unidos: Massachusetts Institute of Technology.
- Russ, M. (2004). *Sound Synthesis and Sampling* [Versión Digital PDF] (2a. ed.). Meppel, Países Bajos: Focal Press.
- Smith, S. (1999). *The Scientist and Engineer's Guide to Digital Signal Processing*. [Versión Digital PDF] (2a. ed.). Estados Unidos: California Technical Publishing.

ANEXOS

Anexo 1. Glosario

.txt: extensión de un archivo de texto simple.

°C: abreviación de grados centígrados.

AES: *Audio Engineering Society* o Sociedad de Ingeniería de Audio.

Aliasing: efecto producido por el submuestreo de una señal análoga que no permite reproducir fielmente el espectro de un sonido.

AM: abreviación de modulación de amplitud.

Bang: mensaje del entorno de programación Max/MSP que gatillea la función específica de un objeto.

Bobina: componente eléctrico que acumula energía en un campo magnético.

BPF: abreviación de *Band Pass Filter* o filtro pasa banda, elemento que permite el paso de un rango o banda de frecuencias.

Cent: equivalente a la centésima parte de un semitono, es la unidad mínima de medición de un intervalo musical.

Circuito integrado: o chip, consiste en una placa delgada de semiconductor que posee muchos elementos electrónicos interconectados para realizar una función específica.

Clipping: distorsión de la forma de onda de una señal cuando esta sobrepasa su valor máximo de salida.

Código ASCII: *American Standard Code for Information Interchange* o Código Estándar Estadounidense para el Intercambio de Información, conjunto de números donde cada uno representa un carácter.

Controlador MIDI: dispositivo que transmite mensajes MIDI hacia un dispositivo externo, los más populares emulan a un instrumento musical pero dotándolo de otras características como filtros, envolventes, etc.

DC Offset: señal en el eje inicial que no coincide con el valor cero del eje.

Dominante: Quinto grado musical de una escala musical.

DSP: abreviación de *Digital Signal Processing* o procesamiento digital de señales.

FM: abreviación de modulación de frecuencia

Forte fortissimo: notación musical usada para indicar que la intensidad del sonido a ser ejecutado debe ser muy fuerte.

Frecuencia de aliasing: frecuencias producidas debido al *aliasing* donde las frecuencias originales cambiarán su valor por efecto del submuestreo.

Función de Bessel: son soluciones a la ecuación diferencial de Bessel.

Glissando: efecto sonoro donde se escucha un cambio desde un sonido agudo a un grave, haciendo que la mayor cantidad posible de sonidos intermedios sean escuchados.

HPF: abreviación de *High Pass Filter* o filtro pasa altos, elemento que permite el paso de altas frecuencias.

HR: abreviatura de *Harmonicity Ratio* o razón de armonicidad.

Hz: abreviación de Hertz, unidad de medida de la frecuencia.

I/O Vector Size: opción de la ventana *DSP Status* de Max/MSP que controla la cantidad de muestras que se transmiten simultáneamente desde y hacia una interfaz, reduciendo o aumentando la latencia.

In Audio Interrupt: opción de la ventana *DSP Status* de Max/MSP que al activarse mejora la sincronización de los eventos de audio gatillados desde una entrada MIDI externa.

Knob: perilla.

Kyrie eleison: expresión griega que significa ¡Señor, ten piedad!, es además un tipo de canto gregoriano.

Liber Usualis: colección de cantos gregorianos usados por la Iglesia Católica.

LPF: *Low Pass Filter* o filtro pasa bajos, elemento que permite el paso solo de frecuencias bajas.

Memoria RAM: memoria de acceso aleatorio donde se almacenan las instrucciones ejecutadas por las distintas unidades del ordenador.

MI: Abreviatura de *Modulation index* o índice de modulación.

MIDI: *Musical Instrument Digital Interface* o Interfaz Digital de Instrumentos Musicales, es un protocolo de comunicación entre instrumentos musicales electrónicos, computadores, entre otros.

Monofonía: relativo a capacidad de ejecución de una sola nota.

Notch: filtro rechaza banda, elemento que rechaza un rango o banda de frecuencias.

Note Off: mensaje MIDI de nota apagada.

Note On: mensaje MIDI de nota encendida.

Osciloscopio: instrumento de medición que indica la el comportamiento de una de una señal (forma de onda) a través del tiempo.

Pascales: unidad de medida de presión.

Peaking: tipo de filtro que permite elegir el valor de ganancia y de la frecuencia central de una banda de frecuencias que será atenuada o acentuada.

Piano pianissimo: notación musical usada para indicar que la intensidad del sonido a ser ejecutado debe ser muy débil.

Pitch: o timbre usado para definir la percepción de altura de un sonido.

Plug-in: un componente que funciona a través de un *software*.

Polifonía: relativo a la capacidad de ejecución de dos o más notas.

Portamento: cambio continuo de un sonido hacia otro más grave o agudo.

Pulgada: medida de longitud equivalente a 2.54 centímetros.

Rack: estante.

Re exposición: la repetición de una sección de un tema musical, generalmente aquella que posee la tonalidad principal.

Release: relajamiento.

Rondó: forma musical donde un tema es repetido constantemente.

Sample: muestra de audio.

Sampling Rate: frecuencia de muestreo,

Semitono: división en dos de un intervalo musical o la doceava fracción de una octava.

Shelving: tipo de filtro que aplica una ganancia igual a un rango de frecuencia específico.

Signal Vector Size: opción de la ventana *DSP Status* de Max/MSP determina la cantidad de muestras calculadas por cada objeto MSP.

Slider: control deslizante.

Software: en computación se refiere a un programa o aplicación que realiza un trabajo específico.

Time stretching: proceso que permite cambiar de la duración de un audio sin afectar su timbre.

Tónica: primera nota de una escala musical y que precisa la tonalidad de un acorde.

Transistor: elemento electrónico semiconductor que amplifica o conmuta una señal.

Válvula al vacío: elemento electrónico que modifica, amplifica o conmuta una señal.

Vector Optimization: opción de la ventana *DSP Status* de Max/MSP. Aplicado a computadoras *PowerPC* permite que mediante una instrucción se procesen cuatro muestras.

Velocity: referente al protocolo MIDI es el valor entre 0 y 127 que indica la intensidad con que una nota ha sido ejecutada.

Vértice: punto donde intersecan dos rectas y forman un ángulo.

μPascuales: micro Pascales, es una unidad de medida de presión.

Anexo 2. Tabla de HR

12	11	10	9	8
0,002	0,004	0,002	0,001	0,001
0,002	0,004	0,002	0,001	0,001
0,003	0,004	0,003	0,001	0,001
0,003	0,005	0,003	0,001	0,001
0,003	0,005	0,003	0,001	0,001
0,003	0,005	0,003	0,002	0,001
0,003	0,005	0,003	0,002	0,001
0,003	0,005	0,003	0,002	0,001
0,003	0,006	0,003	0,002	0,001
0,004	0,006	0,004	0,002	0,001
0,004	0,006	0,004	0,002	0,001
0,004	0,007	0,004	0,002	0,001
0,004	0,007	0,004	0,002	0,001
0,004	0,007	0,004	0,002	0,001
0,004	0,007	0,004	0,002	0,001
0,005	0,007	0,005	0,003	0,001
0,005	0,008	0,005	0,003	0,001
0,005	0,008	0,005	0,003	0,001
0,005	0,008	0,005	0,003	0,001
0,006	0,009	0,006	0,003	0,002
0,006	0,009	0,006	0,003	0,002
0,006	0,010	0,006	0,003	0,002
0,006	0,010	0,006	0,004	0,002
0,007	0,011	0,007	0,004	0,002
0,007	0,011	0,007	0,004	0,002
0,007	0,012	0,007	0,004	0,002
0,008	0,012	0,008	0,005	0,002
0,008	0,013	0,008	0,005	0,002
0,009	0,013	0,009	0,005	0,003
0,009	0,014	0,009	0,005	0,003
0,009	0,014	0,009	0,006	0,003
0,010	0,015	0,010	0,006	0,003
0,010	0,016	0,010	0,006	0,003
0,011	0,016	0,011	0,007	0,004
0,011	0,017	0,011	0,007	0,004
0,012	0,018	0,012	0,007	0,004
0,013	0,019	0,013	0,008	0,004
0,013	0,020	0,013	0,008	0,004
0,014	0,020	0,014	0,009	0,005
0,014	0,021	0,014	0,009	0,005
0,015	0,022	0,015	0,010	0,005

Anexo 2. Continuación

0,016	0,023	0,016	0,010	0,006
0,017	0,024	0,017	0,011	0,006
0,018	0,025	0,018	0,011	0,006
0,018	0,026	0,018	0,012	0,007
0,019	0,028	0,019	0,012	0,007
0,020	0,029	0,020	0,013	0,008
0,021	0,030	0,021	0,014	0,008
0,022	0,032	0,022	0,015	0,009
0,023	0,033	0,023	0,015	0,009
0,025	0,034	0,025	0,016	0,010
0,026	0,036	0,026	0,017	0,010
0,027	0,038	0,027	0,018	0,011
0,028	0,039	0,028	0,019	0,012
0,030	0,041	0,030	0,020	0,012
0,031	0,043	0,031	0,021	0,013
0,033	0,045	0,033	0,022	0,014
0,034	0,047	0,034	0,024	0,015
0,036	0,049	0,036	0,025	0,016
0,038	0,051	0,038	0,026	0,017
0,040	0,053	0,040	0,028	0,018
0,042	0,056	0,042	0,029	0,019
0,044	0,058	0,044	0,031	0,020
0,046	0,061	0,046	0,033	0,021
0,048	0,064	0,048	0,034	0,023
0,051	0,066	0,051	0,036	0,024
0,053	0,069	0,053	0,038	0,025
0,056	0,072	0,056	0,040	0,027
0,058	0,076	0,058	0,043	0,029
0,061	0,079	0,061	0,045	0,031
0,064	0,083	0,064	0,047	0,032
0,068	0,086	0,068	0,050	0,034
0,071	0,090	0,071	0,053	0,037
0,074	0,094	0,074	0,056	0,039
0,078	0,098	0,078	0,059	0,041
0,082	0,103	0,082	0,062	0,044
0,086	0,107	0,086	0,065	0,047
0,090	0,112	0,090	0,069	0,049
0,095	0,117	0,095	0,073	0,052
0,099	0,122	0,099	0,077	0,056
0,104	0,128	0,104	0,081	0,059
0,109	0,134	0,109	0,085	0,063

Anexo 2. Continuación

0,115	0,140	0,115	0,090	0,067
0,120	0,146	0,120	0,095	0,071
0,126	0,152	0,126	0,100	0,075
0,133	0,159	0,133	0,106	0,080
0,139	0,166	0,139	0,112	0,085
0,146	0,174	0,146	0,118	0,090
0,153	0,182	0,153	0,124	0,096
0,161	0,190	0,161	0,131	0,102
0,169	0,198	0,169	0,138	0,108
0,177	0,207	0,177	0,146	0,115
0,186	0,216	0,186	0,154	0,122
0,195	0,226	0,195	0,162	0,129
0,204	0,236	0,204	0,171	0,137
0,214	0,247	0,214	0,181	0,146
0,225	0,258	0,225	0,191	0,155
0,236	0,269	0,236	0,201	0,165
0,248	0,281	0,248	0,212	0,175
0,260	0,294	0,260	0,224	0,186
0,273	0,307	0,273	0,236	0,197
0,286	0,321	0,286	0,249	0,209
0,300	0,335	0,300	0,263	0,222
0,315	0,350	0,315	0,277	0,236
0,331	0,366	0,331	0,292	0,251
0,347	0,382	0,347	0,308	0,266
0,364	0,399	0,364	0,325	0,283
0,382	0,417	0,382	0,343	0,300
0,401	0,436	0,401	0,362	0,319
0,421	0,455	0,421	0,382	0,339
0,441	0,475	0,441	0,403	0,360
0,463	0,497	0,463	0,425	0,382
0,486	0,519	0,486	0,448	0,406
0,510	0,542	0,510	0,473	0,431
0,535	0,566	0,535	0,499	0,458
0,561	0,592	0,561	0,526	0,486
0,589	0,618	0,589	0,555	0,516
0,618	0,646	0,618	0,586	0,548
0,649	0,675	0,649	0,618	0,582
0,680	0,705	0,680	0,652	0,618
0,714	0,736	0,714	0,688	0,656
0,749	0,769	0,749	0,726	0,697
0,786	0,804	0,786	0,765	0,740

Anexo 2. Continuación

0,825	0,839	0,825	0,807	0,786
0,866	0,877	0,866	0,852	0,835
0,908	0,916	0,908	0,899	0,887
0,953	0,957	0,953	0,948	0,942
1,000	1,000	1,000	1,000	1,000
1,041	1,045	1,049	1,055	1,062
1,084	1,091	1,101	1,113	1,128
1,128	1,140	1,155	1,174	1,198
1,174	1,191	1,212	1,238	1,272
1,222	1,244	1,272	1,306	1,351
1,272	1,300	1,335	1,378	1,435
1,324	1,358	1,401	1,454	1,524
1,378	1,419	1,470	1,534	1,618
1,435	1,482	1,542	1,618	1,718
1,493	1,549	1,618	1,707	1,825
1,554	1,618	1,698	1,801	1,938
1,618	1,690	1,781	1,900	2,058
1,684	1,766	1,869	2,004	2,186
1,753	1,845	1,961	2,114	2,321
1,825	1,927	2,058	2,230	2,465
1,900	2,014	2,160	2,353	2,618
1,977	2,104	2,266	2,482	2,780
2,058	2,198	2,378	2,618	2,953
2,142	2,296	2,495	2,762	3,136
2,230	2,399	2,618	2,914	3,330
2,321	2,506	2,747	3,074	3,537
2,416	2,618	2,883	3,242	3,756
2,515	2,735	3,025	3,420	3,989
2,618	2,857	3,174	3,608	4,236
2,725	2,985	3,330	3,806	4,499
2,837	3,119	3,494	4,016	4,778
2,953	3,258	3,667	4,236	5,074
3,074	3,404	3,847	4,469	5,388
3,199	3,556	4,037	4,714	5,722
3,330	3,715	4,236	4,973	6,077
3,466	3,881	4,445	5,246	6,454
3,608	4,055	4,664	5,534	6,854
3,756	4,236	4,894	5,838	7,279
3,910	4,425	5,135	6,159	7,730
4,070	4,623	5,388	6,497	8,210
4,236	4,830	5,654	6,854	8,719

Anexo 2. Continuación

4,409	5,046	5,933	7,231	9,259
4,590	5,272	6,225	7,628	9,833
4,778	5,508	6,532	8,047	10,443
4,973	5,754	6,854	8,489	11,090
5,177	6,011	7,192	8,955	11,778
5,388	6,280	7,547	9,447	12,508
5,609	6,561	7,919	9,965	13,283
5,838	6,854	8,309	10,513	14,107
6,077	7,161	8,719	11,090	14,982
6,326	7,481	9,148	11,699	15,910
6,585	7,815	9,599	12,342	16,897
6,854	8,165	10,073	13,020	17,944
7,135	8,530	10,569	13,735	19,057
7,426	8,911	11,090	14,489	20,238
7,730	9,310	11,637	15,285	21,493
8,047	9,726	12,211	16,124	22,825
8,376	10,161	12,813	17,010	24,241
8,719	10,615	13,444	17,944	25,743
9,075	11,090	14,107	18,930	27,339
9,447	11,586	14,802	19,970	29,034
9,833	12,104	15,532	21,066	30,835
10,235	12,645	16,298	22,223	32,746
10,654	13,211	17,101	23,444	34,776
11,090	13,802	17,944	24,732	36,932
11,544	14,419	18,829	26,090	39,222
12,016	15,064	19,757	27,523	41,654
12,508	15,737	20,731	29,034	44,236
13,020	16,441	21,753	30,629	46,979
13,552	17,176	22,825	32,311	49,891
14,107	17,944	23,951	34,086	52,984
14,684	18,747	25,131	35,958	56,269
15,285	19,585	26,370	37,933	59,758
15,910	20,461	27,670	40,016	63,463
16,561	21,376	29,034	42,214	67,397
17,239	22,332	30,466	44,533	71,576
17,944	23,330	31,968	46,979	76,013
18,678	24,374	33,544	49,559	80,726
19,443	25,463	35,197	52,281	85,731
20,238	26,602	36,932	55,152	91,046
21,066	27,792	38,753	58,181	96,690
21,928	29,034	40,664	61,377	102,685

Anexo 2. Continuación

22,825	30,333	42,668	64,748	109,051
23,759	31,689	44,772	68,304	115,812
24,732	33,106	46,979	72,056	122,992
25,743	34,587	49,295	76,013	130,617
26,797	36,133	51,725	80,188	138,715
27,893	37,749	54,275	84,592	147,315
29,034	39,437	56,950	89,238	156,448
30,222	41,201	59,758	94,140	166,147
31,459	43,043	62,704	99,310	176,448
32,746	44,968	65,795	104,764	187,387
34,086	46,979	69,038	110,518	199,005
35,481	49,079	72,442	116,588	211,343
36,932	51,274	76,013	122,992	224,446
38,444	53,567	79,760	129,747	238,361
40,016	55,962	83,692	136,873	253,138
41,654	58,465	87,818	144,391	268,832
43,358	61,079	92,148	152,321	285,499
45,132	63,811	96,690	160,687	303,199
46,979	66,664	101,457	169,512	321,997
48,901	69,645	106,458	178,823	341,960
50,902	72,760	111,707	188,644	363,160
52,984	76,013	117,214	199,005	385,675
55,152	79,412	122,992	209,935	409,586
57,409	82,963	129,055	221,465	434,980
59,758	86,673	135,417	233,629	461,947
62,203	90,549	142,093	246,461	490,587
64,748	94,598	149,098	259,997	521,002
67,397	98,828	156,448	274,277	553,303
70,155	103,248	164,161	289,341	587,606
73,025	107,865	172,253	305,233	624,036
76,013	112,688	180,745	321,997	662,725
79,123	117,727	189,655	339,682	703,812
82,361	122,992	199,005	358,338	747,446
85,731	128,492	208,816	378,020	793,786
89,238	134,238	219,110	398,782	842,999
92,890	140,240	229,911	420,684	895,263
96,690	146,512	241,245	443,789	950,767
100,646	153,063	253,138	468,164	1009,712
104,764	159,908	265,617	493,877	1072,311
109,051	167,058	278,712	521,002	1138,792
113,513	174,529	292,452	549,617	1209,394

Anexo 2. Continuación

118,157	182,333	306,869	579,804	1284,373
122,992	190,487	321,997	611,648	1364,001
128,024	199,005	337,871	645,242	1448,565
133,262	207,904	354,527	680,681	1538,373
138,715	217,201	372,004	718,066	1633,748
144,391	226,914	390,343	757,505	1735,036
150,298	237,061	409,586	799,109	1842,603
156,448	247,661	429,778	842,999	1956,840