



FACULTAD DE INGENIERÍA Y CIENCIAS AGROPECUARIAS

DISEÑO DE UN SISTEMA PROTOTIPO PARA EL ANÁLISIS DE RUIDO Y
VIBRACIONES CON FINES DIDÁCTICOS

Trabajo de Titulación presentado en conformidad con los requisitos establecidos
para optar por el título de Ingeniero de Sonido y Acústica

Profesor Guía
MSc. PhD. Carlos Jurado Orellana

Autor
Janio Amable Allauca Campos

Año
2015

DECLARACIÓN DEL PROFESOR GUÍA

“Declaro haber dirigido este trabajo a través de reuniones periódicas con el estudiante, orientando sus conocimientos y competencias para un eficiente desarrollo del tema escogido y dando cumplimiento a todas las disposiciones vigentes que regulan los Trabajos de Titulación”

Carlos Jurado Orellana

MSc. PhD. Ingeniero Acústico
C.C.542886-6

DECLARACIÓN DE AUTORÍA DEL ESTUDIANTE

“Declaro que este trabajo es original, de mi autoría, que se han citado las fuentes correspondientes y que en su ejecución se respetaron las disposiciones legales que protegen los derechos de autor vigentes.”

Janio Amable Allauca Campos

C.C.171884249-3

AGRADECIMIENTOS

A mis abuelas por su desinteresado amor.

AjavithStefania, por todo tu respaldo,
tiempo y entrega.

A mi familia por ser un pilar fundamental.

A todos mis amigos que han estado siempre
presentes en mi camino.

A todos quienes forman parte de la
identidad Mal Común.

DEDICATORIA

A la memoria de Amable Francisco Allauca.

A mi madre por ser el corazón de mi vida.

A la música por haberme salvado la vida.

RESUMEN

Este proyecto trata de la implementación de un prototipo didáctico de análisis de vibraciones y ruido. Para esto se utilizó un motor al cual podemos variar la frecuencia de rotación y de este modo producir una fuerza armónicamente variable.

El desarrollo consiste en someter a pruebas de deflexión estática por carga a resortes de manufactura local y probar si el sistema se puede modelar y predecir con los modelos teóricos que se aplicaron. El modelo consiste en un sistema armónicamente forzado de un grado de libertad.

Los resultados obtenidos nos ayudarán a concluir si los resortes son confiables en condiciones similares a las de las pruebas, esto puede ser un antecedente a tomar en cuenta en el futuro desarrollo de una industria de control de vibraciones local.

La instrumentación disponible para la toma de datos y mediciones del prototipo son el vibrómetro CESVA VC431 y el acelerómetro CESVA AC032. El equipo tiene 1[Hz] de frecuencia de muestreo lo cual no permite analizar el sistema en respuesta libre, es decir, sin la fuerza externa aplicada.

ABSTRACT

This graduation project's main objective is to build a small mechanical didactic prototype in order to help understand and demonstrate main theory behind mechanical vibrations, and it's acoustic implications.

The experimentation consist of testing, with a variable velocity electrical motor, if resonance frequencies can be accurately predicted by the applied theory; evaluate methods to decrease oscillation amplitude; and to perform a comparison between acceleration levels of the system and on the base below it, to measure transmissibility.

Results are used to compare and discuss how well the analytical formulas applied can predict experimental results measured on the prototype.

ÍNDICE

INTRODUCCIÓN	1
1. MARCO TEÓRICO.....	5
1.1 Conceptos básicos de acústica.....	5
1.1.1 Acústica.....	5
1.1.2 Sonido.....	5
1.1.2.1 Velocidad del sonido (c).....	6
1.1.2.2 Longitud de onda (λ).....	6
1.1.2.3 Frecuencia.....	7
1.1.2.5 La amplitud.....	7
1.1.2.6 Envolvente.....	9
1.1.2.7 El timbre.....	9
1.1.2.8 Espectro del sonido.....	9
1.1.3 Niveles de medida.....	10
1.1.3.1 Nivel de presión sonora.....	11
1.1.3.2 Nivel de intensidad sonora.....	11
1.1.3.3 Nivel de potencia sonora.....	13
1.1.3.4 Suma de Niveles.....	13
1.1.4 Propagación del sonido al aire libre.....	14
1.1.4.1 Directividad (Q).....	15
1.2 Efectos del ruido y vibraciones sobre el hombre.....	17
1.3 Instrumentos de medición.....	20
1.3.1 Sonómetros.....	20
1.3.2 El micrófono.....	22
1.3.2.1 Micrófonos de incidencia aleatoria.....	23
1.3.2.2 Micrófonos de campo libre.....	23
1.3.2.3 Micrófonos de presión.....	23
1.3.2.4 Micrófonos capacitivos.....	24
1.3.2.5 Micrófonos de electret.....	25
1.3.2.6 Micrófonos electrodinámicos.....	25
1.3.2.7 Micrófonos piezoeléctricos.....	26
1.3.3 Dosímetros.....	27

1.3.4 Vibrómetros.	27
1.3.4.1 Sensores de vibraciones.	28
1.3.4.1.1 Transductor electromagnético.	28
1.3.4.1.2 Transductor piezoeléctrico.	28
1.3.4.1.3 Transductor capacitivo.	30
1.3.4.1.4 Transductor inductivo.	30
1.4 Vibraciones.	31
1.4.1 Vibración libre sin amortiguamiento.	31
1.4.1.1 Frecuencia natural de vigas y barras en volado.	37
1.4.1.1.1 Caso 1: Viga en volado con una carga en el extremo.	37
1.4.1.1.2 Caso2: Viga en volado con carga en cualquier punto de la viga.	38
1.4.2 Vibración libre con amortiguamiento.	39
1.4.2.1 Caso 1. Amortiguamiento Crítico.	43
1.4.2.2 Caso2: Sobre-amortiguamiento.	44
1.4.2.3 Caso 3: Subamortiguamiento.	45
1.4.2.4 Decaimiento Logarítmico (δ).	48
1.4.3 Vibración Forzada sin amortiguación.	50
1.4.3.1 si $0 < (w/w_0) < 1$	51
1.4.3.2 si $(w/w_0) > 1$	52
1.4.3.3 si $(w/w_0) = 1$	52
1.4.3.3.1 Resonancia.	52
1.4.4 Vibración forzada con amortiguamiento.	53
1.4.5 Vibración causada por el funcionamiento de máquinas desbalanceadas.	56
1.4.5.1 Tipos de desbalanceo.	56
1.4.5.2 Niveles de vibración de maquinarias.	58
1.4.6 Descriptores de Aislamiento.	58
1.4.6.1 Transmisibilidad.	59
1.4.6.2 VIE (Vibration Isolation Efficiency).	63
1.4.6.3 Vibración transmitida desde la base.	63
1.4.6.3.1 Transmisibilidad de desplazamiento (T_d).	64

2. METODOLOGÍA.....	67
2.1 Diseño del prototipo.....	67
2.1.1 Primer diseño.....	67
2.1.2 Segundo diseño.....	72
3. RESULTADOS.....	77
3.1 Amplitud de aceleración vs. Frecuencia de rotación.....	77
3.2 Resultados y niveles de aceleración para cada resorte.....	82
3.3 Incremento de masa en el sistema.....	87
3.4 Desplazamiento el centro de masa del sistema.....	89
3.5 Análisis de ruido.....	91
3.6 Fines didácticos del proyecto.....	94
3.6.1 Medición realizada por los estudiantes de la asignatura de control de vibraciones.....	94
3.6.2 Guía de laboratorio para la asignatura de control de vibraciones.....	94
4. ANÁLISIS ECONÓMICO.....	95
4.1 Costo nominal de la investigación.....	95
4.2 Costo real de la investigación.....	96
5. PROYECCIONES.....	98
6. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES.....	99
6.1 Conclusiones.....	99
6.2 Recomendaciones.....	101
REFERENCIAS.....	102
ANEXOS.....	104

ÍNDICE DE FIGURAS

<i>Figura 1.</i> Compresión de las partículas de aire Tomado de www.angelfire.com , 2013	5
<i>Figura 2.</i> Variación del aumento de la presión Tomado de www.psicologiapercepcion.com	8
<i>Figura 3.</i> Envoltorio de la forma de onda Tomado de www.proaudio.com.es , 2014	9
<i>Figura 4.</i> Curvas de Fletcher y Munson Tomado de www.fceia.unr.edu.ar , 2000	10
<i>Figura 5.</i> Ejemplos de valores Q de directividad Tomado de www.hispasonic.com , 2014	16
<i>Figura 6.</i> Esquema básico de un sonómetro Tomado de www.webs.uvigo.es	21
<i>Figura 7.</i> Diseño típico de micrófono para mediciones acústicas Tomado de www.pasionsonora.com , 2014	22
<i>Figura 8.</i> Esquema básico de un micrófono capacitivo.	24
<i>Figura 9.</i> Esquema básico de un micrófono de electret Tomado de www.info-ab.uclm.es	25
<i>Figura 10.</i> Esquema básico de un micrófono electrodinámico Tomado de www.info-ab.uclm.es	26
<i>Figura 11.</i> Esquema básico de un micrófono piezoeléctrico Tomado de www.info-ab.uclm.es	27
<i>Figura 12.</i> Esquema básico de un acelerómetro piezoeléctrico Tomado de www.sinais.es , 2014	29
<i>Figura 13.</i> Sistema masa-resorte	31
<i>Figura 14.</i> Viga en volado con carga en el extremo	37
<i>Figura 15.</i> Viga en volado con carga en cualquier punto de la viga	38
<i>Figura 16.</i> Sistema del oscilador simple con amortiguamiento.....	39
<i>Figura 17.</i> Respuesta de sistemas oscilatorios con amortiguamiento Tomado de laplace.us.es , 2010	44
<i>Figura 18.</i> Análisis de números complejos en forma cartesiana	47
<i>Figura 19.</i> Disminución de amplitud en un sistema amortiguado Tomado de www.atcp.com.br , 2014	48
<i>Figura 20.</i> Sistema armónicamente forzado.....	50
<i>Figura 21.</i> Amplitud del sistema en función de (w/w_0) Tomado de www.laplace.us.es , 2014	53
<i>Figura 22.</i> Sistema armónicamente forzado con amortiguamiento.	53
<i>Figura 23.</i> Análisis de números complejos en forma cartesiana	54
<i>Figura 24.</i> Sistema con masa desbalanceada	56
<i>Figura 25.</i> Análisis de números complejos en forma cartesiana	60
<i>Figura 26.</i> Transmisibilidad en función de la velocidad angular del sistema Tomado de www.forums.audioholics.com , 2014	62
<i>Figura 27.</i> Sistema con desplazamiento en la base	64

<i>Figura 28.</i> Análisis de números complejos en forma cartesiana	65
<i>Figura 29.</i> Deflexión estática del prototipo	69
<i>Figura 30.</i> Distribución de ejes y resortes del prototipo, Corte Lateral.....	77
<i>Figura 31.</i> Distribución de ejes y resortes del prototipo, Corte Cenital.....	77
<i>Figura 32.</i> Niveles de aceleración en la base de la maquinaria a varias frecuencias de rotación.	78
<i>Figura 33.</i> Niveles de aceleración en la base de la maquinaria a varias frecuencias de rotación.	78
<i>Figura 34.</i> Aceleración del prototipo en los 3 ejes.....	80
<i>Figura 35.</i> Aceleración del prototipo en los 3 ejes.....	80
<i>Figura 36.</i> Desplazamiento del prototipo en los 3 ejes.....	81
<i>Figura 37.</i> Desplazamiento del prototipo en los 3 ejes.....	81
<i>Figura 38.</i> Niveles de aceleración para el resorte en la posición 1	83
<i>Figura 39.</i> Niveles de aceleración para el resorte en la posición 2	83
<i>Figura 40.</i> Niveles de aceleración para el resorte en la posición 3	84
<i>Figura 41.</i> Niveles de aceleración para el resorte en la posición 4	84
<i>Figura 42.</i> Niveles de aceleración en el eje “x” en el resorte 1	85
<i>Figura 43.</i> Niveles de aceleración en el eje “x” en el resorte 2.....	86
<i>Figura 44.</i> Niveles de aceleración en el eje “x” en el resorte 3.....	86
<i>Figura 45.</i> Niveles de aceleración en el eje “x” en el resorte 4.....	87
<i>Figura 46.</i> Niveles de aceleración media transmitida al suelo.....	89
<i>Figura 47.</i> Aceleración medida a nivel de la cimentación con el centro de gravedad fuera de lugar	90
<i>Figura 48.</i> Aceleración media medida a nivel de la cimentación con el centro de masa fuera de sitio en los tres ejes	91
<i>Figura 49.</i> Niveles de potencia sonora obtenidos a partir de las fórmulas de Bolt-Beraneck.....	92
<i>Figura 50.</i> Niveles de presión sonora obtenidos en una medición con la maquinaria en funcionamiento a 407 [rpm].	93
<i>Figura 51.</i> Desplazamiento del sistema amortiguado en el tiempo.	2
<i>Figura 52.</i> Velocidad del sistema amortiguado en el tiempo.	3
<i>Figura 53.</i> Aceleración del sistema amortiguado en el tiempo.	3

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 1. Niveles de vibración que pueden ser asociados como referencia para evaluar la severidad de vibración.....	58
Tabla 2. Constante K.....	92
Tabla 3. Datos económicos relacionados a la manufacturación del prototipo de análisis de vibraciones	95
Tabla 4. Datos del costo real de la elaboración del proyecto	96

ÍNDICE DE ECUACIONES

(Ecuación 1)	6
(Ecuación 2)	7
(Ecuación 3)	7
(Ecuación 4)	8
(Ecuación 5)	11
(Ecuación 6)	12
(Ecuación 7)	12
(Ecuación 8)	13
(Ecuación 9)	14
(Ecuación 10)	16
(Ecuación 11)	16
(Ecuación 12)	17
(Ecuación 13)	32
(Ecuación 14)	33
(Ecuación 15)	33
(Ecuación 16)	34
(Ecuación 17)	36
(Ecuación 18)	38
(Ecuación 19)	39
(Ecuación 20)	40
(Ecuación 21)	40
(Ecuación 22)	41
(Ecuación 23)	42
(Ecuación 24)	43
(Ecuación 25)	45
(Ecuación 26)	46
(Ecuación 27)	46
(Ecuación 28)	47
(Ecuación 29)	48
(Ecuación 30)	48
(Ecuación 31)	48
(Ecuación 32)	49
(Ecuación 33)	49
(Ecuación 34)	50
(Ecuación 35)	51
(Ecuación 36)	51
(Ecuación 37)	54
(Ecuación 38)	54
(Ecuación 39)	55
(Ecuación 40)	55
(Ecuación 41)	55
(Ecuación 42)	57

(Ecuación 43)	57
(Ecuación 44)	57
(Ecuación 45)	60
(Ecuación 46)	60
(Ecuación 47)	60
(Ecuación 48)	61
(Ecuación 49)	61
(Ecuación 50)	63
(Ecuación 51)	63
(Ecuación 52)	64
(Ecuación 53)	65
(Ecuación 54)	65
(Ecuación 55)	66
(Ecuación 56)	68
(Ecuación 57)	68
(Ecuación 58)	68
(Ecuación 59)	72

INTRODUCCIÓN

Antecedentes

Históricamente, la planificación industrial y en general la instalación de maquinaria pesada dentro del Distrito Metropolitano de Quito no ha jugado el papel de relevancia que debería, y por ende el control de ruido y vibraciones tampoco ha estado presente en la planificación de obras civiles, industriales, mecánicas o de pruebas.

En la mayoría de casos el ruido generado por maquinaria en funcionamiento dentro de la ciudad sobrepasa ampliamente límites saludables y legales los cuales para el caso de Ecuador se definen en el Anexo 5 del Texto Unificado de Legislación Ambiental Secundaria (TULAS), en el que se menciona, por ejemplo, que el máximo nivel de ruido por la noche debería ser 55 [dB] en una zona industrial, y 45 [dB] en una zona residencial.

Motores en funcionamiento son frecuentemente principales causantes de ruido y vibraciones en el medio, lo cual sumado a la falta de planificación a la hora de ser instalados, resultan en la actualidad en demandas para la parte dueña de la maquinaria por daños a la salud y medio ambiente.

Los motores eléctricos son utilizados en una amplia gama dentro de la industria, elevadores, bandas transportadoras, escaleras eléctricas, lavadoras, licuadoras, taladros, vehículos eléctricos y a combustible son solo algunos ejemplos de sus múltiples usos.

Alcance

El proyecto propone la implementación de un sistema prototipo didáctico para el análisis de vibraciones y ruido de un motor eléctrico de velocidad variable.

Se diseñará primero la frecuencia natural del sistema y se harán pruebas de deflexión estática sobre resortes de manufactura local. El proyecto considera también establecer si los resortes de manufactura local son confiables para su

implementación en condiciones de ambiente y temperatura similares a los del experimento.

Ya que se trata de un prototipo didáctico se considera pactar una clase para mostrar su funcionamiento a los alumnos de control de vibraciones. Así, los alumnos podrán entender la teoría con un prototipo físico en funcionamiento, además de familiarizarse con instrumentos de medición.

La predicción aproximada del comportamiento del sistema puede ser útil para el desarrollo de la industria de control de vibraciones local.

Justificación

El ruido es un factor perjudicial para la salud. Trabajadores industriales y operadores de maquinaria sufren de exposición constante a ruido y vibraciones dentro del ambiente laboral. Michael J Griffin (2003) indica que la exposición constante al ruido ocasiona deterioros a la salud a corto plazo, como jaquecas e irritabilidad. A largo plazo puede producir tinnitus (termino médico para el hecho de escuchar ruidos o sonidos cuando no hay una fuente externa que los produzca) y pérdida de la audición, los cuales pueden ser irreversibles.

Por su parte, la exposición a vibraciones, según Helmut, Griffin, Benson (2003), puede provocar desde mareos hasta riesgos de salud en la columna vertebral. Entornos vibrantes pueden afectar directamente las capacidades cognitivas y de aprendizaje de las personas.

La transmisión de vibraciones de maquinaria en funcionamiento hacia el suelo o base puede deteriorar el estado del resto de maquinaria que se encuentre sobre el mismo plano. Esto puede implicar un aumento de costos de mantención y reparación dentro de un negocio. Estos costos podrían verse notablemente reducidos con una correcta instalación y mantenimiento preventivo del equipo.

El aprendizaje del control de vibraciones necesita una implementación de los conceptos teóricos relacionados a esta materia. Para esto, el presente trabajo de titulación busca la implementación de un modelo prototipo de pequeña escala sobre un motor. Esto permitirá visualizar de manera más clara los conceptos físicos asociados al control de vibraciones y ruido de un motor.

El proyecto está relacionado con el mejoramiento del ambiente laboral, prevención de riesgo industrial, control de vibraciones y ruido, y el aislamiento y acondicionamiento acústico.

Objetivo General

Diseñar un prototipo de sistema vibratorio, con fines didácticos, para el análisis de vibraciones y emisiones de ruido de un motor eléctrico con velocidad variable.

Objetivos Específicos

- Comprobar si el comportamiento del sistema vibrante es predecible con las ecuaciones utilizadas.
- Verificar si los resortes locales cumplen satisfactoriamente con pruebas de deflexión estática y son apropiados para la implementación en aislamiento de vibraciones.
- Diseñar e implementar una base de inercia para control de vibraciones de un sistema armónicamente forzado por rotación desbalanceada.
- Programar y experimentar una medición de laboratorio con los alumnos de la asignatura control de vibraciones para fines didácticos del proyecto.

Hipótesis

La vibro acústica y el control de vibraciones aplicado requieren de materiales para su ejecución, mismos que deben estar probados para que las predicciones teóricas relacionadas a ellos sean confiables y puedan ser usadas como punto de partida en los proyectos.

La hipótesis que se plantea es que los resortes cumplen confiablemente con las pruebas de deflexión estática a las que serán sometidos. Así comprobaremos si con estas mediciones se puede predecir el comportamiento del sistema utilizado. De este modo se podría plantear un antecedente en el desarrollo de la industria de control de vibraciones local.

Las mediciones con el vibrómetro permitirán obtener datos del nivel de aceleración transmitido a la cimentación para poder compararlas con el nivel de aceleración de fondo (esto es, el nivel de aceleración en la cimentación con el motor apagado).

Dadas las dimensiones pequeñas del prototipo didáctico, se espera que el nivel de fondo y el transmitido no sean tan distantes entre sí. Así mismo, pese a las dimensiones del prototipo, se espera una diferencia significativa entre el nivel de aceleración fondo y el nivel de aceleración a nivel de la máquina, cuando está funcionando.

1. MARCO TEÓRICO.

1.1 Conceptos básicos de acústica.

1.1.1 Acústica.

Rama de la física que analiza y desglosa en términos físico-matemáticos los fenómenos que le ocurren a las ondas sonoras que viajan a través de un medio elástico. Estas ondas pueden ser audibles si su frecuencia está en un rango de 20[Hz] a 20 [KHz]; sonidos con frecuencias por debajo y arriba de este rango se conocen como infrasonidos y ultrasonidos, respectivamente.

1.1.2 Sonido.

Es la variación de la presión en un medio elástico, como por ejemplo el aire, donde cada partícula oscila alrededor de un punto volviendo siempre a su posición natural. Es decir, no existe desplazamiento neto de materia pero si de energía.

Esta oscilación provocará zonas de mayor y menor presión a medida que el frente de ondas avanza, la energía se transporta tal como se observa en la Figura 1.

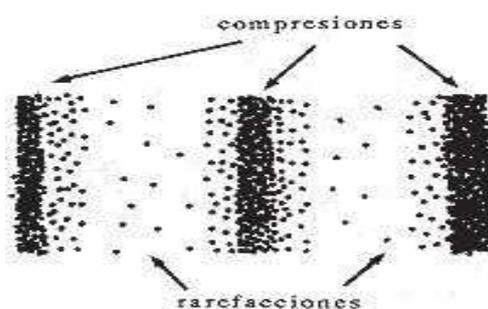


Figura 1. Compresión de las partículas de aire

Tomado de www.anglefire.com, 2013

El ruido proviene de la misma explicación física. Sin embargo, partiendo desde un punto de vista psicoacústico se podría definir como cualquier sonido no

deseado y de percepción desagradable a la interpretación humana. Por esta razón, existen métodos de ingeniería para poder contrarrestar el nivel de vibraciones y ruido que se producen cotidianamente en innumerables actividades.

Los seres humanos percibimos ciertas características del sonido las cuales nos ayudan a distinguir entre la infinita gama de posibles alteraciones al medio elástico.

1.1.2.1 Velocidad del sonido (c).

La velocidad del sonido depende del medio en el que se propaga, y se podría decir en breves términos que es proporcional a densidad del medio en el que se propaga. Sin embargo, existen muchos más factores que influyen en la rapidez de su propagación como presión, temperatura, elasticidad, etc.

La velocidad del sonido en el aire a 0°C es de 331[m/s], y considerando solamente la influencia de la temperatura, se puede calcular la velocidad del sonido mediante la Ecuación 1:

$$c = 331 + 0.6t \left[\frac{m}{s} \right]$$

(Ecuación 1)

Dónde:

t = temperatura del aire en °C

1.1.2.2 Longitud de onda (λ).

Esta magnitud cuantifica, en unidades de distancia, cuánto recorre la partícula en completar una oscilación.

Al dividir las unidades de longitud con las unidades de velocidad podemos obtener el tiempo T que le toma a una partícula completar una oscilación, a este tiempo se lo denomina período:

$$T = \frac{\lambda}{c} [s]$$

(Ecuación 2)

1.1.2.3 Frecuencia.

Es la cualidad que nos permite distinguir entre sonidos agudos o graves, la magnitud física relacionada son los Hertz [Hz]. Estos especifican el número de oscilaciones por segundo de una partícula. El oído humano tiene la capacidad de percibir un rango de frecuencias comprendido entre los 20 [Hz] y los 20 [KHz] aproximadamente. La frecuencia es inversamente proporcional al periodo, es decir:

$$f = \frac{1}{T} [Hz]$$

(Ecuación 3)

Dónde:

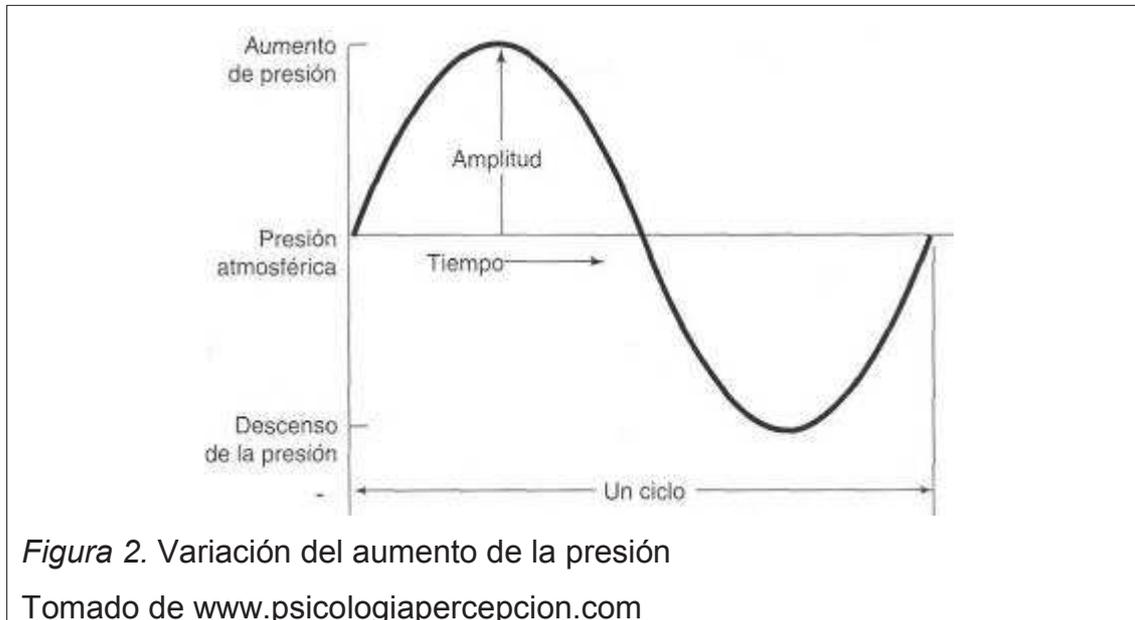
T= periodo, tiempo que tarda en una partícula tarda de completar un ciclo (s)

Los sonidos más agudos tienen un mayor número de oscilaciones por segundo, es decir alta frecuencia, mientras que los sonidos graves poseen un menor número de oscilaciones por segundo, es decir, baja frecuencia.

1.1.2.5 La amplitud.

Es la cualidad que nos permite distinguir entre sonidos fuertes o débiles. En un movimiento sinusoidal, se puede ver cómo el punto máximo o pico al cual llegó la partícula con respecto a su posición de origen.

Para el caso del sonido se necesita de una perturbación en la presión atmosférica para que éste se genere.



Suponiendo entonces que se perturbara el medio usando una fuerza periódica a lo largo del tiempo, tenemos que.

$$P(t) = P_0 \sin(\omega t - \phi) \quad \left[\frac{N}{m^2}; Pa \right]$$

(Ecuación 4)

Dónde:

P_0 = amplitud de la presión acústica [N/m^2]

t = tiempo [s]

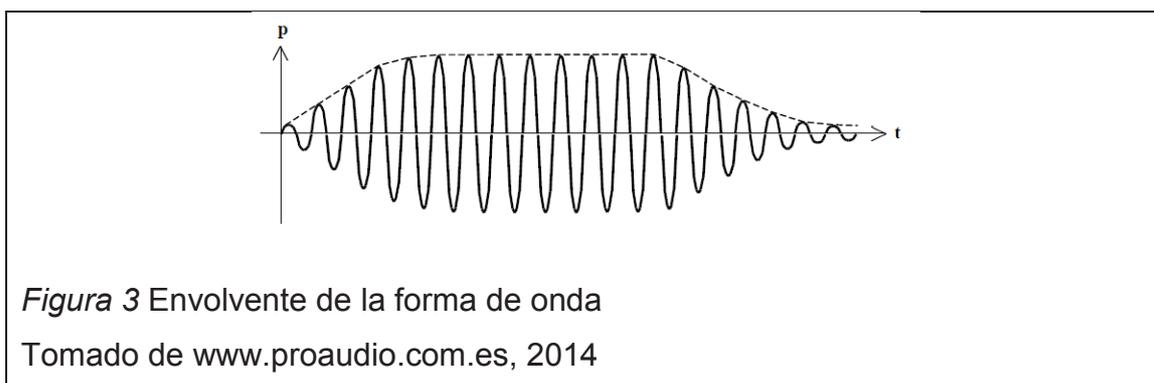
$\omega = 2\pi \cdot f$ (frecuencia angular) [rad/s]

f = frecuencia de oscilación [c/s; Hz]

ϕ = Ángulo de fase [rad]

1.1.2.6 Envolvente.

Se define envolvente a la forma, figura o curva obtenida después de unir los picos consecutivos de la forma de onda.



1.1.2.7 El timbre.

Es la característica que nos permite distinguir sonidos de la misma frecuencia e intensidad que han sido producidos por distintos instrumentos. Si tocamos el DO central de un piano este sonará distinto al DO central de una guitarra, sin importar que ambos sean instrumentos de cuerda y tengan la misma frecuencia fundamental. Esto ocurre debido a características distintas en sus materiales de construcción y diseño. El sonido de la misma nota en distintos instrumentos es diferente por la interacción que puedan presentar los armónicos producto de propiedades físicas de cada instrumento.

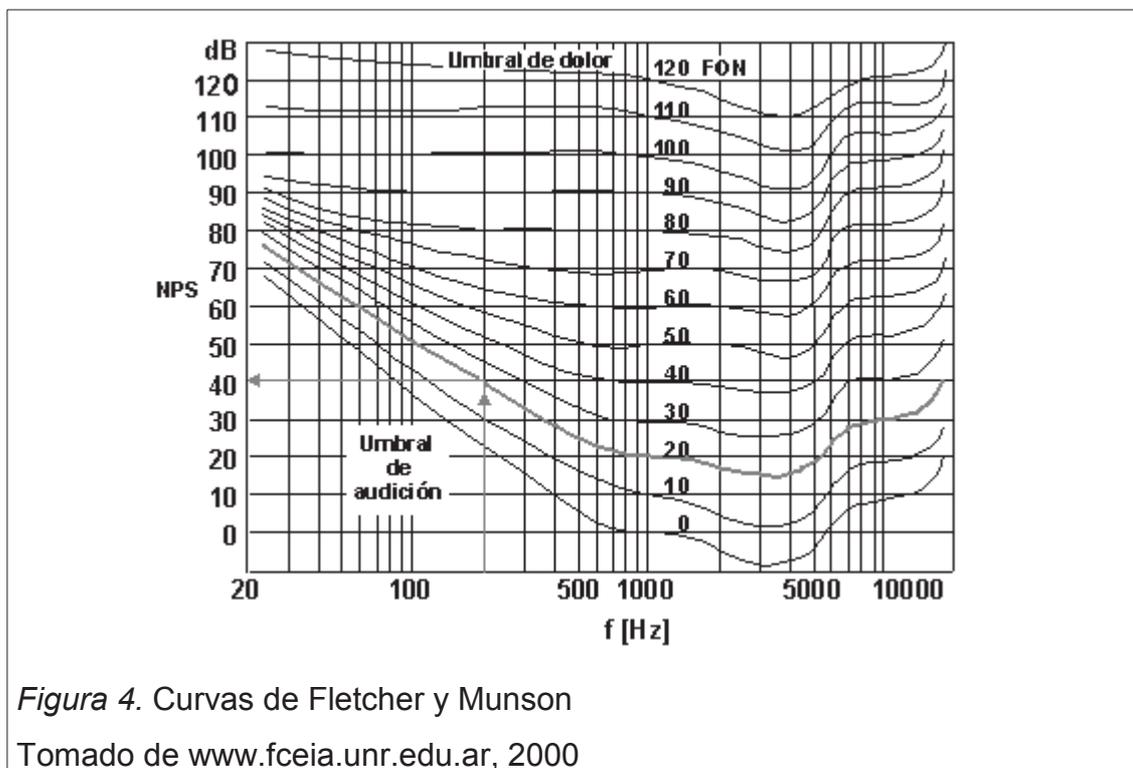
1.1.2.8 Espectro del sonido.

Los sonidos periódicos pueden representarse como una suma de ondas sinusoidales a partir de una frecuencia fundamental f_0 . A estas frecuencias se las conoce como armónicos y son múltiplos enteros de la frecuencia fundamental, es decir $2f_0$, $3f_0$, $4f_0$, etc. Tal como se mencionó al introducir el concepto de timbre, los armónicos se crean a partir de la interacción entre la

nota fundamental con la arquitectura del instrumento. El nivel emitido en función de la frecuencia de cada armónico junto con la fundamental se conoce como espectro.

1.1.3 Niveles de medida.

La psicoacústica, rama de la acústica que estudia como percibimos los estímulos que llegan a nuestro sistema auditivo, considera que el oído no es igual de sensible en todo el rango de frecuencias audibles. Así lo demuestran las curvas isofónicas de Fletcher y Munson, en la Figura 4.



Así mismo el oído no responde linealmente al aumento de presión en el medio. Esto quiere decir que si tenemos dos fuentes sonoras con un nivel de presión p_1 y p_2 , el resultado percibido por nuestro oído no será p_1+p_2 , sino una suma logarítmica de ambas presiones. En vista de las dificultades de expresar comparaciones en una escala lineal tan amplia, se decidió usar una escala logarítmica.

1.1.3.1 Nivel de presión sonora.

El rango de presión sonora de nuestro interés posee una gran variación cuando se habla de él en unidades de presión [Pa.] Al conocer esto, los ingenieros acústicos han adoptado una escala logarítmica en base 10 para comprimir la escala lineal y hacerla más manejable. Entonces por definición el nivel de presión sonora se lo expresa como:

$$NPS = 10 \log \left[\frac{p^2}{p_{ref}^2} \right] [dB]$$

(Ecuación 5)

Por propiedades de logaritmos y exponentes tenemos que:

$$NPS = 20 \log \left[\frac{p}{p_{ref}} \right] [dB]$$

Dónde:

NPS= Nivel de presión sonora [dB]

p= presión instantánea del medio en [Pa]

p_{ref}= es la presión de referencia 20*10⁻⁵ [Pa]

1.1.3.2 Nivel de intensidad sonora.

La intensidad sonora se define como la cantidad de energía acústica por unidad de área. Es decir:

$$I = \frac{W_a}{S} \left[\frac{W}{m^2} \right]$$

Dónde:

W_a = Potencia acústica de la fuente.

S = Área de interés en la intensidad sonora.

La intensidad sonora de una fuente es también proporcional al cuadrado de la presión de la fuente, eso quiere decir:

$$I = \frac{p_{rms}^2}{\rho c} = \frac{W_a}{S} \left[\frac{W}{m^2} \right]$$

(Ecuación 6)

Dónde:

p_{rms} = Presión acústica rms. [Pa]

c = Velocidad de propagación del sonido. $\left[\frac{m}{s} \right]$.

ρ = densidad del medio $\left[\frac{g}{m^3} \right]$

ρc = Impedancia característica del medio de propagación. [rayl]

La intensidad acústica posee también un gran rango de variación, así como la presión acústica. Por ello también se ha adoptado una escala logarítmica en decibeles definida como:

$$NIS = 10 \log \left[\frac{I}{I_{ref}} \right] [dB]$$

(Ecuación 7)

Dónde:

NIS= nivel de intensidad sonora [dB]

I= intensidad acústica.

I_{ref} = es la intensidad de referencia 10^{-12} [W/m²]

1.1.3.3 Nivel de potencia sonora.

La potencia acústica es una característica propia de la fuente y se refiere a la fuerza con que la fuente irradia energía, es decir su valor no depende de la distancia a la que se mida.

Variaciones demasiado grandes en la escala lineal han hecho que el nivel de potencia sonora se exprese también en decibeles:

$$NWS = 10 \log \left[\frac{W}{W_{ref}} \right] [dB]$$

(Ecuación 8)

Dónde:

NWS= es el nivel de potencia sonora obtenida

W= es la potencia sonora medida [W]

W_{ref} = es la potencia sonora de referencia 10^{-12} [W]

1.1.3.4 Suma de Niveles.

Los niveles de presión no pueden ser sumados linealmente por lo cual, al usar logaritmos para expresarlos, es necesario usarlos también para operarlos y

relacionarlos. De este modo para sumar el nivel que producen dos fuentes sonoras NPS_1 y NPS_2 tenemos que:

$$NPS_t = 10 \log \left[10^{\frac{NPS_1}{10}} + 10^{\frac{NPS_2}{10}} \right] [dB]$$

Dónde:

NPS_t = nivel de presión sonora total

NPS_1 = nivel de presión generado por la fuente 1

NPS_2 = nivel de presión generado por la fuente 2

A esta relación se la puede expresar para un número "n" de fuentes sonoras, de este modo tenemos que:

$$NPS_t = 10 \log \left[\sum_{i=1}^n 10^{\frac{NPS_i}{10}} \right]$$

(Ecuación 9)

1.1.4 Propagación del sonido al aire libre.

Resulta interesante luego de poder dar características cuantificables a las fuentes sonoras saber cuánta de la energía irradiada por una fuente perciben las personas y consecuentemente como las afecta.

Definiremos entonces la relación entre la intensidad, potencia, y presión acústica, misma que ya se había enunciado en la Ecuación 6

$$I = \frac{W}{S} = \frac{p^2}{\rho_0 c}$$

1.1.4.1 Directividad (Q).

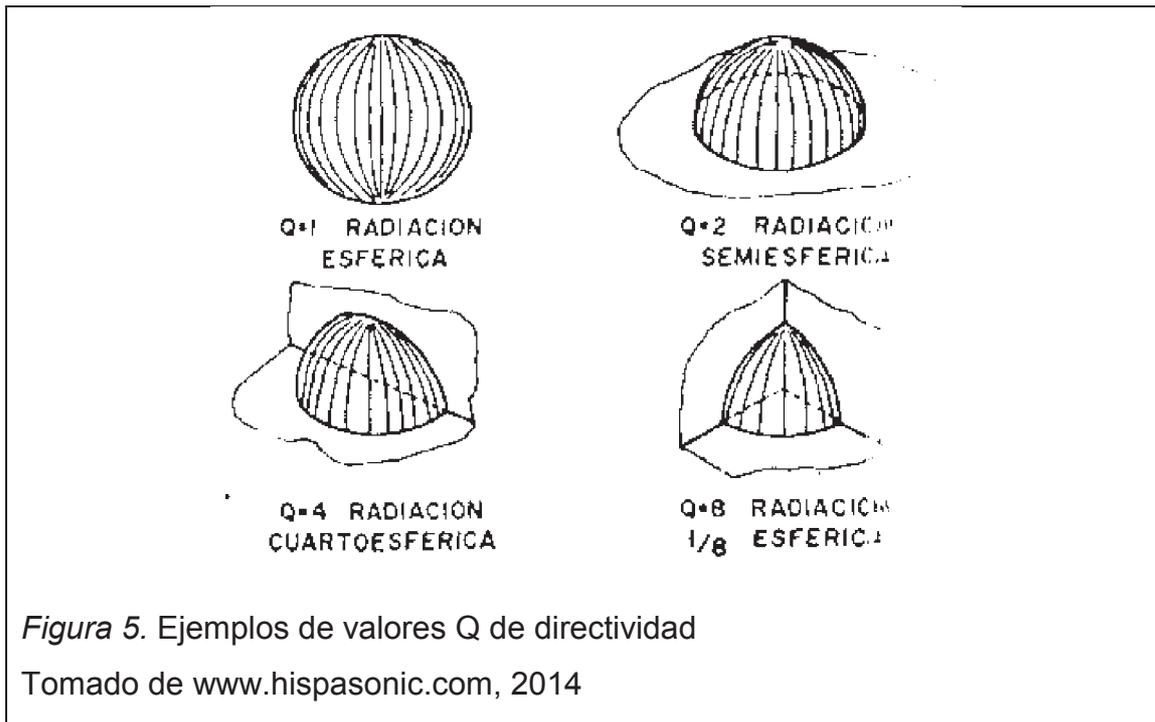
Para iniciar el estudio de propagación de sonido al aire libre, se considera una fuente puntual omnidireccional, es decir $Q=1$, lo que quiere decir que el sonido propagado por la fuente no se refleja en ninguna superficie. El área de propagación se representa por $4\pi r^2$, es decir, una esfera.

Si consideramos que la fuente se encuentra sobre una superficie que refleja las ondas sonoras como por ejemplo el piso, podemos asumir que las ondas se propagan de manera semiesférica, es decir $Q=2$. En este caso el área de propagación se representara por $2\pi r^2$.

Para el caso en que una fuente se encuentre entre dos superficies reflectantes, el área de propagación será igual a πr^2 , es decir $Q=4$.

En el Caso en que la fuente se encuentre en una esquina donde se juntan tres superficies reflectantes se considera una directividad $Q=8$.

En la figura 5 se puede observar el comportamiento de radiación de una fuente en las condiciones antes mencionadas y el valor de directividad Q relacionado a cada una.



La directividad es un factor que afecta a la intensidad de ruido percibido dentro de un radio establecido, de este modo si relacionamos la intensidad y la potencia tenemos que:

$$I = \frac{QW}{4\pi r^2}$$

(Ecuación 10)

Al operar y aplicar leyes de logaritmos tenemos que:

$$NIS = NWS + DI - 20 \log r - 11 [dB]$$

(Ecuación 11)

Dónde:

NIS= nivel de intensidad sonora

NWS= nivel de potencia sonora

$DI =$ es el índice de directividad $10 \log[DI] [dB]$

Esta es una de las ecuaciones más importantes usadas en el campo de la acústica de espacios abiertos, pues describe con muy poco error el nivel de intensidad que se percibe de una fuente a una distancia r considerando además reflexiones en las superficies y directividad de la fuente.

Considerando entonces la relación entre la Intensidad y presión acústica descrita en la Ecuación 6.

$$I = \frac{p_{rms}^2}{\rho c}$$

Podemos obtener, luego de reemplazar la Ecuación 6 dentro de la Ecuación 7, que:

$$NIS = NPS$$

(Ecuación 12)

Ya que la presión necesita ser elevada al cuadrado para poder ser analizada, la relación descrita en la Ecuación 12 no quiere decir que ambos niveles sean iguales, sino que sus magnitudes matemáticas se aproximan hasta ser casi idénticas.

1.2 Efectos del ruido y vibraciones sobre el hombre.

A menudo se escucha que el ruido es perjudicial para la salud y que la exposición prolongada por largos períodos de tiempo podría ocasionar sordera, pero el ruido afecta de muchas otras razones a los seres humanos.

Si bien es cierto que el ruido afecta negativamente en la salud de los seres humanos a largo plazo, las molestias a corto y mediano plazo son también importantes como para ser tomadas en cuenta. Es cierto también que no existe una fórmula cien por ciento efectiva para determinar el daño que ocasiona el

ruido al sistema nervioso u auditivo. La percepción del ruido depende de condiciones ambientales e incluso del horario para poder tratar de cuantificar cuán dañino resulta éste para la salud.

Existe más de un problema al tratar de cuantificar el daño que produce el ruido, puesto que se necesita de muy poca energía para generarlo y no produce desechos.

La organización mundial de la salud OMS define a la salud como “Un estado de completo bienestar físico, mental y social, no la mera ausencia de enfermedad”. Esta definición se acoge bastante bien a los problemas causados por ruido, dado que las enfermedades que este pueda causar son, al contrario que muchas enfermedades, no totalmente dependientes del paciente. Si una persona vive por ejemplo en la planta baja de una discoteca que funciona 5 de 7 días a la semana, es muy probable que esta persona no concilie su sueño de la manera más sana, y por ende esto se manifieste en mal humor por la mañana o incluso ira. Este tipo de personas son más propensas a sufrir de enfermedades relacionadas a la hipertensión y según cifras del municipio de Madrid son un 20 a 30% más propensas a sufrir enfermedades cardiovasculares, isquemias cardíacos, cambios en la composición química de la sangre entre otras.

Si bien es cierto que el ruido ha existido desde siempre, el problema se volvió mucho más grave a partir de la revolución industrial, misma que sucedió en la segunda mitad del siglo XVIII. El desarrollo de trenes de alta velocidad, y medios de transporte masivo, el incremento del parque automotriz en todas las ciudades del mundo, y el desenfreno en la construcción de obras civiles han aportado a que el ruido sea cada vez más elevado. Medidas de prevención y control para vibraciones y ruido se han complicado notablemente con el tiempo, son de las leyes más complejas de estipular por la naturaleza del problema.

El oído es uno de los sentidos que nunca descansa, es por ello que si una persona está dormida se despertará ante alguna perturbación en el medio, por lo general si la perturbación sobrepasa los 15 [dB] por encima del ruido de fondo al cual la persona se mantenía dormida. En Ecuador, el Anexo 5 del Texto Unificado de Legislación Ambiental Secundaria (TULAS) se establece que en una zona residencial el ruido en la noche no debería sobrepasar los 45 [dB].

El ruido es un factor influyente incluso en el tamaño de los niños próximos a nacer. En los efectos negativos del ruido, artículo publicado por la radio en línea Sonido de Esperanza se comenta que las mujeres embarazadas que han mudado su domicilio o estancia a lugares ruidosos luego de los cinco meses de gestación, tiempo en que el oído del feto ya se vuelve funcional, dan a luz a niños más pequeños de lo normal, y los niños no soportan el ruido después de nacer, lloran cuando lo sienten, al contrario de las mujeres embarazadas que siempre estuvieron en un lugar ruidoso durante todo su proceso de gestación, quienes darán a luz a niños sin ningún tipo de trastornos o alteraciones psicológicas o físicas.

En conocimiento entonces que el ruido afecta la salud no solo a largo plazo, sino que también podría presentar problemas inmediatos, tal como problemas en la comunicación oral instantánea, es evidente entonces que tiene influencia en la economía. Dentro de la publicación de efectos del ruido sobre la salud, la sociedad y la economía, la empresa Synkro menciona que la Unión Europea estima pérdidas económicas relacionadas al ruido medioambiental entre los 13.000 y los 38.000 millones de euros al año en dicho territorio, si bien es cierto que los límites están bastante alejados uno de otro es importante volver a recordar que no existe una fórmula establecida para cuantificar el daño que produce el ruido en las personas, menos aún se podría cuantificar con precisión pérdidas económicas relacionadas a éste.

Por su parte las vibraciones afectan también negativamente a la salud de las personas. Mareos, aumentos de frecuencia cardíaca, presión arterial,

alteraciones sensoriales al sistema nervioso central pueden ser enfermedades típicas de personas frecuentemente expuestas a vibraciones. Daños permanente sobre la columna vertebral e implicaciones médicas sobre la médula espinal son de las consecuencias más graves a largo plazo.

La falta de atención y pérdida de un punto de enfoque en actividades laborales son problemas muy usuales en el ámbito industrial, Ambientes vibrantes causan que las personas tengan problemas de captación de información.

1.3 Instrumentos de medición.

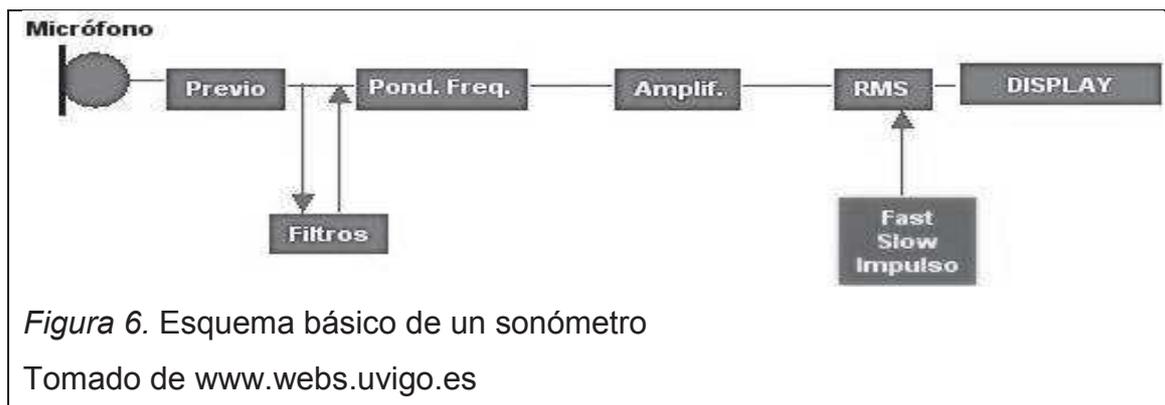
Tal como se ha mencionado anteriormente, la percepción del ruido afecta de manera distinta a las personas, es entonces cuando las mediciones cobran importancia y se vuelven un medio ecuánime de comprobar y cuantificar molestias bajo distintas situaciones.

Los instrumentos de medición más cotidianos para estas aplicaciones los constituyen los sonómetros y los vibrómetros. Cabe mencionar que el término “decibelímetro” está totalmente errado, puesto que por definición, cualquier magnitud se podría expresar en decibeles a partir de una referencia.

1.3.1 Sonómetros.

Los sonómetros son equipos de medición capaces de cuantificar en decibeles el nivel de presión sonora que produce una fuente, La escala de decibeles bien podría pasar por filtros de ponderación A, B, C o D antes de su visualización y análisis. Estas ponderaciones corresponden a atenuaciones de diferente magnitud en diferentes puntos del espectro según la aplicación en la que se esté usando el instrumento de medición.

El esquema básico de un sonómetro se constituye de un micrófono, un preamplificador, una red de ponderación de filtros, un amplificador, un detector RMS, y una pequeña pantalla.



El micrófono sirve para transformar las vibraciones del aire en fluctuaciones análogas de energía eléctrica.

El preamplificador sirve para elevar el nivel de la señal eléctrica que envía el micrófono a niveles con los cuales se pueda trabajar.

Un sistema electrónico para modificar el espectro de la señal captada usando los filtros de ponderación A, B, C, y lineal o plano, dichos filtros son estándar para todos los instrumentos. Se usa la ponderación A para niveles bajos de presión sonora. B para niveles intermedios, es la menos usada, algunos sonómetros no la contemplan. La ponderación C es una de las más usadas para medir niveles de contaminación acústica. La ponderación D se usa casi exclusivamente para el ruido generado por aviones

Un amplificador para elevar la señal procesada para procesamiento adicional o lectura en otros sistemas, o adicionalmente para proveer de una salida de nivel normalizada y grabar, filtrar, monitorear.

Un detector RMS para medir la energía de la señal independientemente si esta es periódica o aleatoria sobre un rango dinámico en específico.

Una pequeña pantalla o un indicador en sonda se muestre el nivel de presión sonora en decibeles.

1.3.2 El micrófono.



Figura 7. Diseño típico de micrófono para mediciones acústicas
Tomado de www.pasionsonora.com, 2014

Es un transductor electro acústico, encargado de transformar las vibraciones producidas por el nivel de presión sonora en el aire a energía eléctrica generalmente en el orden de los milivolts [mV]. Un micrófono de medición debe poseer una respuesta de frecuencia lo más plana posible, es decir que su relación de transformación de la presión acústica en energía eléctrica debe ser lo más homogénea posible a lo largo de todo el espectro audible comprendido entre los 20[Hz] a los 20[KHz].

El micrófono es el componente más importante y por consiguiente el más costoso de una cadena de medición. Existen muchos factores de mucha consideración a la hora de elegir el micrófono con el cual se desea trabajar, tal como la direccionalidad del mismo, el tamaño o el campo sonoro a ser medido. Por lo general, las especificaciones de un micrófono se dan a partir de su respuesta de frecuencia, direccionalidad, sensibilidad, rango dinámico. Los micrófonos de medición deben ser de pequeñas dimensiones a diferencia de los micrófonos comunes que todo el mundo conoce o ha visto alguna vez, esto se debe a que el micrófono debe interferir lo menos posible con el campo sonoro que se está midiendo, son comunes diámetros de micrófonos de 1', ½',

$\frac{1}{4}$, $\frac{1}{8}$. La relación entre el diámetro del micrófono es directamente proporcional a su sensibilidad y directividad e inversamente proporcional a su respuesta de frecuencia.

En general, se podría decir que se usan tres tipos de micrófonos para realizar mediciones, micrófonos de incidencia aleatoria, de campo libre y de presión.

1.3.2.1 Micrófonos de incidencia aleatoria.

Son los micrófonos con respuesta más omnidireccional de todos, están diseñados para responder a la presión acústica de incidencia aleatoria, es decir en cualquier dirección, tal como es el caso de cámaras reverberantes.

1.3.2.2 Micrófonos de campo libre.

Es mucho más comúnmente usado en mediciones al aire libre, y posee una característica mucho más direccional que los de incidencia aleatoria, por ende son mucho más sensibles con las ondas incidentes en la dirección axial, es decir a 0° , entonces es recomendable apuntarlos en la dirección de la fuente sonora al momento de la medición.

1.3.2.3 Micrófonos de presión.

Estos micrófonos están diseñados para responder de mejor manera a las ondas sonoras que inciden en un ángulo de 90° sobre el frente de la membrana del micrófono. Bajo este principio es recomendable apuntar en una dirección tangencial el micrófono al momento de la medición.

La elección del micrófono se puede basar en la norma a la que uno se quiera acoger, por ejemplo la Norma Internacional de la Comisión Electrónica (IEC) especifica que se realicen las mediciones con micrófonos de campo libre, a diferencia de la Norma Americana ANSI la cual especifica el uso de un micrófono de incidencia aleatoria.

Es importante tener en cuenta el uso de un protector para el viento con el afán de minimizar los errores causados por la velocidad del viento a partir de 12[m/s]. Este protector es un utensilio provisto por el fabricante en la compra del equipo de medición y se fabrican en forma de una esfera de poliuretano la cual recubrirá al micrófono. Para realizar mediciones dentro de ductos con flujos de aire se utiliza un protector cónico.

Los micrófonos pueden ser clasificados también por su principio de transducción, de este modo podríamos mencionar micrófonos capacitivos, de electret, electrodinámicos, piezoeléctricos.

1.3.2.4 Micrófonos capacitivos.

Se conforman de un diafragma montado próximo a una placa metálica fija, así la presión acústica incidente provocara vibraciones sobre el diafragma lo cual provocará variaciones en la distancia entre el diafragma y la placa fija. Estas variaciones se traducirán en variaciones de tensión eléctrica a la salida del transductor. Estos micrófonos presentan una muy buena estabilidad en el tiempo, respuesta de frecuencia plana, bajo ruido eléctrico, y mucha sensibilidad. Es importante mencionar que este tipo de micrófonos posee también una muy alta sensibilidad a la humedad.

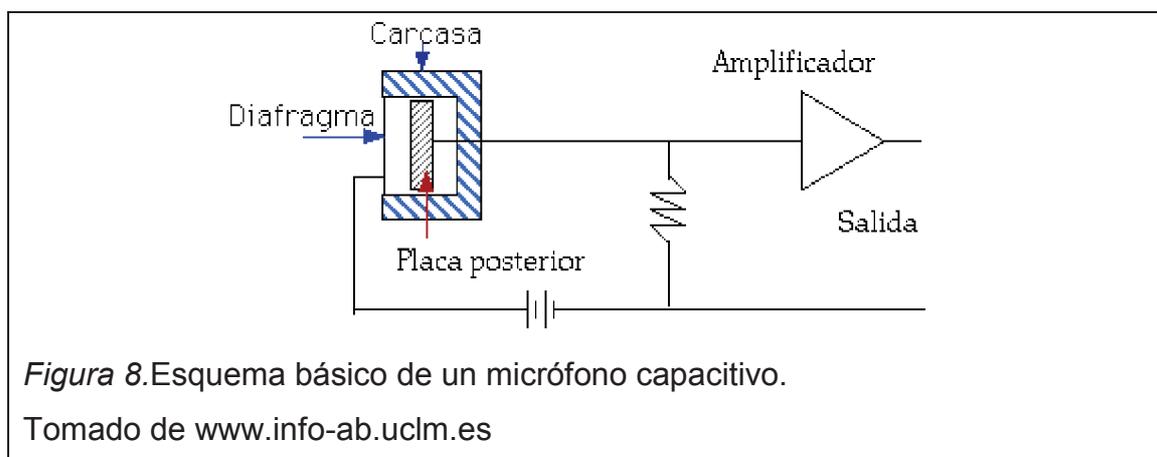
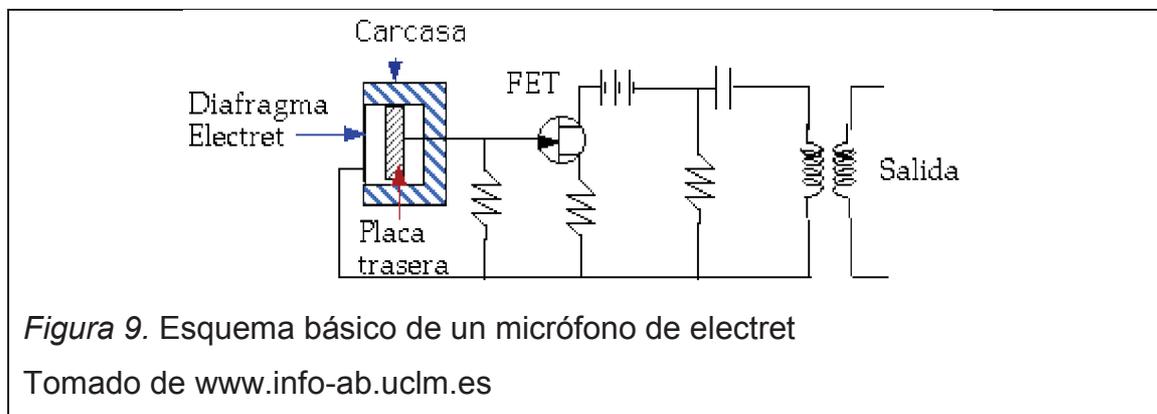


Figura 8. Esquema básico de un micrófono capacitivo.

Tomado de www.info-ab.uclm.es

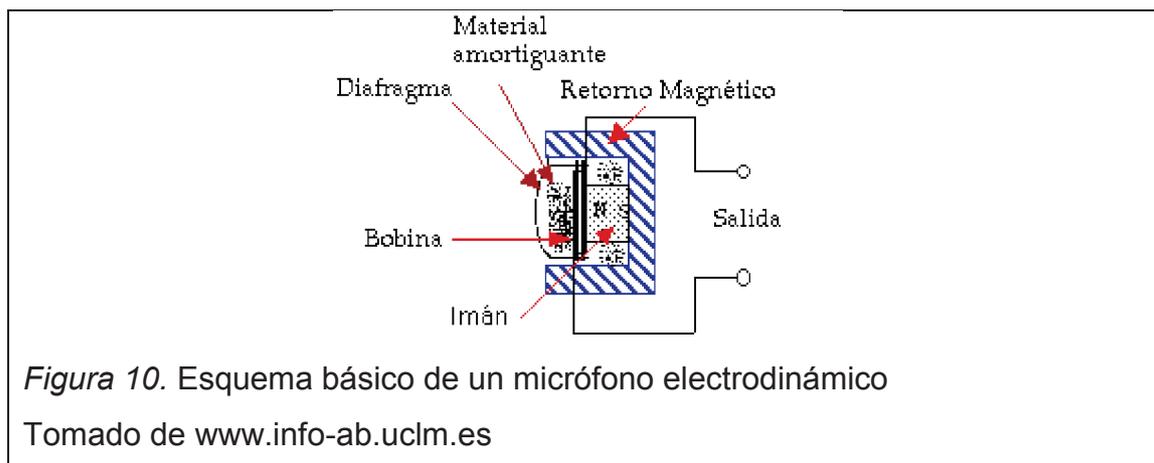
1.3.2.5 Micrófonos de electret.

Este micrófono sigue cayendo dentro de la categoría de los micrófonos de condensador y está formado por una placa metálica de electret montada próxima a una placa metálica, por lo general una distancia no mayor a los 10[mm]. El rango de frecuencia en el que trabaja es menor al de un micrófono capacitivo normal, sin embargo sus placas no funcionan como las de un micrófono capacitivo normal puesto que no usan alimentación externa para su funcionamiento tales como baterías o phantom-power. Su salida eléctrica se encuentra en el medio de las placas y su sensibilidad puede presentar una variación de $\pm 1\text{dB}$.



1.3.2.6 Micrófonos electrodinámicos.

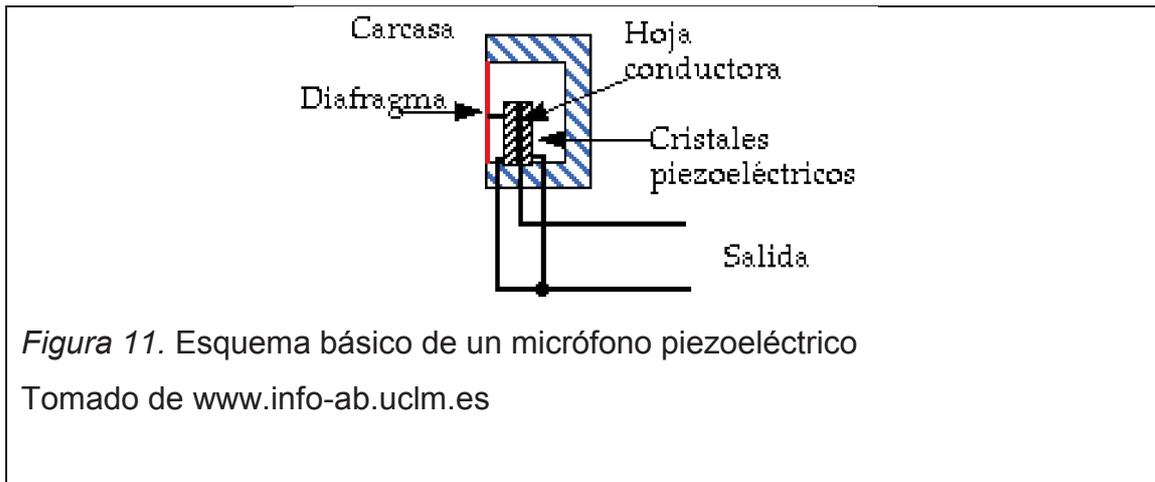
Conformados por una bobina la cual oscila en un campo magnético de manera proporcional al campo sonoro influyente provocando una variación de tensión proporcional al mismo, se podría asemejar su estructura a la de un altavoz.



1.3.2.7 Micrófonos piezoeléctricos.

La vibración de la membrana producida por el campo sonoro a estudiarse, producirá deformaciones en el material cristal o cerámico de su interior, dando forma así a variaciones de tensión eléctricas proporcionales al campo sonoro incidente. Una de las principales ventajas que este sistema puede ofrecer es que permite colocar el micrófono lejos del resto del equipo puesto que su principio de transducción permite que su amplificación sea optimizada y pueda ser llevada por largos cables a su visor. La frecuencia de límite superior estará determinada por la frecuencia de resonancia mecánica del dispositivo.

Los micrófonos de medición deben ser calibrados para su uso, por lo general dentro del equipo de medición el fabricante proporciona un calibrador para el sonómetro. Este aparato genera un nivel a una determinada frecuencia, y sirve para verificar y corregir el nivel que el aparato muestra estar recibiendo. En general un calibrador debería generar un nivel estable y elevado de presión sonora el cual suele ubicarse entre 90 y 125 dB, y una variación tolerable de ± 0.2 dB, esto con la finalidad de que se puedan efectuar calibraciones con altos niveles de ruido de fondo. El calibrador generara en la mayoría de casos un tono puro de frecuencia media generalmente ubicado entre 200 y 1500 [Hz].



1.3.3 Dosímetros.

Son aparatos de pequeñas dimensiones que pueden ser colocados cerca del oído, en el casco, en la cintura o incluso en el bolsillo de la camisa de los trabajadores quienes experimenten variaciones de nivel de ruido en sus actividades laborales. Este dispositivo va registrando y comparando con la norma vigente y previamente programada si la dosis de ruido que el trabajador soporta diariamente sobrepasa el 100% de la dosis permisible. Para el caso de Ecuador la norma vigente de dosis de ruido laboral se estipula en el Decreto Ejecutivo 2393, aquí se marca también un límite máximo de 85 [dB(A)] a una jornada laboral de 8 horas continuas. Dispositivos actuales permiten descargar los datos a un computador para su posterior evaluación o análisis.

1.3.4 Vibrómetros.

El equipamiento necesario para medir vibraciones consta de un transductor llamado sensor de vibraciones el mismo que podría estar destinado a medir aceleración, velocidad o desplazamiento, un amplificador, y un integrador. Este último permite transformar las magnitudes medidas en cantidades de energía eléctrica.

1.3.4.1 Sensores de vibraciones.

Comúnmente llamados acelerómetros, estos dispositivos pueden clasificarse en dos tipos, de contacto y de no contacto.

Los sensores de contacto por lo general son fijados al sistema en estudio y permiten medidas de niveles absolutos así como de fase, dentro de esta clasificación tenemos los electromagnéticos y los piezoeléctricos.

Los sensores de no contacto permiten lectura de niveles relativos en base a un punto fijo que por lo general se ubica afuera del sistema vibratorio.

A continuación abordaremos ciertas características de cada uno de los transductores anteriormente mencionados.

1.3.4.1.1 Transductor electromagnético.

Se trata de un imán acoplado a la superficie vibrante, el cual cumple su labor de transducción mediante un sistema de pequeños resortes de baja rigidez. Las principales ventajas están en su respuesta plana hasta aproximadamente los 1000Hz y su rango dinámico de 1000:1, sin embargo entre sus desventajas constan su elevado peso y dimensiones en relación a otros transductores además de su gran sensibilidad a campos magnéticos o a la orientación.

1.3.4.1.2 Transductor piezoeléctrico.

Conformado por una lámina de cerámica artificialmente polarizada, la cual sometida a presión mecánica genera una carga eléctrica en sus polos proporcional a la fuerza aplicada. Esto hace que su señal de salida sea proporcional también a la aceleración de la base del acelerómetro.

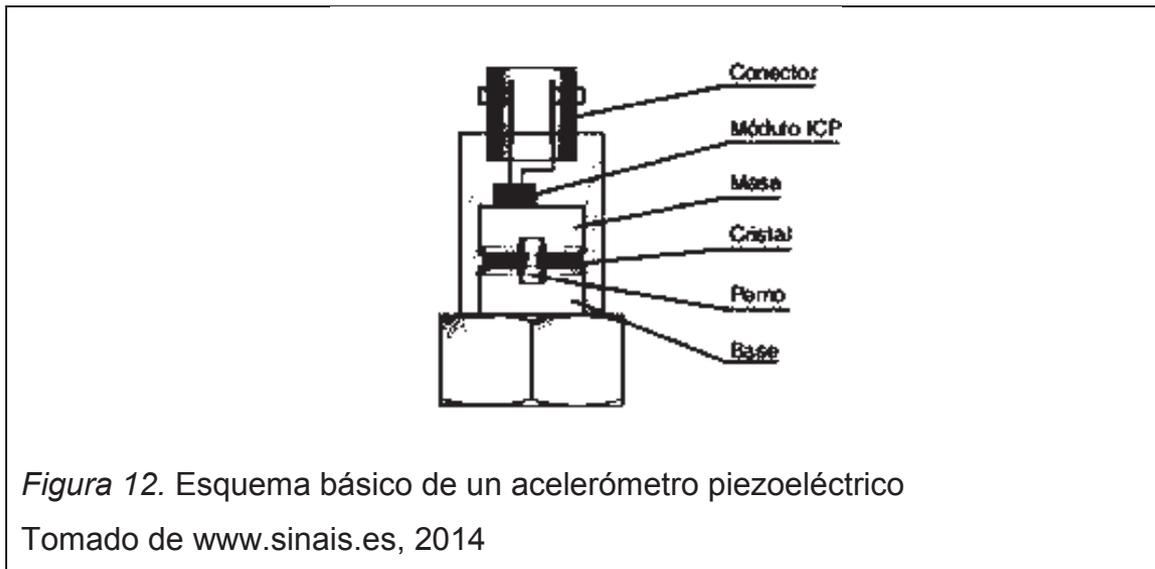


Figura 12. Esquema básico de un acelerómetro piezoeléctrico

Tomado de www.sinais.es, 2014

Este es el transductor de mayor aceptación universal para la medición de la aceleración absoluta de las vibraciones, entre sus bastas ventajas frente al resto de transductores constan.

- Respuesta plana dentro de un rango de frecuencias mucho más amplio que el de cualquier otro transductor mecano-eléctrico.
- Lineal y bastante confiable a lo largo del tiempo.
- Amplio rango dinámico
- El material piezoeléctrico es auto-generador por lo cual no necesita de fuentes externas de energía
- Pequeño y compacto.

Su salida, proporcional a la aceleración, puede integrarse matemáticamente para así obtener velocidad o desplazamiento.

Frente a todas estas ventajas, se debe también considerar que estos acelerómetros no deben exceder el 10% del peso efectivo de la parte vibrante así como los bajos valores de impedancia. El límite de frecuencia superior del dispositivo está sujeto a su frecuencia de resonancia mecánica y el límite inferior al amplificador de carga que se use. En general un transductor

piezoeléctrico no pesa más de 500[g] y existe más de una manera de anclarlo al lugar donde se desea trabajar.

- Atornillarlo a la superficie.

En general este modo de fijarlo nos dará una frecuencia superior cercana a los 30 [KHz]. Una fina capa de grasa ayuda mucho a potenciar la eficiencia de este método.

- Usar pegamento.

Con una frecuencia superior que rodea los 28[KHz] es recomendable usar láminas de mica para poder disminuir el circuito de tierra que forman entre el acelerómetro y el resto del equipo de medición.

- Con imán permanente.

Aunque este método facilita enormemente la fijación del acelerómetro a una superficie y en varios puntos de ella, reduce la frecuencia superior de 30 a 7 [KHz] lo cual lo vuelve inutilizable para realizar mediciones por encima de los 2[KHz].

1.3.4.1.3 Transductor capacitivo.

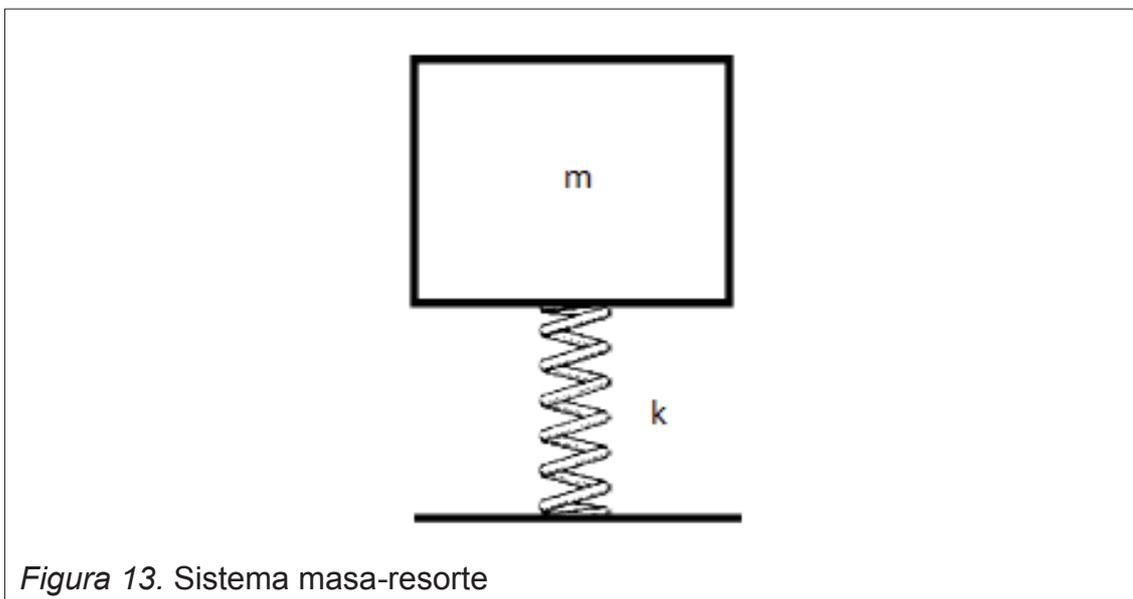
Usado para medir velocidad, y con ventajas relacionadas a su pequeño tamaño, amplio rango de frecuencias y una muy buena sensibilidad el transductor capacitivo consiste en un electrodo fijo en el transductor y otro en la superficie que se vaya a analizar lo cual genera variación de capacitancia.

1.3.4.1.4 Transductor inductivo.

Consiste en una bobina primaria y una secundaria. La bobina primaria es alimentada por un oscilador de alta frecuencia mientras que la bobina secundaria producirá una señal de amplitud modulada debido a la aproximación de la superficie en estudio.

1.4 Vibraciones.

La acústica estudia fenómenos que están relacionados a la energía que se propaga en un medio, en forma de ondas debido a una perturbación inicial. Las ondas son producto de las vibraciones de las partículas del medio en donde se propaga. Aquí se vuelve importante comprender el comportamiento de las vibraciones y cómo estas pueden variar dependiendo de sus condiciones iniciales. Para empezar con el estudio de las oscilaciones es necesario comprender el sistema más simple masa-resorte.



1.4.1 Vibración libre sin amortiguamiento.

Una de las fuerzas que actúan en este sistema es la del resorte k , misma que se describe como.

$$f_k = -kx$$

Dónde:

k = fuerza restauradora del resorte [N]

x = deflexión estática que soporta el resorte [m]

Otra de las fuerzas que actúan en el sistema es la fuerza impuesta por la masa la misma que se describe como:

$$f_m = m\ddot{x}$$

Dónde:

m = es la masa de la carga [k]

\ddot{x} = es la aceleración que experimenta la masa, en este caso la gravedad g en [m/s²]

Al igualar las fuerzas tenemos obtenemos que:

$$m\ddot{x} + kx = 0$$

(Ecuación 13)

Tanto la masa como la rigidez del resorte son constantes, por lo cual las podemos agrupar en un solo término, el cual se denomina velocidad angular del sistema:

$$w_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

Es evidente que el movimiento es periódico, por tanto:

$$w_0 T = 2\pi$$

Si sabemos que el periodo es el inverso de la frecuencia, es decir:

$$T = \frac{1}{f}$$

Entonces podremos obtener la frecuencia de oscilación del sistema:

$$f_n = \frac{1}{2\pi} w_0$$

Dónde:

f_n = frecuencia natural del sistema

De este modo al reescribir la ecuación tenemos que:

$$\ddot{x} + w_0^2 x = 0$$

(Ecuación 14)

A esta ecuación diferencial se la conoce como la ecuación general de movimiento, a la cual se puede suponer una solución particular de tipo periódica, por lo cual:

$$x(t) = A_1 \cos(w_0 t)$$

Dónde:

A_1 = amplitud inicial del desplazamiento

w_0 = velocidad angular del desplazamiento [rad/s]

t = tiempo [s]

Al diferenciar y substituir, se muestra que esta expresión es una solución si $\gamma = w_0$. Entonces se puede demostrar también que:

$$x(t) = A_2 \sin(w_0 t)$$

Es también una solución particular para la ecuación de onda. La solución general será la combinación de ambas soluciones particulares:

$$x(t) = A_1 \cos(w_0 t) + A_2 \sin(w_0 t)$$

(Ecuación 15)

A_1 y A_2 son constantes a ser determinadas por las condiciones iniciales de desplazamiento y velocidad iniciales. Supongamos entonces que en el $t=0$ se ha desplazado la masa una distancia x_0 y fue soltada con una velocidad inicial V_0 :

$$x_0 = x(0) = A_1 \cos(w_0 0) + A_2 \sin(w_0 0)$$

Entonces llegaremos a la conclusión que la primera constante corresponde al desplazamiento inicial;

$$A_1 = x_0$$

Si derivamos la solución $x(t)$, para obtener la velocidad del sistema tenemos que:

$$v(t) = \dot{x}(t) = -w_0 x_0 \sin(w_0 t) + w_0 A_2 \cos(w_0 t)$$

Para el tiempo inicial $t=0$ tenemos que:

$$v_0 = v(0) = w_0 A_2$$

Donde v_0 representa a la velocidad inicial del sistema, entonces la segunda constante se compone de la relación entre la velocidad inicial y velocidad angular del sistema:

$$A_2 = \frac{v_0}{w_0}$$

Entonces podemos escribir la solución a la ecuación de movimiento como:

$$x(t) = x_0 \cos(w_0 t) + \frac{v_0}{w_0} \sin(w_0 t)$$

(Ecuación 16)

Es probable que el movimiento no comience en $x(0)=0$ y que la velocidad inicial tampoco sea 0. Si el desplazamiento inicial y la velocidad inicial no son igual a 0 se tiene un desfase ϕ el cual se debe tomar en cuenta para formular las soluciones particulares:

$$x(t) = A_1 \cos(\omega_0 t + \phi)$$

Donde A y ϕ son constantes determinadas por las condiciones iniciales y son:

$$A = \sqrt{x_0^2 + \left(\frac{v_0}{\omega_0}\right)^2}$$

$$\phi = \tan^{-1}\left(\frac{v_0}{\omega_0 x_0}\right)$$

Existe también una solución de tipo exponencial a la ecuación de onda:

$$x(t) = C e^{st}$$

Dónde C y S son constantes a ser determinadas, para lo cual reemplazamos la solución dentro de la ecuación general de movimiento:

$$m \left[\frac{d^2 C s^{st}}{dt^2} \right] + k C e^{st} = 0$$

Y después de algunos pasos de algebra tenemos que:

$$C e^{st} (mS^2 + k) = 0$$

En esta ecuación la constante C no puede ser 0 todo el tiempo por lo que la única otra solución posible es:

$$mS^2 + k = 0$$

En donde después de aplicar la solución general a la ecuación cuadrática:

$$S_{1,2} = \frac{0 \pm \sqrt{0 - 4mk}}{2m}$$

Obtenemos que:

$$S_{1,2} = \pm iw_0$$

Al remplazar esta constante en la solución de tipo exponencial que asumimos en un principio tenemos que:

$$x(t) = C_1 e^{iw_0 t}$$

$$x(t) = C_2 e^{-iw_0 t}$$

Estas dos ecuaciones satisfacen a la ecuación de movimiento que estamos estudiando, por tanto la solución general se puede ser escrita como una combinación de ambas soluciones, de este modo tenemos que:

$$x(t) = C_1 e^{iw_0 t} + C_2 e^{-iw_0 t}$$

(Ecuación 17)

Dónde:

C_1 y C_2 son constantes a ser determinadas por condiciones de iniciales de desplazamiento y velocidad

Cabe mencionar que para sistemas con mayor número de resortes habrá que considerarse en que arreglo han sido colocados. Así tenemos que para resortes ubicados en paralelo se sumaran sus coeficientes de rigidez k linealmente:

$$k_t = k_1 + k_2 + k_3 \dots k_n$$

Y para resortes en serie la suma del inverso de sus magnitudes:

$$\frac{1}{k_t} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2} + \frac{1}{k_3} + \dots + \frac{1}{k_n}$$

1.4.1.1 Frecuencia natural de vigas y barras en volado.

Dentro del estudio de la teoría básica de vibración se empieza con el sistema de oscilador simple, por lo general asumiendo que k pertenece a un resorte, debido a la facilidad de visualizar la deflexión estática que el resorte sufre al colocar la masa. En la práctica hay muchos elementos que pueden comportarse como resortes y que toman el valor de k del oscilador simple como por ejemplo las vigas y barras en volado.

1.4.1.1.1 Caso 1: Viga en volado con una carga en el extremo.

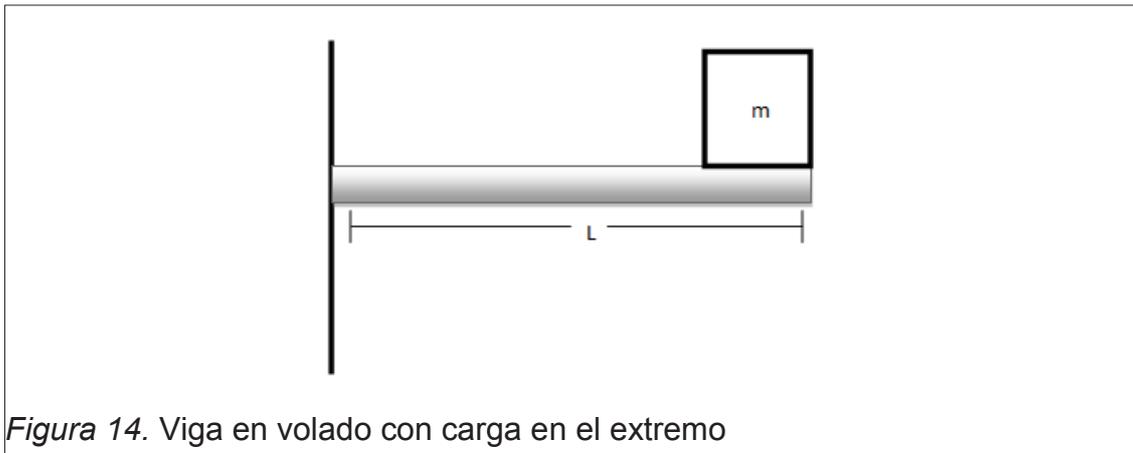


Figura 14. Viga en volado con carga en el extremo

Para vigas y barras en volado existen fórmulas muy bien establecidas para calcular la deflexión de acuerdo a la carga y características de la viga.

Para el caso de una viga con carga en un extremo, la deflexión estática es igual a:

$$X_e = \frac{PL}{3EI} [m]$$

Dónde:

$P = m \cdot g$ (masa por gravedad) [N].

L = longitud de la viga. [m].

E = Modulo de Young. [Pa].

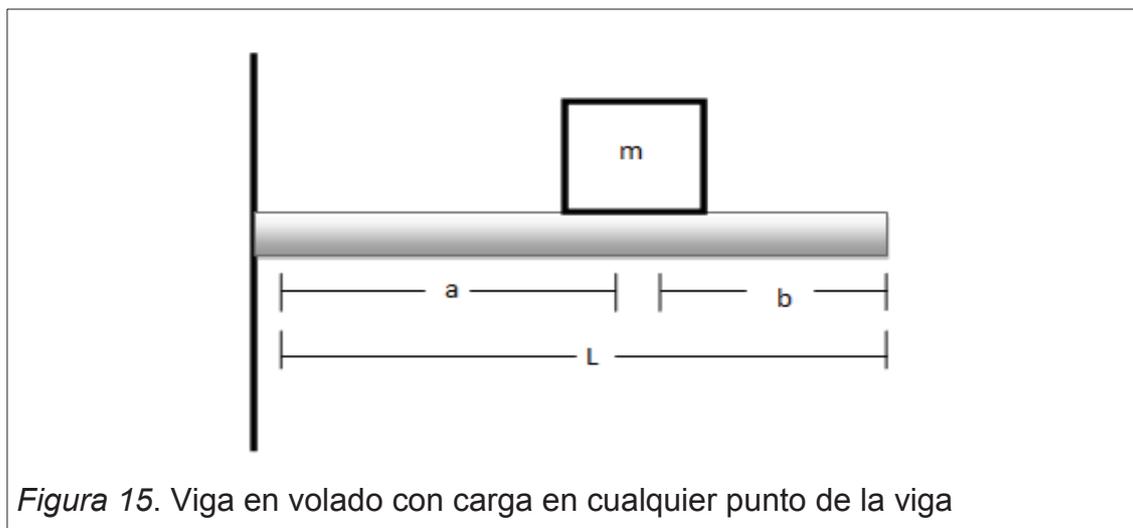
I = Momento de inercia de la sección transversal de la barra. [$kg \cdot m^2$].

Así también, la frecuencia natural está dada por:

$$f_n = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{3EI}{mL}} \text{ [Hz]}$$

(Ecuación 18)

1.4.1.1.2 Caso2: Viga en volado con carga en cualquier punto de la viga.



Para este caso.

$$X_e = \frac{Pa^2}{6EI} (3L - a)$$

y la frecuencia natural está dada por:

$$f_n = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{6EI}{ma^2(3L - a)}} \text{ [Hz]}$$

(Ecuación 19)

1.4.2 Vibración libre con amortiguamiento.

En realidad se considera al sistema del oscilador simple sin amortiguamiento para empezar a comprender la teoría de vibraciones, pero en la práctica casi todos los sistemas presentan cierto tipo de amortiguación. Producto de ello es que el movimiento oscilatorio termina después de cierto tiempo finito, cuando toda la energía se ha disipado.

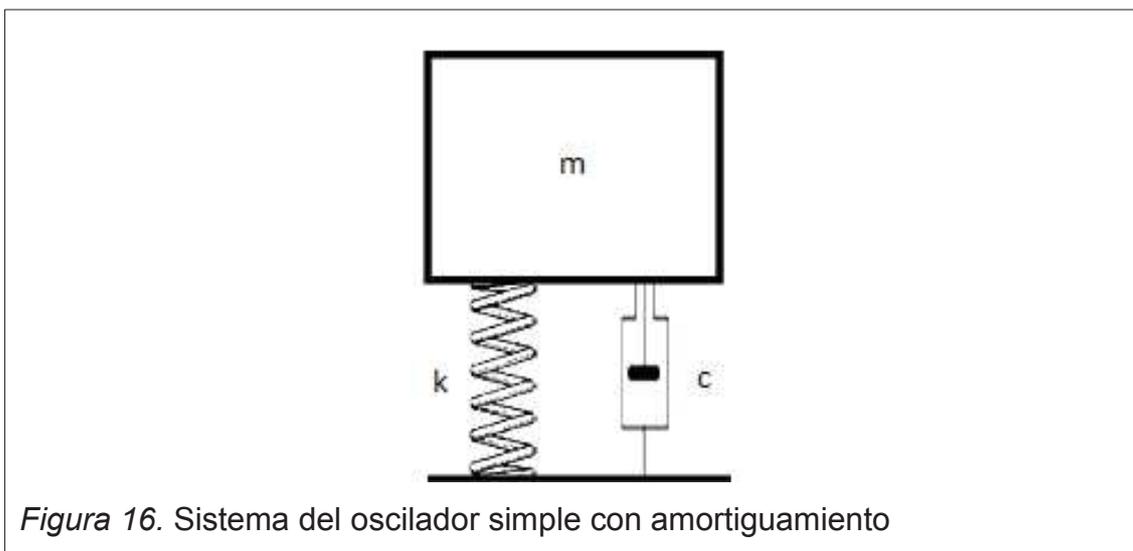


Figura 16. Sistema del oscilador simple con amortiguamiento

Existen algunos tipos de amortiguación, como la amortiguación viscosa que posee características lineales en su comportamiento, amortiguamiento friccional y amortiguamiento histerético el cual es propio e interno de cada material.

Para este estudio nos enfocaremos en el estudio de la amortiguación viscosa debido a sus propiedades lineales, es decir que la fuerza del amortiguador es directamente proporcional a la velocidad del sistema.

Fuerza del amortiguador:

$$F_c = -c\dot{x}$$

Luego de igualar las fuerzas del sistema, mismo que se mantiene en equilibrio tenemos que:

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = 0$$

(Ecuación 20)

Al igual que en el caso del oscilador simple sin amortiguamiento, a esta ecuación diferencial de segundo orden le podemos proponer una solución del tipo exponencial, del tipo:

$$x(t) = Qe^{st}$$

Luego de derivar y remplazar la solución $x(t)$ en la ecuación de movimiento amortiguado, tenemos que:

$$s^2mQe^{st} + scQe^{st} + kQe^{st} = 0$$

Lo cual da como resultado:

$$ms^2 + cs + k = 0$$

(Ecuación 21)

Para encontrar el valor de la constante s podemos utilizar la fórmula de la ecuación cuadrática de tal forma que:

$$s_{1,2} = \frac{-c \pm \sqrt{c^2 - 4mk}}{2m}$$

De este modo nos damos cuenta que la constante S posee dos valores distintos, lo cual se representa como:

$$x(t) = Qe^{s_1 t}$$

$$x(t) = Qe^{s_2 t}$$

El movimiento oscilatorio presentara movimientos hacia arriba y abajo de un solo eje, por lo cual la solución a la ecuación de movimiento, será una combinación de las dos soluciones particulares:

$$x(t) = Q_1 e^{s_1 t} + Q_2 e^{s_2 t}$$

Es decir:

$$x(t) = Q_1 e^{-\frac{c}{2m} - \sqrt{\left(\frac{c}{2m}\right)^2 - \frac{k}{m}} t} + Q_2 e^{-\frac{c}{2m} + \sqrt{\left(\frac{c}{2m}\right)^2 - \frac{k}{m}} t}$$

(Ecuación 22)

Si al discriminante de la función exponencial lo igualamos a 0 obtendremos la constante crítica de amortiguación C_c :

$$0 = \sqrt{\left(\frac{c}{2m}\right)^2 - \frac{k}{m}}$$

Entonces luego de algunos pasos de álgebra determinaremos que:

$$C = C_c = 2mw_0$$

Dónde:

C_c es la constante crítica de amortiguación

Bien podríamos establecer una relación entre la constante de amortiguamiento propio del sistema con relación a la constante crítica del sistema, a esta relación se la conoce como factor de amortiguación:

$$g = \frac{C}{C_c}$$

$$g = \frac{C}{2mw_0}$$

$$gw_0 = \frac{C}{2m}$$

Si ponemos la solución general a la ecuación de movimiento amortiguado en términos del factor de amortiguación tenemos que:

$$x(t) = Q_1 e^{(-g + \sqrt{g^2 - 1})w_0 t} + Q_2 e^{(-g - \sqrt{g^2 - 1})w_0 t}$$

(Ecuación 23)

Analizando esta ecuación, podemos ver que el movimiento del sistema depende del valor de la amortiguación y se pueden presentar los siguientes casos.

$$g = 0$$

$$g = 1$$

$$g < 1$$

$$g > 1$$

Para el caso que el factor de amortiguación $g=0$, obtendremos como resultado un sistema sin amortiguación, este caso ya fue analizado en el estudio del oscilador simple sin amortiguamiento.

1.4.2.1 Caso 1. Amortiguamiento Crítico.

$$g = 1 \rightarrow C = C_c$$

$$x(t) = Q_1 e^{-w_0 t} + Q_2 e^{w_0 t}$$

Debido a la doble raíz negativa $-w_0$ la solución es:

$$x(t) = [Q_1 + Q_2 t] e^{-w_0 t}$$

Luego de aplicar condiciones iniciales de desplazamiento y velocidad tenemos que:

$$Q_1 = x_0$$

$$Q_2 = \dot{x}_0 + w_0 x_0$$

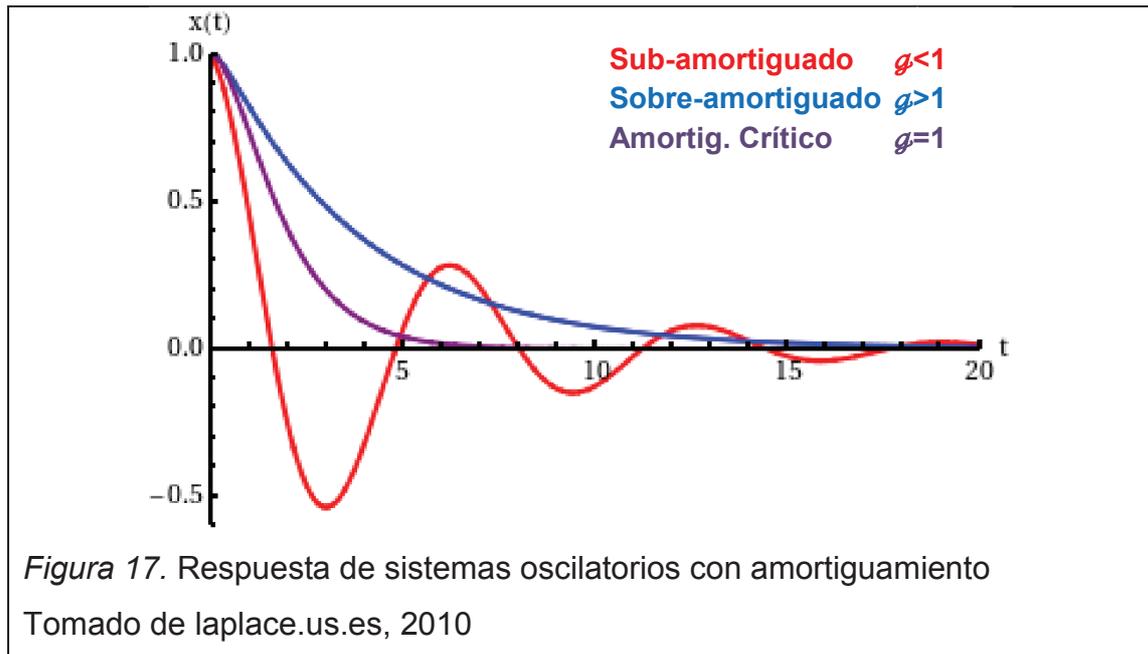
Entonces podemos escribir la solución así:

$$x(t) = [x_0 + (\dot{x}_0 + w_0 x_0)t] e^{-w_0 t}$$

(Ecuación 24)

En la Figura 17 podemos observar que el movimiento que se obtiene cuando $C=C_c$ es no oscilatorio, y en este caso el sistema vuelve a su posición de equilibrio en el tiempo más corto posible. Podemos ver también una comparación entre la respuesta de los tres posibles sistemas amortiguados.

Sistemas con amortiguamiento crítico tienen muchas aplicaciones en mecanismos reales, suspensión en vehículos, trenes de aterrizaje de aviones, sistemas de amortiguación para armas son comúnmente ejemplos de sistemas con amortiguamiento crítico.



1.4.2.2 Caso2: Sobre-amortiguamiento.

$$C > C_c$$

$$g > 1$$

Si conocemos que:

$$S_{1,2} = \left(-g \pm \sqrt{g^2 - 1}\right) w_0$$

Ya que asumimos que $g > 1$ entonces S_1 y S_2 son dos raíces reales y distintas, aplicando las condiciones iniciales de velocidad y desplazamiento inicial tenemos que:

$$Q_1 = \frac{x_0 w_0 (g + \sqrt{g^2 - 1}) + \dot{x}_0}{2 w_0 (\sqrt{g^2 - 1})}$$

$$Q_2 = \frac{-x_0 w_0 (\zeta + \sqrt{\zeta^2 - 1}) - \dot{x}_0}{2w_0 (\sqrt{\zeta^2 - 1})}$$

La solución final es entonces:

$$x(t) = \left[\frac{x_0 w_0 (\zeta + \sqrt{\zeta^2 - 1}) + \dot{x}_0}{2w_0 (\sqrt{\zeta^2 - 1})} \right] e^{(-\zeta + \sqrt{\zeta^2 - 1})w_0 t} + \left[\frac{-x_0 w_0 (\zeta + \sqrt{\zeta^2 - 1}) - \dot{x}_0}{2w_0 (\sqrt{\zeta^2 - 1})} \right] e^{(-\zeta - \sqrt{\zeta^2 - 1})w_0 t}$$

(Ecuación 25)

Para el caso de sobreamortiguamiento el movimiento es generalmente no oscilatorio y el sistema vuelve a su posición de equilibrio en un tiempo finito más largo que en el caso de amortiguamiento crítico. Este es un caso no deseable en el diseño de sistemas oscilatorios pero que se puede dar en condiciones específicas del proyecto.

1.4.2.3 Caso 3: Subamortiguamiento.

$$C_c = C$$

$$\zeta < 1$$

Para el caso de subamortiguamiento tenemos que en la ecuación

$$S_{1,2} = (-\zeta \pm \sqrt{\zeta^2 - 1}) w_0$$

Tiene una raíz negativa, entonces podemos escribir nuevamente la ecuación como:

$$S_{1,2} = (-\zeta \pm i\sqrt{1 - \zeta^2}) w_0$$

$$S_{1,2} = -\zeta w_0 \pm i\sqrt{1 - \zeta^2} w_0$$

Aquí introduciremos una nueva constante para el sistema:

$$\sqrt{1 - \zeta^2} w_0 = w_d$$

(Ecuación 26)

Dónde:

w_d = velocidad natural amortiguada

A partir de esta definición se puede obtener también las relaciones de frecuencia y periodo para este caso:

$$f_d = \frac{w_d}{2\pi}$$

$$T_d = \frac{1}{f_d}$$

Dónde:

f_d = frecuencia natural amortiguada.

T_d = periodo amortiguado

Entonces podremos expresar la solución final al substituir el valor de w_d en la solución exponencial:

$$x(t) = Q_1 e^{(-\zeta w_0 + i w_d)t} + Q_2 e^{(-\zeta w_0 - i w_d)t}$$

$$x(t) = e^{-\zeta w_0 t} (Q_1 e^{i w_d t} + Q_2 e^{-i w_d t})$$

(Ecuación 27)

Aplicando el teorema de exponenciales a trigonométricas tenemos:

$$x(t) = e^{-\zeta w_0 t} [(Q_1 + Q_2) \cos(w_0 t) + i(Q_1 - Q_2) \sin(w_0 t)]$$

$$x(t) = e^{-\zeta w_0 t} [A_1 \cos(w_0 t) + A_2 \sin(w_0 t)]$$

Dónde:

$$A_1 = Q_1 + Q_2$$

$$A_2 = Q_1 - Q_2$$

Para encontrar los valores A_1 y A_2 en la ecuación anterior se utiliza las condiciones iniciales de velocidad y desplazamiento:

$$x(0) = x_0 \rightarrow x_0 A_1$$

$$\dot{x}_0 = -\mathcal{G}w_0 A_1 + iw_0 A_2$$

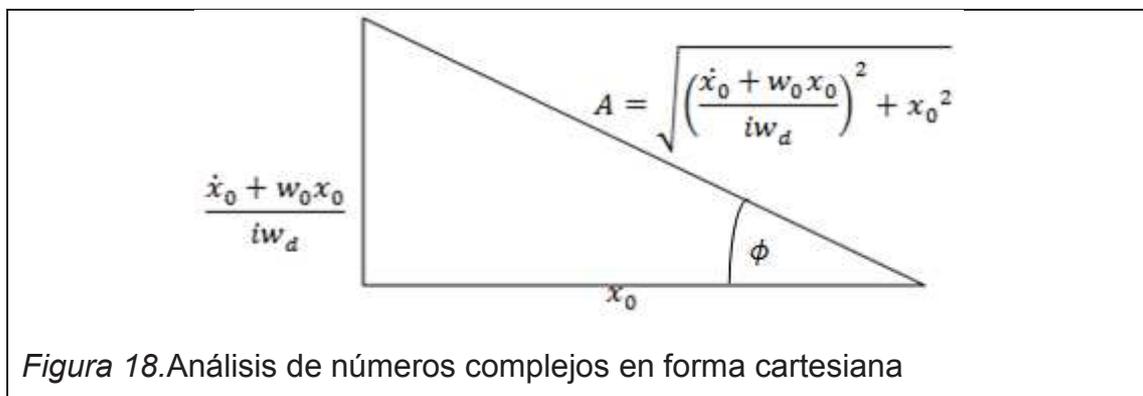
$$A_2 = \frac{\dot{x}_0 + \mathcal{G}w_0 x_0}{iw_d}$$

Entonces la solución final del sistema es:

$$x(t) = e^{-\mathcal{G}w_0 t} \left[x_0 \cos(w_d t) + \frac{\dot{x}_0 + \mathcal{G}w_0 x_0}{iw_d} \sin(w_d t) \right]$$

(Ecuación 28)

Se puede obtener otra forma de la ecuación anterior haciendo un análisis de números complejos, como se muestra en la figura 18.



$$A_1 = A \cos \phi$$

$$A_2 = A \sin \phi$$

$$\phi = \tan^{-1} \left(\frac{\frac{\dot{x}_0 + \mathcal{G}w_0 x_0}{iw_d}}{x_0} \right)$$

Reemplazando las ecuaciones anteriores de A1 y A2 en la solución final del sistema, se llega a las siguientes soluciones:

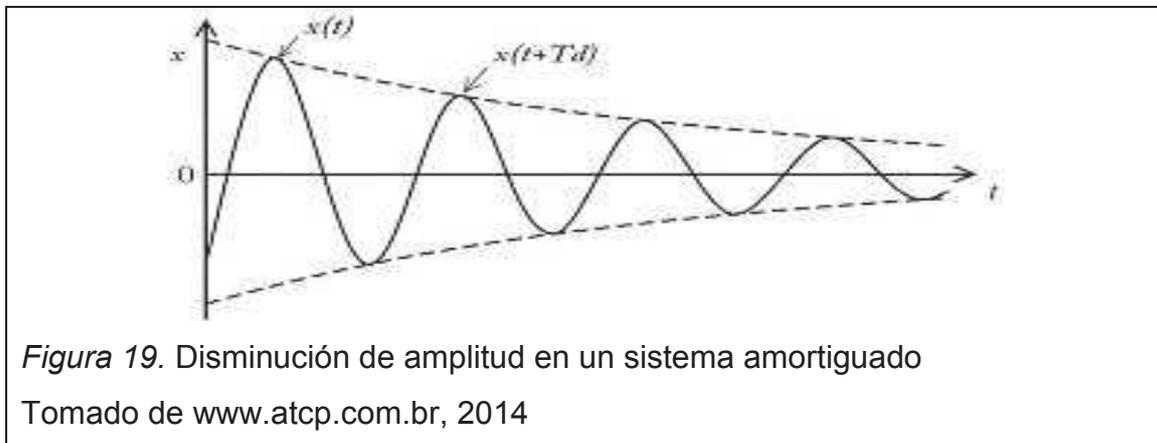
$$x(t) = Ae^{-\zeta\omega_0 t} \sin(\omega_d t + \phi)$$

(Ecuación 29)

$$x(t) = Ae^{-\zeta\omega_0 t} \cos(\omega_d t - \phi)$$

(Ecuación 30)

El grafico para la solución final se muestra así:



Tanto la figura 19 como la las ecuaciones que forman la solución final del sistema muestran que el sistema disminuye su amplitud armónicamente con el tiempo hasta regresar a su posición de equilibrio en un tiempo finito.

1.4.2.4 Decaimiento Logarítmico (δ).

Representa la razón de cambio de la amplitud del sistema dentro de un periodo de tiempo T cuando $\zeta < 1$, es decir:

$$\frac{x(t_1)}{x(t_2)} = \frac{Ae^{-\zeta\omega_0 t_1} \cos(\omega_d t_1 - \phi)}{Ae^{-\zeta\omega_0 t_2} \sin(\omega_d t_2 - \phi)}$$

(Ecuación 31)

$$t_2 = t_1 + T_d$$

Dónde:

$$T_d = \frac{2\pi}{w_d} [s]$$

$$\cos(w_d t_1 - \phi) = \cos[w_d(t_1 + T_d) - \phi] = \cos(2\pi + w_d t_1 - \phi)$$

$$\cos(2\pi + w_d t_1 - \phi) = \cos(w_d t_1 - \phi)$$

$$\frac{x_1}{x_2} = \frac{e^{-g w_0 t_1}}{e^{-g w_0 (t_1 + T_d)}} = e^{g w_0 T_d}$$

Despejando se obtiene el decaimiento logarítmico:

$$\delta = \ln\left(\frac{x_1}{x_2}\right) = g W_d T_d$$

(Ecuación 32)

Dónde:

$$T_d = \frac{2\pi}{(\sqrt{1-g^2})w_0}$$

Lo que también se puede expresar como:

$$\delta = \frac{2\pi}{w_d} * \frac{c}{2m}$$

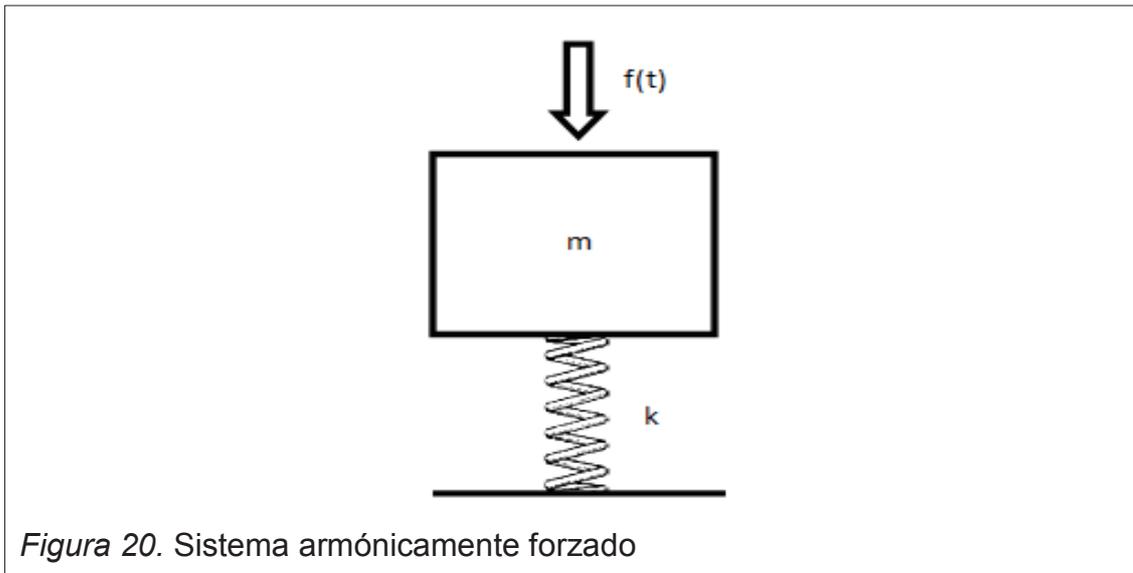
(Ecuación 33)

Para muchos casos reales los valores de amortiguación son muy pequeños, es decir, $g \ll 1$, para este caso podremos expresar el decaimiento logarítmico como:

$$\delta = 2\pi g$$

1.4.3 Vibración Forzada sin amortiguación.

A menudo uno se puede encontrar con fuerzas externas que actúan sobre el sistema masa resorte de tipo armónica, periódica o aleatoria. En este caso estudiaremos las ecuaciones que definen el movimiento de vibración armónicamente forzada.



Si tenemos una fuerza:

$$f(t) = F_0 \cos(\omega t)$$

Entonces podemos volver a escribir la ecuación de movimiento como:

$$m\ddot{x} + kx = F_0 \cos(\omega t)$$

(Ecuación 34)

Dado que la fuerza que estamos asumiendo es armónica, entonces la solución también deberá ser armónica y deberá tener la misma velocidad angular ω que excita al sistema, entonces podemos asumir la solución:

$$x(t) = X_m \cos(\omega t)$$

Al derivar dos veces esta solución y remplazarla en la ecuación de movimiento tenemos que:

$$-w^2 m X_m \cos(wt) + k X_m \cos(wt) = F \cos(wt)$$

$$-w^2 m X_m + X_m = F$$

$$X_m = \frac{F}{-w^2 m + k}$$

(Ecuación 35)

Dónde:

X_m =Amplitud máxima del desplazamiento

F=Amplitud de la fuerza impuesta

Podemos obtener otra forma de la ecuación 35 si la multiplicamos por 1 en términos de su rigidez (k/k) entonces:

$$X_m = \frac{\frac{F}{k}}{-\frac{w^2 m}{k} + \frac{k}{k}}$$

$$X_m = \frac{F}{k \left[1 - \left(\frac{w}{w_0} \right)^2 \right]}$$

(Ecuación 36)

Dónde:

w = velocidad angular de la fuerza impuesta

w_0 = velocidad angular del sistema

El término (w/w_0) podría incurrir dentro de tres posibles resultados.

1.4.3.1 si $0 < (w/w_0) < 1$.

En este caso el denominador de la ecuación 36 es positivo lo cual quiere decir que el desplazamiento armónico del sistema está en fase con el de la fuerza impuesta.

1.4.3.2 si $(w/w_0) > 1$.

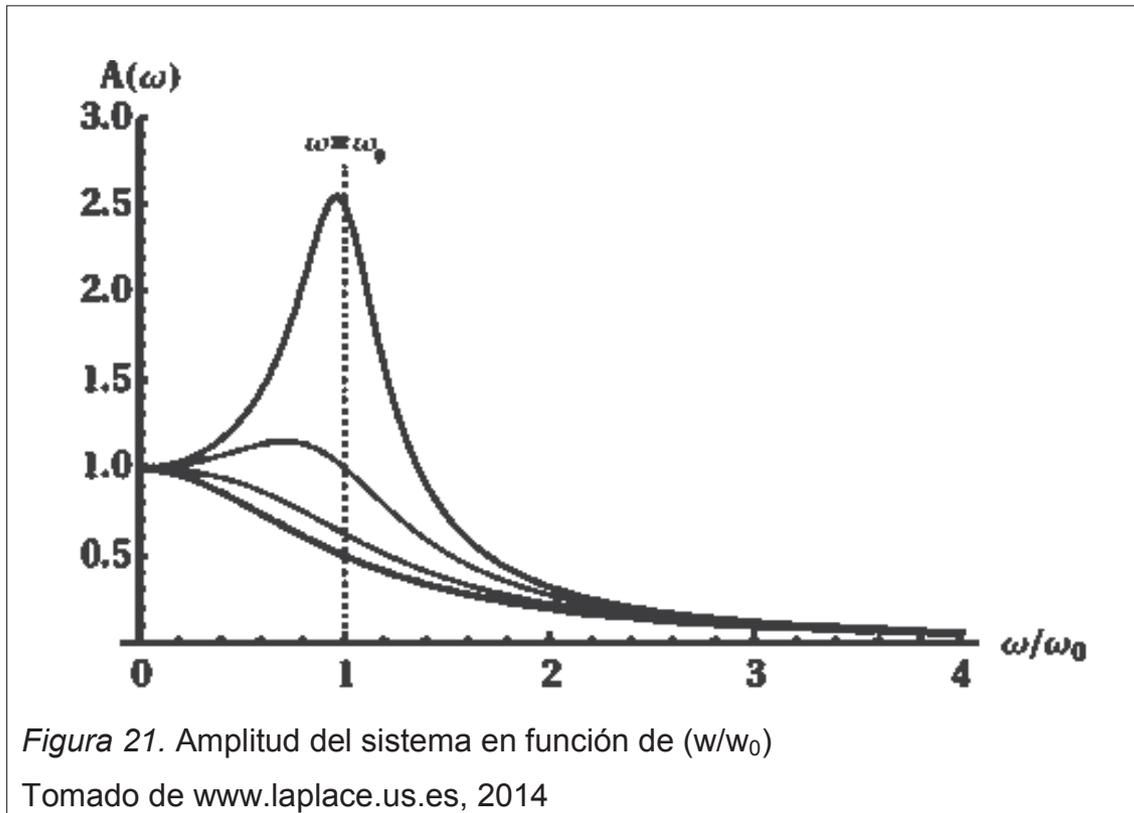
Entonces el denominador de la ecuación 36 es negativo, lo que significa que el desplazamiento del sistema tiene un desfase de 180° con respecto al de la fuerza.

1.4.3.3 si $(w/w_0) = 1$.

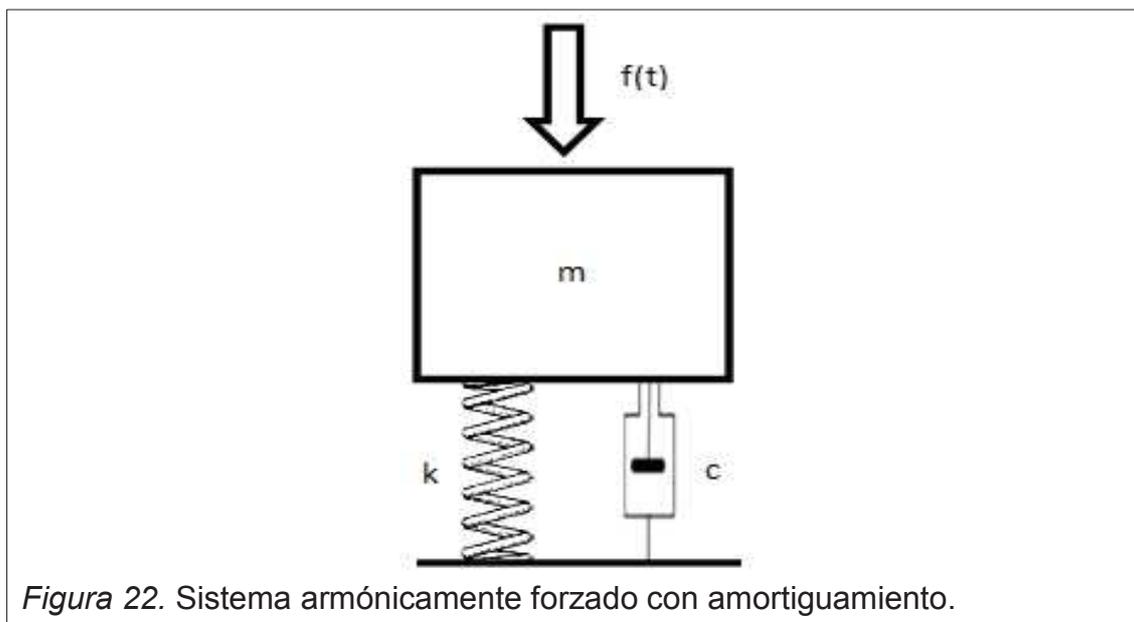
En este caso el denominador de la ecuación 36 es 0, lo que hace que la amplitud del sistema se haga infinita en el tiempo.

1.4.3.3.1 Resonancia.

Al caso particular que la velocidad angular del sistema coincida con la velocidad angular de la fuerza impuesta lo llamaremos resonancia. Resonancia es cuando el sistema oscilara en su mayor amplitud en el tiempo. En el sistema sin amortiguación, el cual es solo un modelo matemático, la amplitud del sistema se hace infinita en el tiempo debido a que el modelo no tiene amortiguamiento, que es donde se disipa la energía. En casos reales siempre existe amortiguamiento por lo tanto la amplitud del sistema nunca podrá ser infinita, y regresará a su posición de equilibrio después de un tiempo finito.



1.4.4 Vibración forzada con amortiguamiento.



Al agregar amortiguamiento al sistema de vibración forzada, tenemos que:

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = Fe^{i\omega t}$$

(Ecuación 37)

Al derivar la solución $Fe^{i\omega t}$ y reemplazarla en la ecuación de movimiento del sistema tenemos que:

$$-w^2mX_me^{i\omega t} + iwcX_me^{i\omega t} + kX_me^{i\omega t} = Fe^{i\omega t}$$

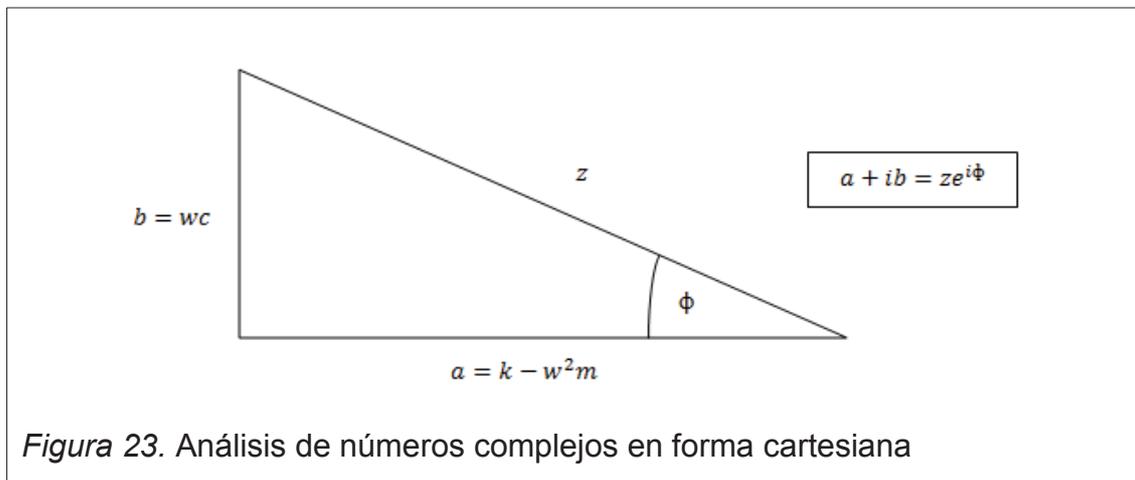
$$X_m[-w^2m + iwc + k] = F$$

$$X_m = \frac{F}{-w^2 + imc + k}$$

$$X_m = \frac{F}{(k - w^2m) + iwc}$$

(Ecuación 38)

En la ecuación 38, la cual expresa la amplitud del desplazamiento, tiene en su denominador un término imaginario, para el análisis de esta ecuación desglosaremos el término complejo en forma cartesiana como se muestra en la figura 23.



$$z = \sqrt{(k - w^2m)^2 + (wc)^2}e^{i\phi}$$

$$\phi = \tan^{-1} \left[\frac{wc}{k - w^2m} \right]$$

Al remplazar los valores de z y ϕ en la ecuación 38 tenemos que:

$$x(t) = \frac{F}{\sqrt{(k - w^2m)^2 + (wc)^2}} e^{i(wt - \phi)}$$

(Ecuación 39)

Al tomar la parte real de la ecuación 39 se obtiene:

$$x(t) = \frac{F}{\sqrt{(k - w^2m)^2 + (wc)^2}} \cos \left[wt - \tan^{-1} \left(\frac{wc}{k - w^2m} \right) \right]$$

(Ecuación 40)

El ángulo ϕ representa el desfase entre la fuerza impuesta y las fuerzas reactivas del sistema.

Podemos escribir la solución en términos del amortiguamiento, sí:

$$\phi = \frac{C}{C_c}$$

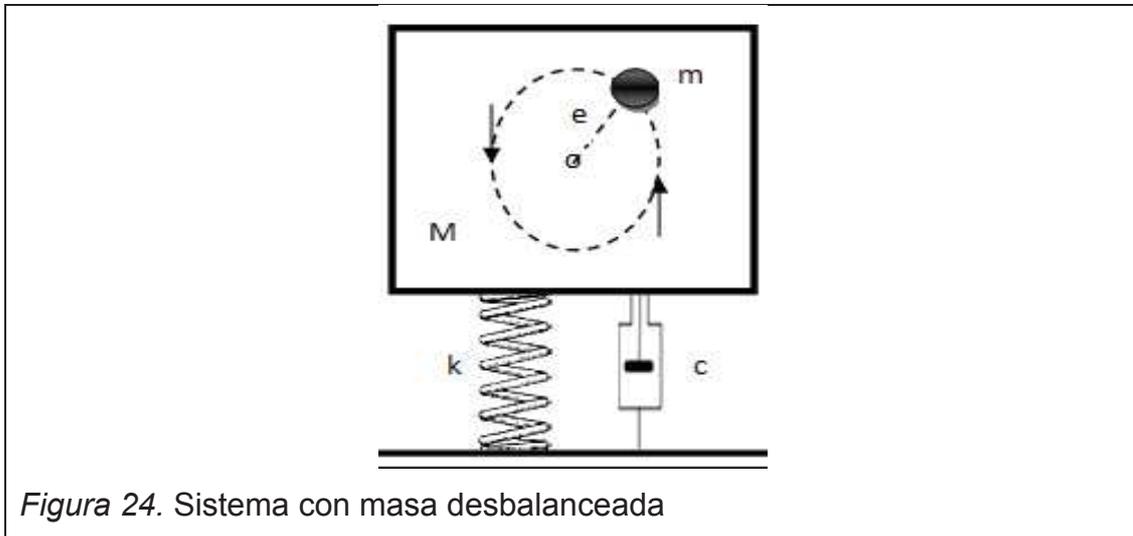
$$q = \frac{w}{w_0}$$

Entonces podemos volver a escribir la ecuación 40 como:

$$x(t) = \frac{F}{k[(1 - q^2)^2 + (2q\phi)^2]^{\frac{1}{2}}} \cos \left[wt - \tan^{-1} \left(\frac{2q\phi}{1 - q^2} \right) \right]$$

(Ecuación 41)

1.4.5 Vibración causada por el funcionamiento de máquinas desbalanceadas.



1.4.5.1 Tipos de desbalanceo

- No inherente: causado por falla interna de una pieza giratoria.
- Inherente: causado por el movimiento de pistones en máquinas de combustión interna, o por desbalanceo de rotor en máquinas eléctricas por ejemplo, debido a tolerancias en la construcción.

La fuerza causada por la masa desbalanceada es:

$$F = ma_c$$

Dónde:

a_c =aceleración centrípeta de la fuerza impuesta ($a_c=w^2e_c$)

Entonces podemos describir a la fuerza como:

$$F = mw^2e_c$$

Dónde:

$$w=2\pi f \left[\frac{rad}{s} \right]$$

$$f = \left(\frac{RPM}{60}\right) [Hz]$$

RPM=revoluciones por minuto

Entonces al escribir la ecuación de movimiento para un sistema armónicamente forzado con amortiguación, considerando la aceleración centrípeta de la masa desbalanceada y de su excentricidad tenemos que:

$$M\ddot{x} + c\dot{x} + kx = mw^2 e_c e^{iwt}$$

(Ecuación 42)

Al suponer una solución del tipo:

$$x(t) = X_m e^{iwt}$$

Llegaremos a que la solución final es exactamente igual a la solución del caso de vibración armónicamente forzado, el cual en términos de su amortiguamiento y considerando la aceleración centrípeta sería;

$$x(t) = \frac{mew^2}{k[(1-q^2)^2 + (2q\phi)^2]^{\frac{1}{2}}} \cos \left[wt - \tan^{-1} \left(\frac{2q\phi}{1-q} \right) \right]$$

(Ecuación 43)

Y luego de multiplicar el término constante (mew^2/k) por 1, es decir (w_0/w_0) podemos expresar la solución como:

$$x(t) = \frac{meq^2}{M} \left[\frac{1}{k[(1-q^2)^2 + (2q\phi)^2]^{\frac{1}{2}}} \right] \cos \left[wt - \tan^{-1} \left(\frac{2q\phi}{1-q} \right) \right]$$

(Ecuación 44)

La ecuación 44 nos muestra que la amplitud de vibración del sistema es:

$$X_m = \frac{meq^2}{M} \left[\frac{1}{k[(1-q^2)^2 + (2q\phi)^2]^{\frac{1}{2}}} \right]$$

Luego de analizar la ecuación que muestra la amplitud del sistema uno podría concluir que se puede reducir la amplitud de vibración del sistema disminuyendo la masa desbalanceada m o a su vez la excentricidad e . Valores pequeños de q se obtienen con una velocidad angular mayor a la de la impuesta, es decir, $w_o > w$, además cabe mencionar que también podemos afectar a la amplitud de la variación si aumentamos la masa total M de la maquinaria:

1.4.5.2 Niveles de vibración de maquinarias.

El estándar más utilizado para evaluar la severidad de vibración de máquinas es la ISO2372, este estándar separa maquinarias en 4 clases y la severidad de vibración en cada grupo se clasifica en bueno, aceptable, tolerable, no aceptable.

Tabla 1. Niveles de vibración que pueden ser asociados como referencia para evaluar la severidad de vibración.

Impresión	V_{max} (mm/s)	L_v (dB)// $20\log(V/V_{ref})$ $V_{ref}=10$ (um/s)
Muy alto	>16	>124
Alto	8-16	118-124
Poco alto	4-8	112-118
Aceptable	2-4	106-112
Bien	1-2	100-105
Muy bien	0.5-1	94-100
Suave	0.25-0.5	88-94
Muy suave	0.125-0.25	82-88
Excelente	<0.125	<82

1.4.6 Descriptores de Aislamiento.

1.4.6.1 Transmisibilidad.

Uno de los aspectos más importantes del control de vibraciones aplicado a la acústica es la reducción de la fuerza transmitida a la base o soporte del sistema. Esto debido a que la energía que se transmite al soporte puede producir ruido.

El objetivo de diseño es que la fuerza transmitida a la base sea la mínima posible.

En el caso del sistema armónicamente forzado con amortiguamiento viscoso tenemos que la fuerza impuesta es:

$$f_i(t) = F e^{i\omega t}$$

Y solución a la ecuación de movimiento:

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = F e^{i\omega t}$$

Es:

$$x(t) = X_m e^{i\omega t}$$

Conocemos también que la amplitud de la vibración está dada por:

$$X_m = \frac{F}{\left[\sqrt{(k - \omega^2 m)^2 + (\omega c)^2} \right] e^{i\phi}}$$

Al observar un sistema con amortiguamiento, podemos notar que la fuerza total transmitida a la base será la suma de las fuerzas de los elementos que soportan al sistema:

$$F_{tt} = F_k + F_c$$

(Ecuación 45)

Dónde:

F_{tt} =fuerza total transmitida.

F_k =fuerza que soporta el resorte

F_c =fuerza que soporta el amortiguador.

Se define transmisibilidad como la razón entre la fuerza total transmitida a la base y la fuerza impuesta en el sistema:

$$T = \frac{F_{tt}}{f_i(t)}$$

(Ecuación 46)

En este caso:

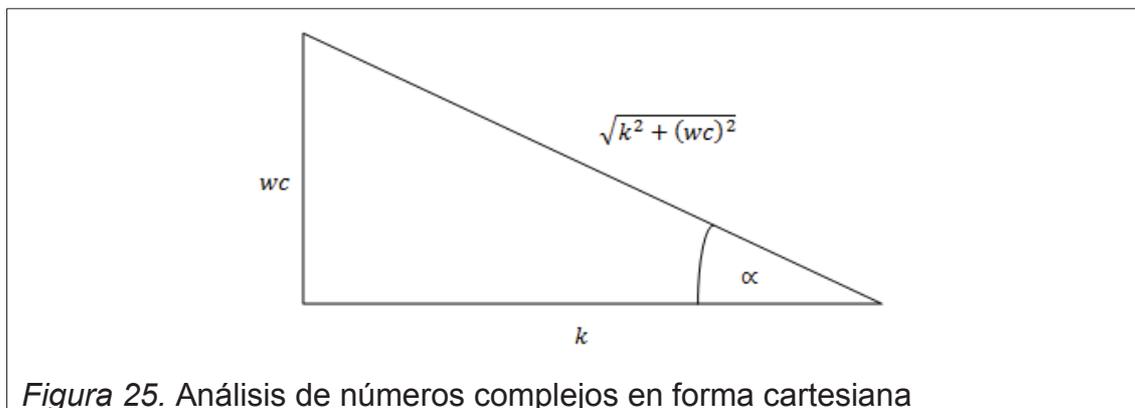
$$T = \frac{F_k + F_c}{F e^{i\omega t}}$$

$$T = \frac{i\omega c X_m e^{i\omega t} + k X_m e^{i\omega t}}{F e^{i\omega t}}$$

$$T = \frac{X_m (i\omega c + k)}{F}$$

(Ecuación 47)

Si realizamos un análisis de números complejos, tenemos que:



$$T = \frac{X_m \left[\sqrt{k^2 + (wc)^2} \right] e^{i\alpha}}{F}$$

Al reemplazar el valor de la amplitud del desplazamiento X_m , tenemos que:

$$T = \frac{\sqrt{k^2 + (wc)^2}}{\sqrt{(k - w^2m)^2 + (cw)^2}} e^{i(\alpha - \phi)}$$

(Ecuación 48)

Para análisis de transmisibilidad es de interés solamente el módulo de la ecuación anterior, el mismo que considerando $g=(C/C_c)$ y $q=(w/w_o)$, se puede escribir así:

$$|T| = \frac{\sqrt{1 + (2gq)^2}}{\sqrt{(1 - q^2)^2 + (2gq)^2}}$$

(Ecuación 49)

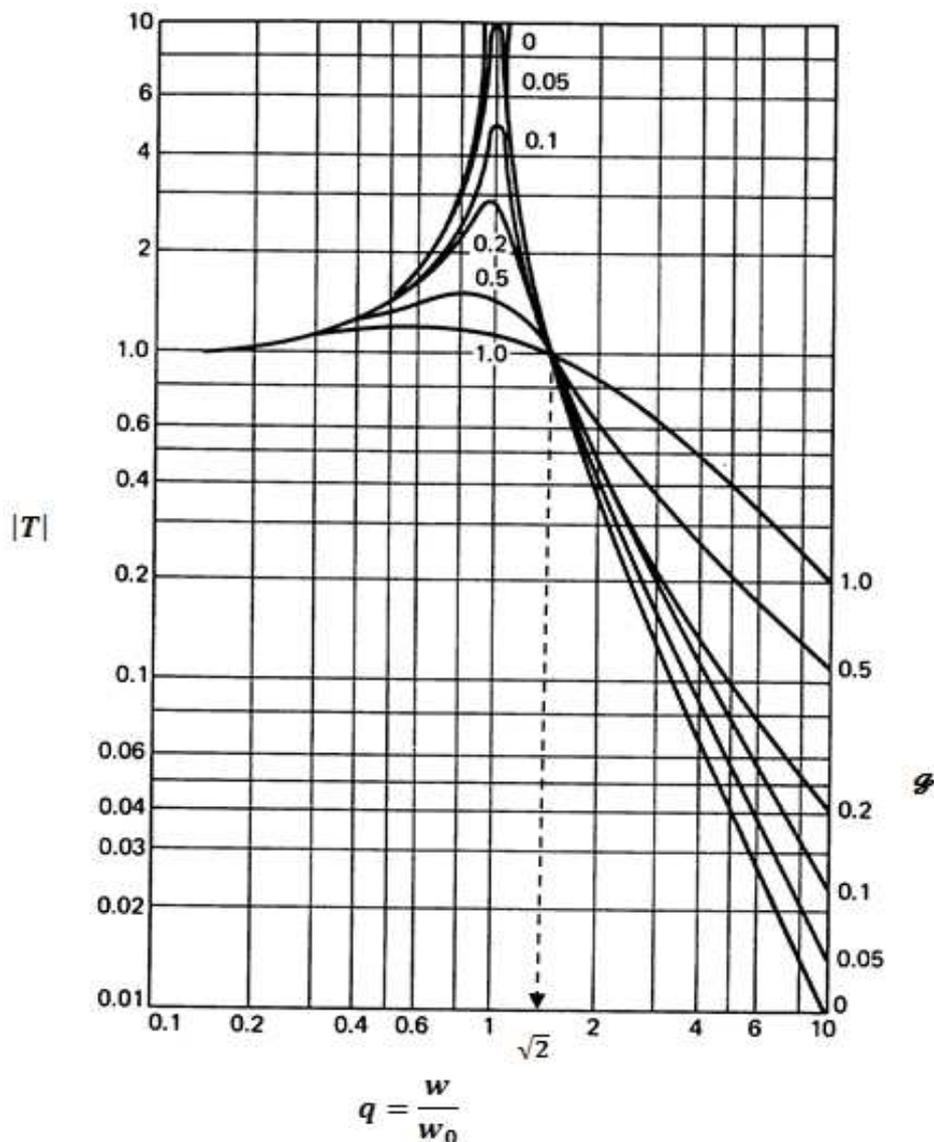


Figura 26. Transmisibilidad en función de la velocidad angular del sistema
Tomado de www.forums.audioholics.com, 2014

De la Figura 26 se puede decir que la zona más segura para que la máquina funcione está a partir de $q = \sqrt{2}$, pues por encima de ello, la transmisibilidad se reduce. No es recomendable que la máquina funcione a velocidades por debajo de $q = 1$, pues lo más probable es que la amplitud de la transmisibilidad se amplifique.

1.4.6.2 VIE (Vibration Isolation Efficiency).

VIE es un término comúnmente utilizado en la rama de control de vibraciones, se lo utiliza para cuantificar en términos de porcentaje la cantidad de fuerza que no es transmitida a la base, de este modo se puede establecer una relación entre VIE y transmisibilidad T :

$$VIE + |T| = 1$$

(Ecuación 50)

VIE es comúnmente expresada en porcentaje (%), es decir:

$$VIE = 100(1 - |T|)$$

$$VIE = 100 \left(1 - \sqrt{\frac{1 + (2\zeta q)^2}{(1 - q^2)^2 + (2\zeta q)^2}} \right)$$

(Ecuación 51)

1.4.6.3 Vibración transmitida desde la base.

En algunos casos, se requiere controlar la vibración y fuerza transmitida a un sistema cuando la vibración se origina en la base que soporta al sistema.

1.4.6.3.1 Transmisibilidad de desplazamiento (T_d).

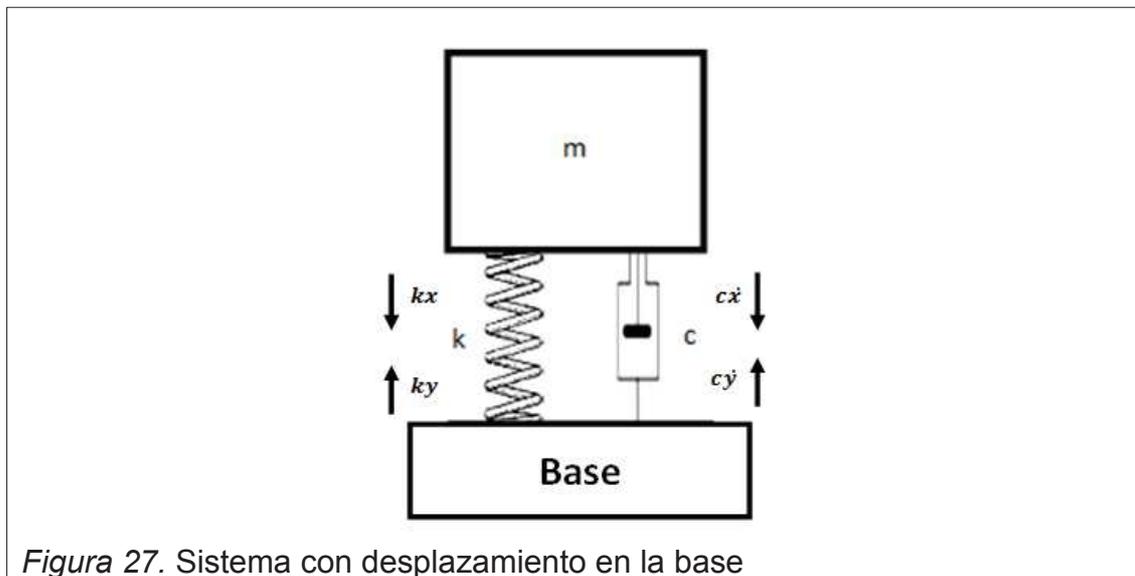


Figura 27. Sistema con desplazamiento en la base

Si tenemos un desplazamiento armónico del sistema:

$$x(t) = X_m e^{i\omega t}$$

Y a su vez tenemos una vibración armónica de la base que lo soporta:

$$y(t) = Y_m e^{i\omega t}$$

Definiremos la transmisibilidad del desplazamiento como la razón entre el desplazamiento del sistema y el desplazamiento de la base que vibra también:

$$T_d = \frac{X_m}{Y_m}$$

(Ecuación 52)

Al establecer la ecuación de movimiento tendremos que:

$$m\ddot{x} + c(\dot{x} + \dot{y}) + k(x + y) = 0$$

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = c\dot{y} + ky$$

Luego de derivar las soluciones armónicas que supusimos tanto para el sistema como para la base, y sustituirlas en la ecuación de movimiento tenemos que:

$$-w^2mX_me^{iwt} + iwcX_me^{iwt} + kX_me^{iwt} = kY_me^{iwt} + iwcY_me^{iwt}$$

$$X_m[(k - w^2m) + iwc] = Y_m[k + iwc]$$

$$\frac{X_m}{Y_m} = \frac{[k + iwc]}{[(k - w^2m) + iwc]}$$

(Ecuación 53)

Al desglosar los términos complejos tanto de X_m como de Y_m en coordenadas cartesianas tenemos que.

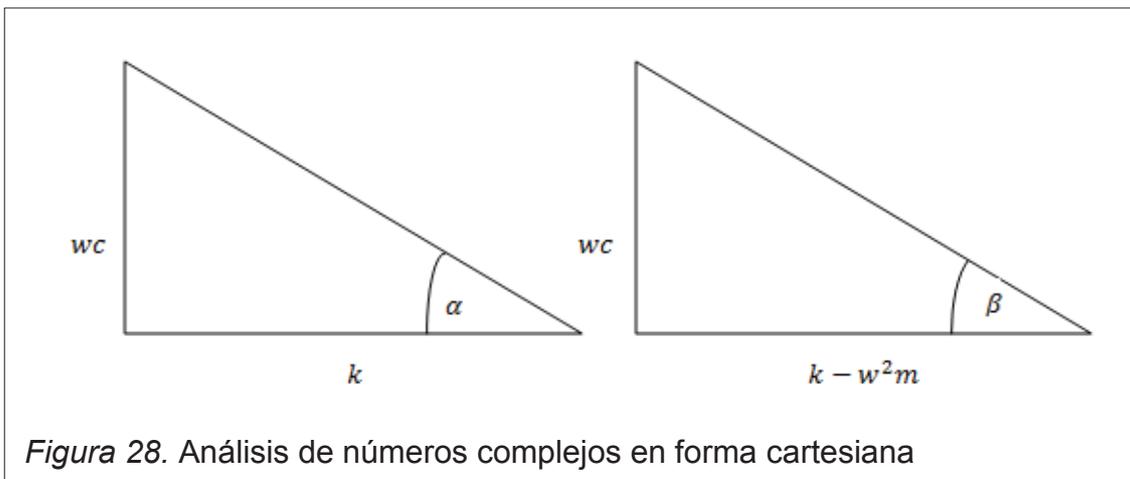


Figura 28. Análisis de números complejos en forma cartesiana

Entonces se puede volver a escribir la relación de amplitudes como:

$$T_d = \frac{X_m}{Y_m} = \left\{ \frac{[k^2 + (wc)^2]}{[(k - w^2m)^2 + (wc)^2]} \right\} e^{i(\alpha - \beta)}$$

(Ecuación 54)

Para analizar la transmisibilidad del desplazamiento se utiliza únicamente el módulo de la ecuación anterior, considerando que $\mathcal{G}=(C/C_c)$ y $q=(w/w_0)$, podemos expresar T_d así:

$$|T| = \left| \frac{X_m}{Y_m} \right| = \sqrt{\frac{1 + (2\mathcal{G}q)^2}{(1 - q^2)^2 + (2\mathcal{G}q)^2}}$$

(Ecuación 55)

2. METODOLOGÍA.

2.1Diseño del prototipo.

El diseño del prototipo consiste en predecir aproximadamente la frecuencia natural del sistema. Luego con un variador de frecuencia, someteremos al motor a distintas frecuencias de rotación para comprobar si el fenómeno de resonancia ocurre aproximadamente en la frecuencia que predijimos inicialmente.

El proyecto considera dos diseños para comprobar si es predecible el comportamiento del sistema con distinta rigidez. En los dos diseños plantearemos una hipotética velocidad de funcionamiento para la cual deseamos que la transmisibilidad sea baja. Entonces en cada caso diseñaremos un sistema con una frecuencia natural menor a la de la frecuencia impuesta, buscando de este modo obtener valores recomendables $q > \sqrt{2}$. Ver Figura 26.

La masa del sistema, es la masa del motor y es de $M=20$ [Kg].

2.1.1Primer diseño.

Para el primer ejemplo de diseño consideraremos que el motor debe funcionar a una velocidad de 810[rpm] es decir la frecuencia de la fuerza impuesta será de 13.5 [Hz].Por consiguiente, la velocidad angular de la fuerza impuesta será de $w=84.82$ [rad/s]

Tal como se ilustra en la Figura 26, la transmisibilidad disminuye a partir que la razón “ q ” entre la velocidad angular del sistema y la velocidad angular de la fuerza impuesta sea mayor que $\sqrt{2}$, es decir.

$$q = \frac{w}{w_0}$$

$$q > \sqrt{2}$$

La reducción de transmisibilidad se vuelve más eficiente con valores más altos de “ q ”.

Para el primer ejemplo, se escogió una frecuencia natural “ f_n ” = 7[Hz] y se determinara la rigidez necesaria para este caso.

Si sabemos que:

$$f_n = \frac{1}{2\pi} w_0 [\text{Hz}] \text{ y} \quad (\text{Ecuación 56})$$

$$w_0 = \sqrt{\frac{k}{M}} \quad (\text{Ecuación 57})$$

Entonces podemos remplazar los datos en la Ecuación 56 y resolver la igualdad para encontrar la rigidez total del sistema

$$7 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k_t}{20}} \quad (\text{Ecuación 58})$$

Dónde:

k_t = rigidez total del sistema. $\left[\frac{N}{m}\right]$

Luego de despejar la Ecuación 58 para k_t , tenemos la rigidez total del sistema, si sabemos que $k_t = 4k_i$ entonces es fácilmente deducible el valor de k_i .

$$k_t = 38688.8 \left[\frac{N}{m}\right]$$

$$k_i = 9672.21 \left[\frac{N}{m}\right]$$

Luego de obtener el valor de “ k_i ”, fue necesario calcular la deflexión estática, que cada uno soportaría. En el medio local los resortes se fabrican artesanalmente, por consiguiente no existe una referencia “ k ” asociado a la

rigidez de los mismos. Tampoco poseen especificaciones acerca de la deflexión estática, o la máxima carga posible que estos puedan soportar.

Para el caso específico de este proyecto, se calculó la deflexión estática “ x_e ” de los resortes anteriormente obtenidos, para una masa de 4[Kg], es decir.

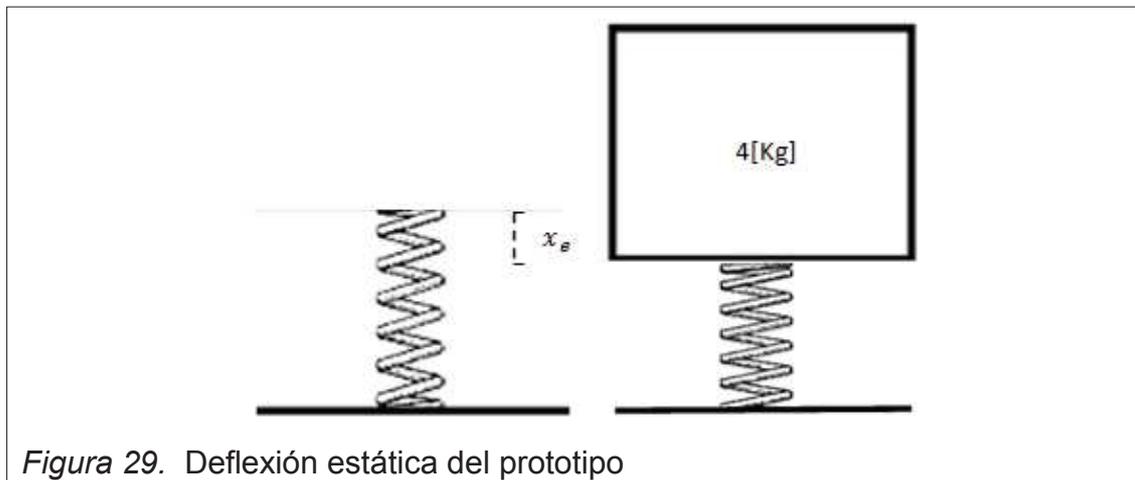


Figura 29. Deflexión estática del prototipo

Entonces, al igualar las fuerzas del sistema:

$$mg = kx_e$$

Considerando un solo resorte para el cálculo de la deflexión estática, tenemos que:

$$x_e = \frac{mg}{k_i}$$

$$x_e = \frac{(4 * 9.8)}{9672.21}$$

$$x_e = 4.05[mm]$$

Esto quiere decir que para conseguir una frecuencia natural de 7[Hz] en un sistema con $M=20$ [Kg], es necesario 4 resortes réplicas de uno que se deflexione 4[mm] al aplicar una masa de 4[Kg].

Sin embargo, luego de diseñar el sistema de una base de inercia con los resortes calculados, luego de medir la deflexión estática de los resortes y

someterlos a las pruebas, el sistema no experimenta resonancia exactamente en los 7[Hz].

El máximo desplazamiento visible se encuentra cuando el variador de frecuencia que controla al motor eléctrico de 1[HP] muestra 407[rpm], lo cual implica que la frecuencia de resonancia se produce a los 6.78 [Hz].

Esta pequeña desviación y error entre los cálculos y el experimento puede explicarse mayormente desde el punto de vista de la incertidumbre al momento de evaluar los 4.05 [mm] con la vista. Es difícil alcanzar una buena precisión en distancias tan pequeñas sólo con la vista humana. La incertidumbre debida al flexómetro, utilizado al momento de medir la deflexión estática, probablemente fue otro factor que influyó en la desviación.

Si la frecuencia de resonancia es de 6.78 [Hz] entonces volviendo a calcular la rigidez aproximada de los resortes tenemos que:

$$6.78 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k_t}{20}}$$

$$k_t = 36295.19$$

$$k_i = 9073.79$$

A partir de esta mejor aproximación de la rigidez real del sistema podemos establecer el parámetro de velocidad angular, w_0 .

$$w_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

$$w_0 = \sqrt{\frac{36295.19}{20}}$$

$$w_0 = 42.59 \left[\frac{rad}{s} \right]$$

Entonces.

$$q = \frac{w}{w_0}$$

$$q = \frac{84.82}{42.59}$$

$$q = 1.9911 \approx 2$$

Si tenemos que $q=2$ entonces podemos ver en la Figura 26 que el valor correspondiente a transmisibilidad es de aproximadamente 0.35, lo que quiere decir que se está transmitiendo a la cimentación el 35% de la fuerza armónica generada por el funcionamiento de la maquinaria.

Podemos comprobar esto reemplazando los valores en la Ecuación 55 que define la transmisibilidad como:

$$|T| = \sqrt{\frac{1 + (2gq)^2}{(1 - q^2)^2 + (2gq)^2}}$$

En este caso, el prototipo no considera ningún tipo de amortiguación sobre el sistema, por lo cual definiremos un factor de amortiguación $g = 0.1$ debido a la amortiguación propia de los resortes, entonces tenemos que:

$$|T| = \sqrt{\frac{1 + (2 * 0.1 * 2)^2}{(1 - 2^2)^2 + (2 * 0.1 * 2)^2}}$$

$$|T| = 0.359 \approx 0.36$$

Este resultado tiene un error muy pequeño con a lo expuesto por la Figura 26 acerca del nivel de aceleración transmitido a la cimentación.

Ahora que tenemos una mejor aproximación de la rigidez del sistema $k_t = 36295.19 \left[\frac{N}{m} \right]$ y de cada resorte $k_i = 9073.79 \left[\frac{N}{m} \right]$. Si volvemos a calcular la deflexión estática del resorte que sometimos a una masa de 4[kg] podremos estimarla una deflexión estática más aproximada a la que sufrió el resorte realmente.

$$mg = kx_e$$

$$x_e = \frac{mg}{k_i}$$

$$x_e = \frac{(4 * 9.8)}{9073.79}$$

$$x_e = 4.32[mm]$$

Aquí podemos apreciar que el error producido se debe a un valor solo un poco más grande que la quinta parte de un milímetro, lo cual es totalmente inapreciable para la vista humana. Un error de precisión en la masa utilizada es una respuesta a la diferencia entre la teoría y la experimentación. Otras explicaciones también son la desviación en la aplicación vertical de la masa y el no cumplimiento de condiciones ideales del experimento. Esto producirá una deflexión estática que no es perfectamente vertical.

2.1.2 Segundo diseño.

Para el segundo ejemplo de diseño consideraremos que el motor debe funcionar a una velocidad de 1350[rpm], es decir, la frecuencia de la fuerza impuesta será de 22.5 [Hz], por consiguiente la velocidad angular de la fuerza impuesta será $w=141.36$ [rad/s]

Para este diseño, se escogió una frecuencia natural " f_n " igual a 10[Hz]. Siempre menor a la de la frecuencia impuesta como se indica en la sección 2.1 Diseño del prototipo. Determinamos la rigidez necesaria para este caso al igual que para el primer diseño a partir de la Ecuación 56.

$$10 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k_t}{20}}$$

(Ecuación 59)

Dónde:

k_t = rigidez total del sistema.

Luego de despejar la Ecuación 59 para k_t , tenemos la rigidez total del sistema, si sabemos que $k_t = 4k_i$ entonces es fácilmente deducible el valor de k_i

$$k_t = 78956.8 \left[\frac{N}{m} \right] \text{ y}$$

$$k_i = 19739.2 \left[\frac{N}{m} \right]$$

Luego de obtener la rigidez de cada resorte, igualamos las fuerzas del sistema para obtener la deflexión estática del resorte al aplicarle una masa de 8[Kg].

$$x_e = \frac{mg}{k_i}$$

$$x_e = \frac{(8 * 9.8)}{19739.2}$$

$$x_e = 3.9717[mm] \approx 4[mm]$$

Esto quiere decir que para conseguir una frecuencia natural $f_n=10[\text{Hz}]$, es necesario cuatro resortes que se deflexionen 4[mm] al aplicar un peso de 8[Kg] a cada uno de ellos.

En este caso la deflexión estática del resorte es la misma que en el caso anterior, por lo cual es de suponerse que la incertidumbre y por ende el error se mantengan.

Cabe tomar en cuenta que la masa de 8[Kg] fue la segunda alternativa para evaluar la deflexión estática en este caso. Primero se experimentó con una masa de 4[Kg] obteniendo así una deflexión estática de 2[mm]. Esta última es demasiado pequeña para poder ser evaluada a simple vista, y en la cual de hecho se obtuvo una incertidumbre bastante alta.

Al igualar las fuerzas del sistema, es evidente que la deflexión estática es directamente proporcional a la masa, por lo cual al comparar la deflexión estática obtenida con ambas masas utilizadas en el experimento obtenemos

un incremento del doble de la deflexión estática al aplicar el doble de masa al sistema.

Luego de realizar el experimento se puede mirar que la frecuencia de resonancia se produce cuando el variador de frecuencia que controla el motor eléctrico marca 705[rpm] lo cual representa 11.75 [Hz].1.75 [Hz] desviado de la predicción original.

Entonces podemos tener una mejor estimación la rigidez de los resortes a partir de la Ecuación 56

$$11.75 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k_t}{20}}$$

$$k_t = 109009.78 \left[\frac{N}{m} \right]$$

$$k_i = 27252.44 \left[\frac{N}{m} \right]$$

A partir de esta mejor estimación de rigidez del sistema $k_t = 109009.78 \left[\frac{N}{m} \right]$ podemos establecer el parámetro de velocidad angular w_0 :

$$w_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

$$w_0 = \sqrt{\frac{109009.78}{20}}$$

$$w_0 = 73.82 \left[\frac{rad}{s} \right]$$

Entonces.

$$q = \frac{w}{w_0}$$

$$q = \frac{141.36}{73.82}$$

$$q = 1.9$$

Si tenemos que $q=1.9$ entonces podemos ver en la Figura 26 que el valor correspondiente a transmisibilidad es de aproximadamente 0.37, lo que quiere decir que se está transmitiendo a la cimentación el 37% de la fuerza armónica generada por el funcionamiento de la maquinaria.

Podemos comprobar esto reemplazando los valores en la Ecuación 55 que define la transmisibilidad como:

$$|T| = \frac{1 + (2gq)^2}{\sqrt{(1 - q^2)^2 + (2gq)^2}}$$

En este caso, como ya se menciona en el primer ejemplo de diseño, el prototipo no considera ningún tipo de amortiguación sobre el sistema, por lo cual definiremos un factor de amortiguación $g = 0.1$ debido a la amortiguación propia de los resortes, entonces tenemos que:

$$|T| = \frac{1 + (2 * 0.1 * 1.9)^2}{\sqrt{(1 - 1.9^2)^2 + (2 * 0.1 * 1.9)^2}}$$

$$|T| = 0.38976 \approx 0.39$$

Una vez estimada la transmisibilidad T se puede apreciar que la diferencia entre los valores de transmisibilidad calculado a partir de las aproximaciones de rigidez con los pronosticados en la Figura 26 son mínimos. El error es apenas el 2% aproximadamente

A diferencia del caso anterior, la rigidez real de los resortes es mucho más alta que la calculada teóricamente, por lo cual es predecible que la deflexión estática sea menor que la que se calculó en un principio:

$$mg = kx_e$$

$$x_e = \frac{mg}{k_i}$$

$$x_e = \frac{(8 * 9.8)}{27252.44}$$

$$x_e = 2.87[mm] \approx 3[mm]$$

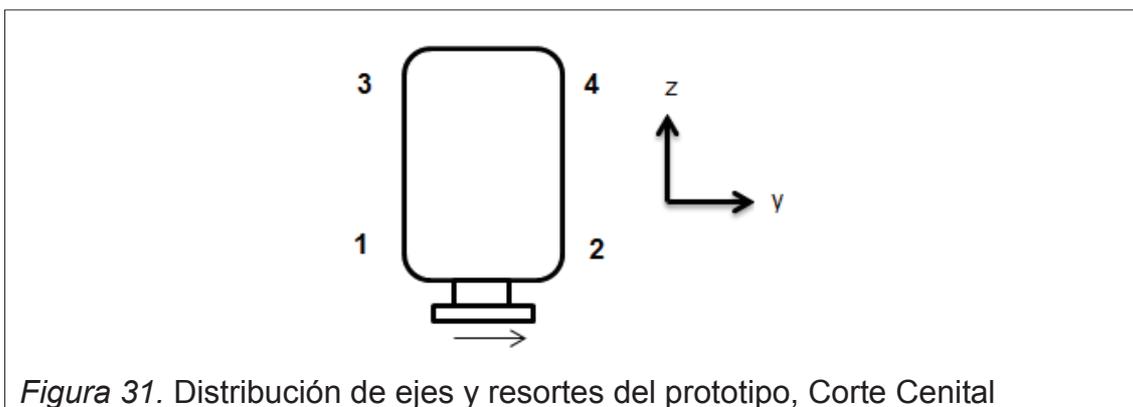
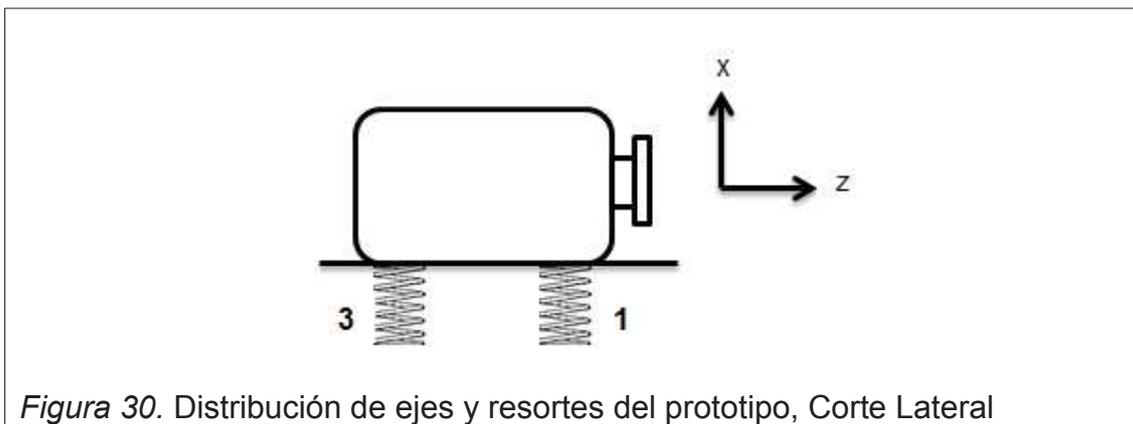
Aquí podemos apreciar que el desplazamiento de la frecuencia de resonancia de 10 a 11.75Hz se produjo probablemente debido a un error equivalente a poco más de 1[mm] al momento de evaluar la deflexión estática. Esta magnitud es difícil de evaluar a simple vista, tomando en cuenta que la deflexión estática total era de 4[mm].

3. RESULTADOS.

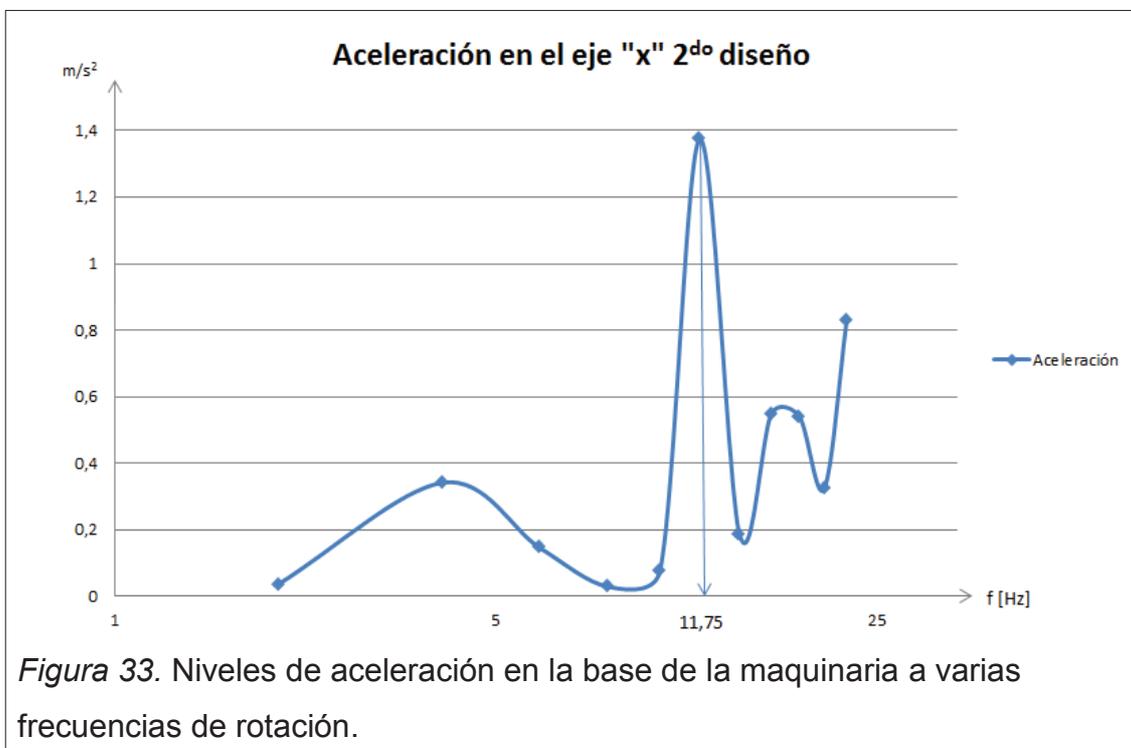
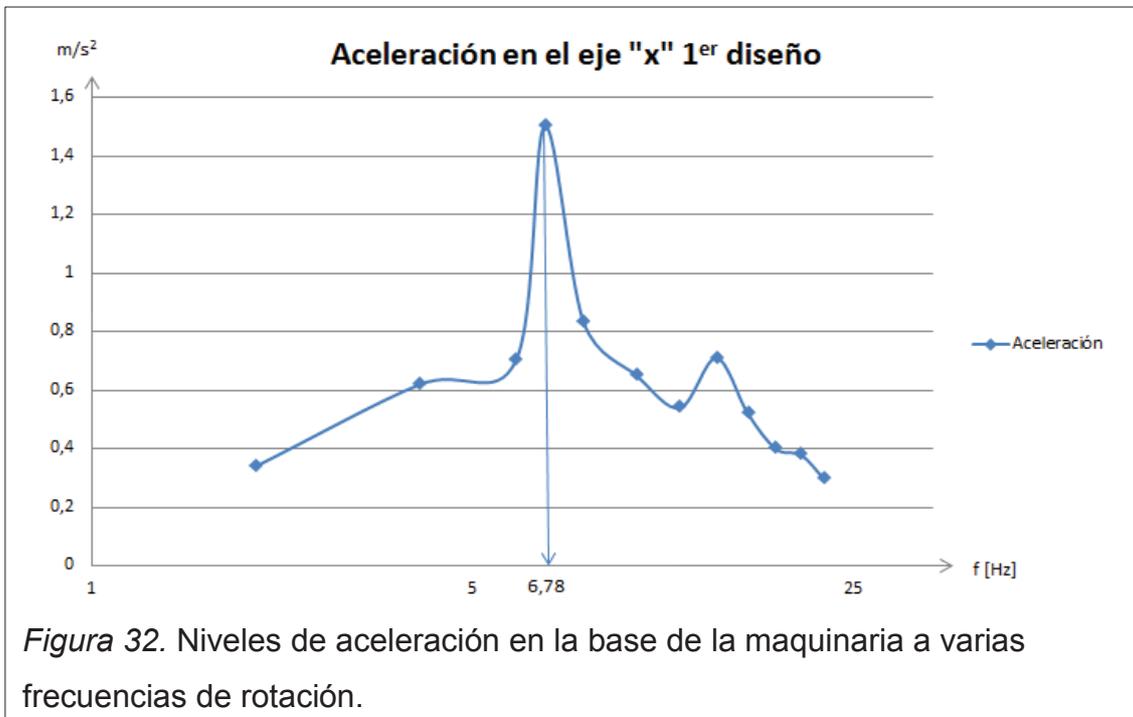
3.1 Amplitud de aceleración vs. Frecuencia de rotación.

Una manera más exacta de comprobar si la frecuencia de resonancia es la que miramos con el prototipo en funcionamiento y que diseñamos en un principio es medir la magnitud de la aceleración transmitida a la base a diferentes frecuencias de rotación del motor. De este modo, el valor más alto de aceleración transmitida a la base deberá corresponder a la frecuencia de resonancia. Este resultado se muestra en una gráfica de amplitud de aceleración vs. Frecuencia de rotación, tal como en la Figura 32.

Aquí definiremos los nombres de los ejes así como el número y posición de los resortes del prototipo, todos ellos se ilustran en la Figura 30 y 31.



A continuación se muestra una curva con niveles de aceleración ($\left[\frac{m}{s^2}\right]$) a diferentes frecuencias de rotación ([Hz]) del motor.



En la Figura 32y 33 se puede ver claramente que el punto de aceleración máxima coincide aproximadamente con la frecuencia de resonancia que habíamos calculado, la cual se desvía 0,22[Hz] y 1,75 [Hz] de la frecuencia para la cual originalmente se había diseñado el proyecto. Esta medición comprueba que el prototipo funciona correctamente y que los cálculos de deflexión estática aplicados para la adquisición de los resortes son también suficientemente confiables a pesar de su incertidumbre debido a masas pequeñas, las cuales causan desplazamientos pequeños.

Se considera como fenómeno de resonancia al máximo desplazamiento al que pueda vibrar un sistema, sin embargo se ha de considerar también que un sistema que vibra en la vida real, no lo hace en un solo sentido, sino que lo hace en todas direcciones, es decir “x”, “y”, “z” para el caso de coordenadas polares. En este caso se analizará el sistema desde los datos de aceleración que nos entregara el vibrómetro. El desplazamiento, velocidad y aceleración de un sistema están relacionados entre sí, pero eso no significa que sean lo mismo.

En la Figura 34 y 35se presentan gráficos de aceleración vs. Frecuencia de rotación con los datos obtenidos mediante el uso del vibrómetro en los tres ejes. En la Figura 36 y 37se puede ver una aproximación del desplazamiento del sistema, calculado a partir de la aceleración obtenida. El desplazamiento se calculó dividiendo el valor de aceleración para la frecuencia al cuadrado, así:

$$d = \frac{a}{f^2} [m]$$

Dónde:

d= desplazamiento aproximado del sistema.

a= aceleración medida del sistema $\left[\frac{m}{s^2}\right]$

f= frecuencia de rotación del sistema.

A continuación se presentan gráficos para establecer una comparación de los niveles de aceleración obtenidos en todos los ejes, y cómo ninguno de ellos es tan grande como el que ocurre en la frecuencia de resonancia en el eje "x".

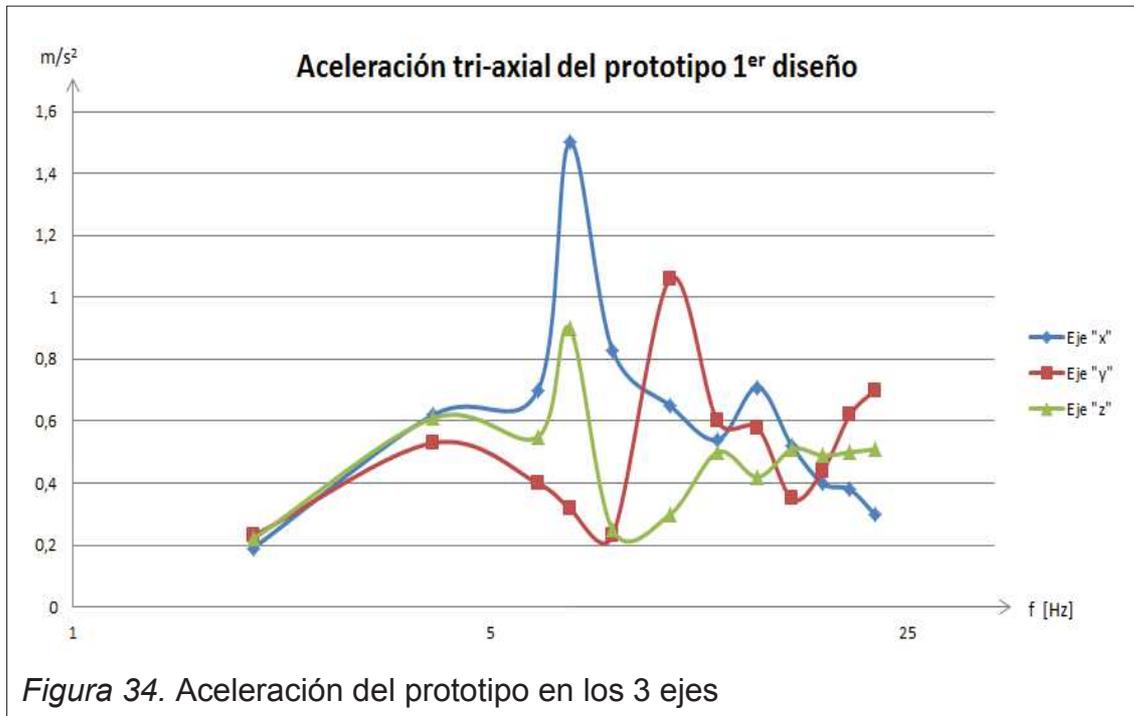


Figura 34. Aceleración del prototipo en los 3 ejes

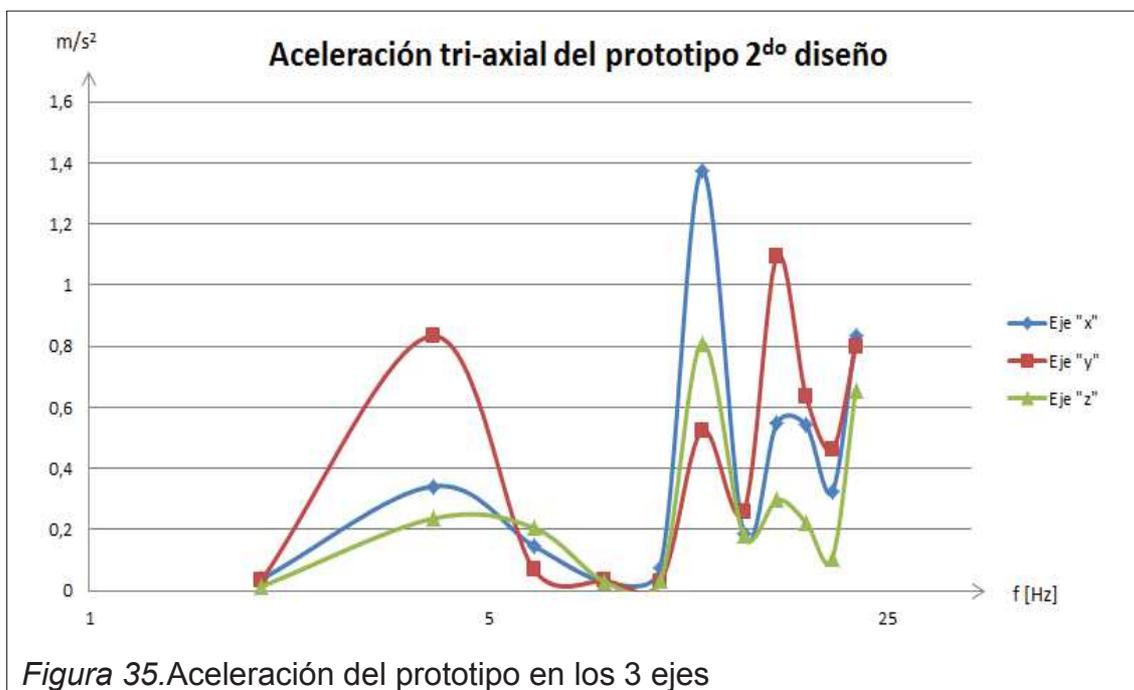
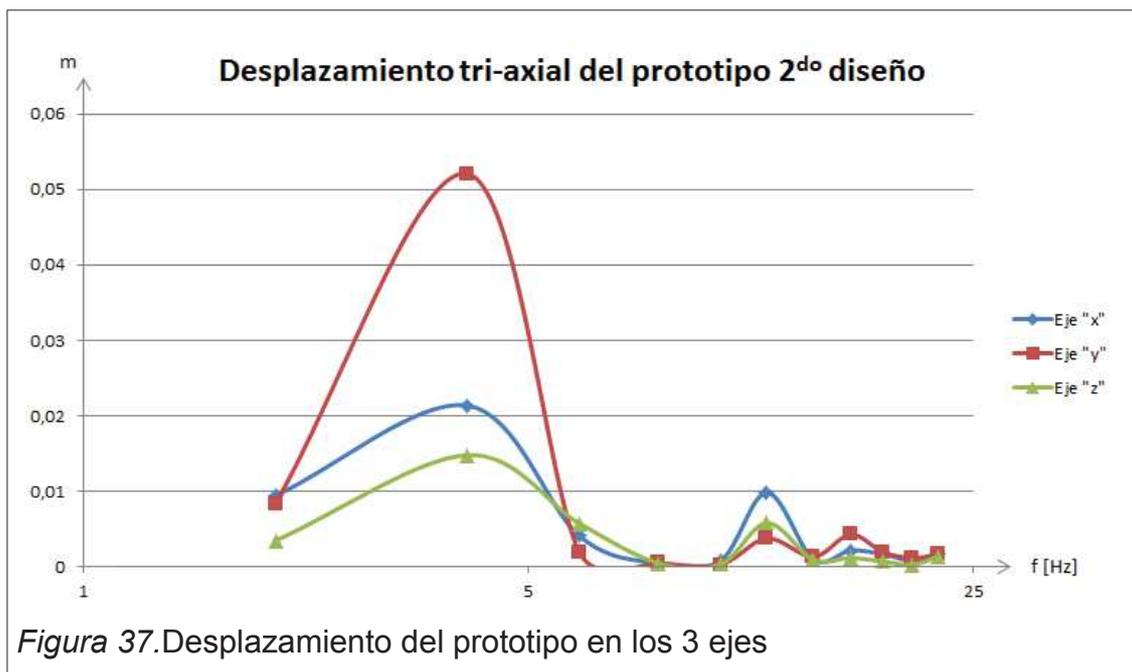
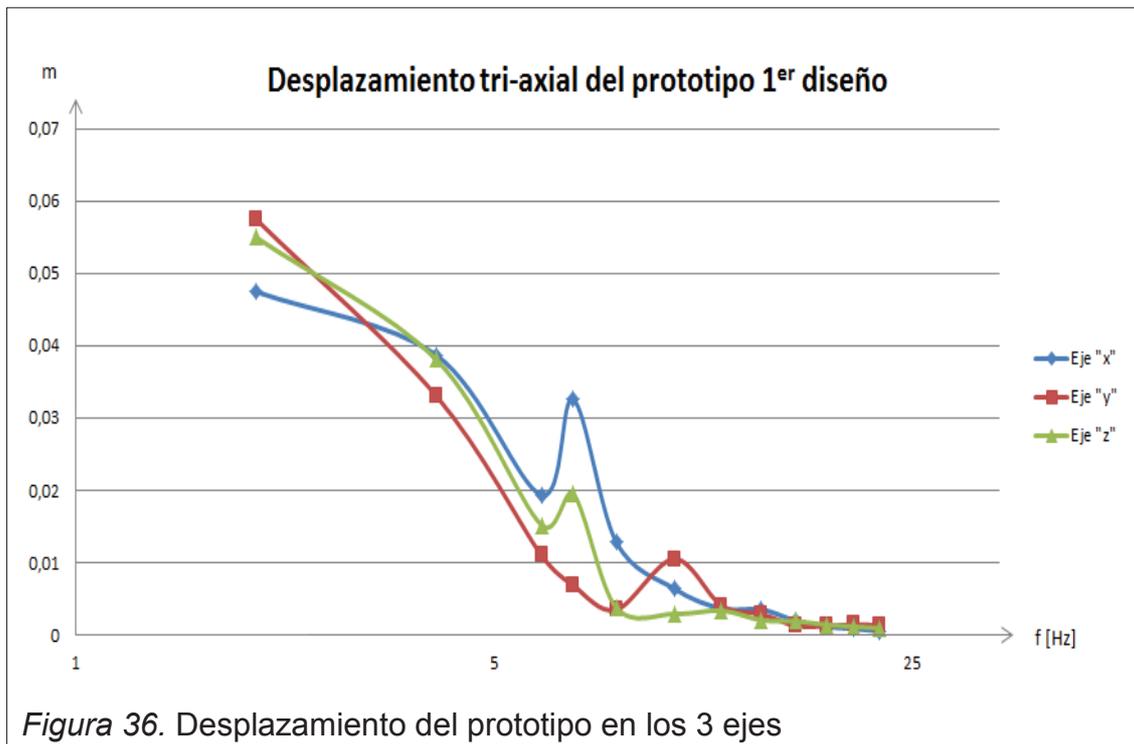


Figura 35. Aceleración del prototipo en los 3 ejes



Luego de observar las Figuras 34 y 35 se puede apreciar que luego del eje X, uno de los ejes que más amplitud presenta en sus aceleraciones es el eje Y. Esto puede ser causa de un eje desbalanceado, pues un eje desbalanceado produce una fuerza angular que se puede descomponer en "x" "y".

Otra peculiaridad de los resultados mostrados en la Figuras 34 y 35, es que precisamente en la frecuencia de resonancia, la aceleración en el eje "z" es mayor que en el eje "y". Esto le resta credibilidad a la afirmación anterior acerca de la fuerza angular ocasionada por un eje desbalanceado. Sin embargo, el caos debido al fenómeno de resonancia afecta también a otras magnitudes al poner a prueba su elasticidad y, en este caso en particular, a la estabilidad en general del sistema, es por ello que materiales sometidos a su frecuencia natural externamente aplicada suelen colapsar fácilmente.

Para el caso de motores eléctricos en funcionamiento cotidiano, es más probable que esta peculiaridad del eje "y" en la frecuencia de resonancia se deba a un problema de desalineación.

Hay que mencionar también que los resortes no están fijos en ninguno de sus dos extremos. Así, el movimiento pudo haber movido los resortes de su posición original desestabilizando el sistema. Frecuencias de rotación que coincidan con modos torsionales del sistema pueden tener también influencia en los niveles expuestos en las Figuras 34 y 35 y sus respectivas aproximaciones de desplazamiento en las Figuras 36 y 37.

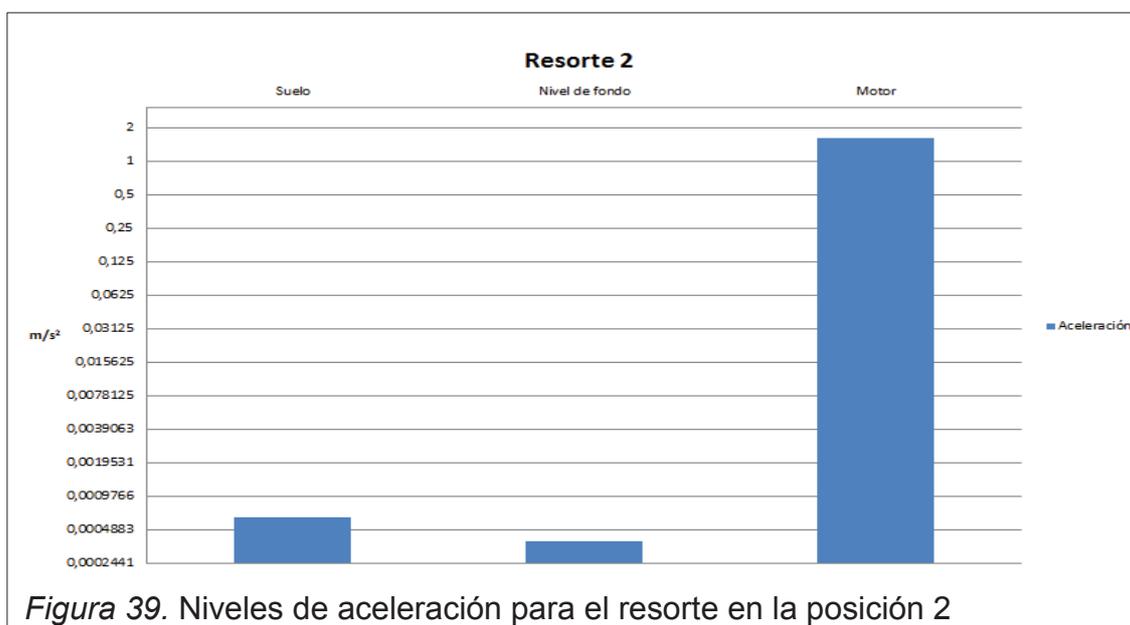
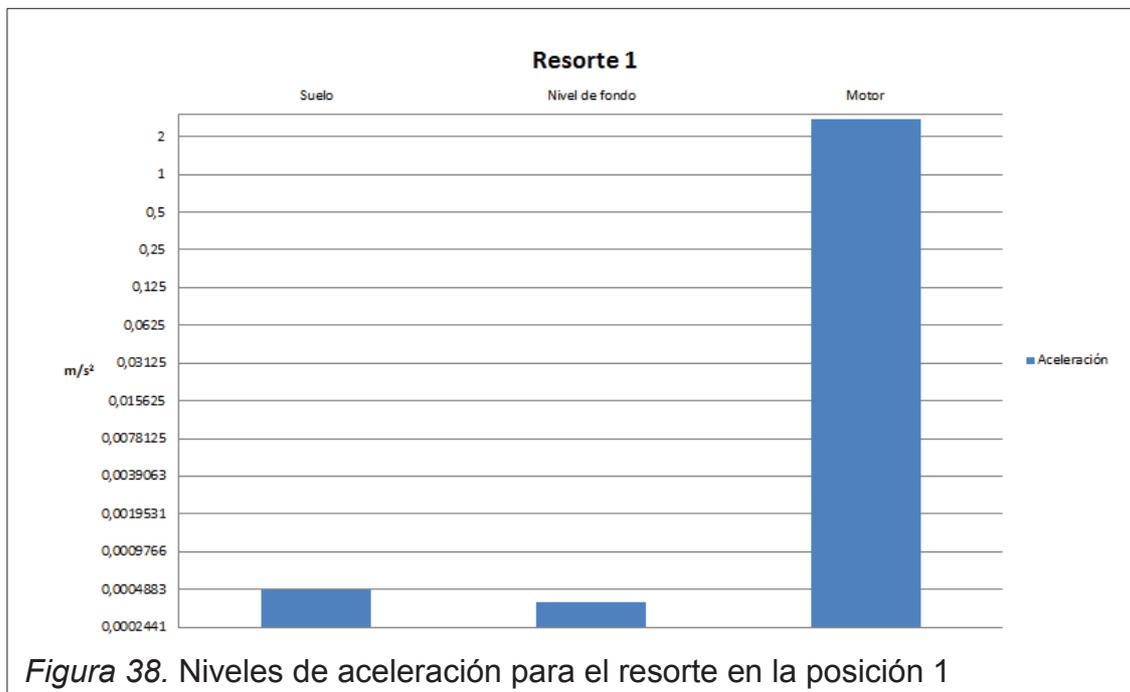
3.2 Resultados y niveles de aceleración para cada resorte.

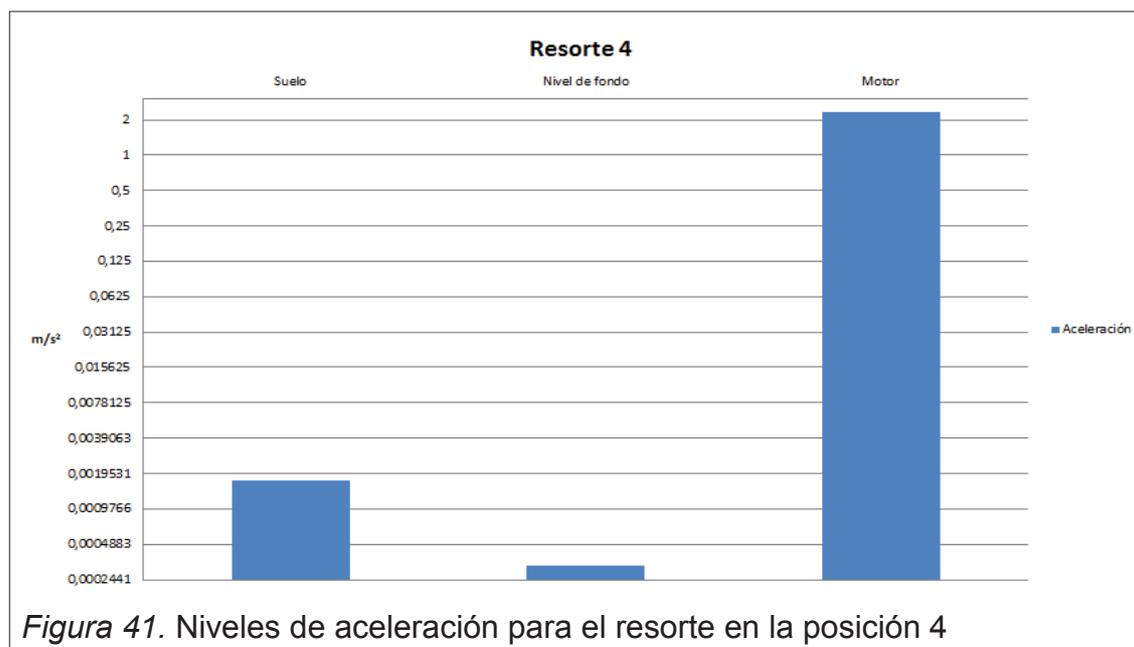
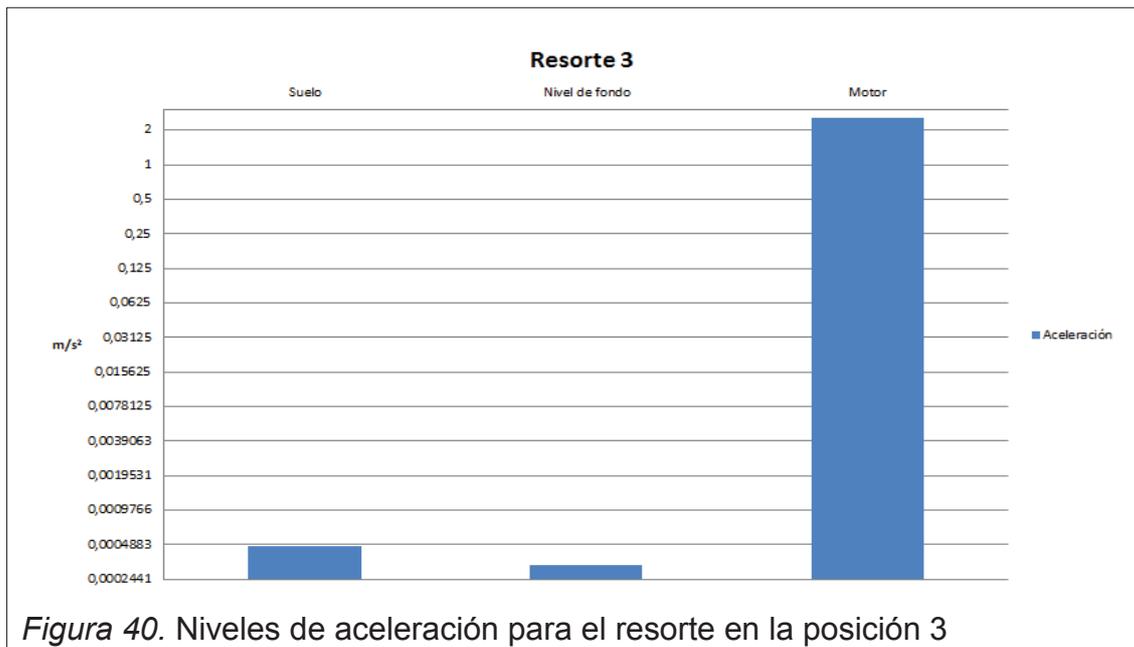
Es de esperarse, que aunque la teoría nos diga que todos los resortes se deflexionan por igual al trabajar, esto no siempre sucede en la práctica.

A continuación se presentan comparaciones de las magnitudes de aceleración media experimentadas con la máquina en reposo, y con la máquina en funcionamiento, tanto por arriba como por debajo de los resortes correspondientes al segundo diseño.

En las gráficas de barras se denomina "Suelo" al nivel de aceleración medido en la cimentación con la maquinaria en funcionamiento. "Nivel de fondo" es el

nivel de aceleración medido con la maquina apagada en la cimentación. "Motor" se refiere el nivel de aceleración medido a nivel del motor por encima de los resortes.





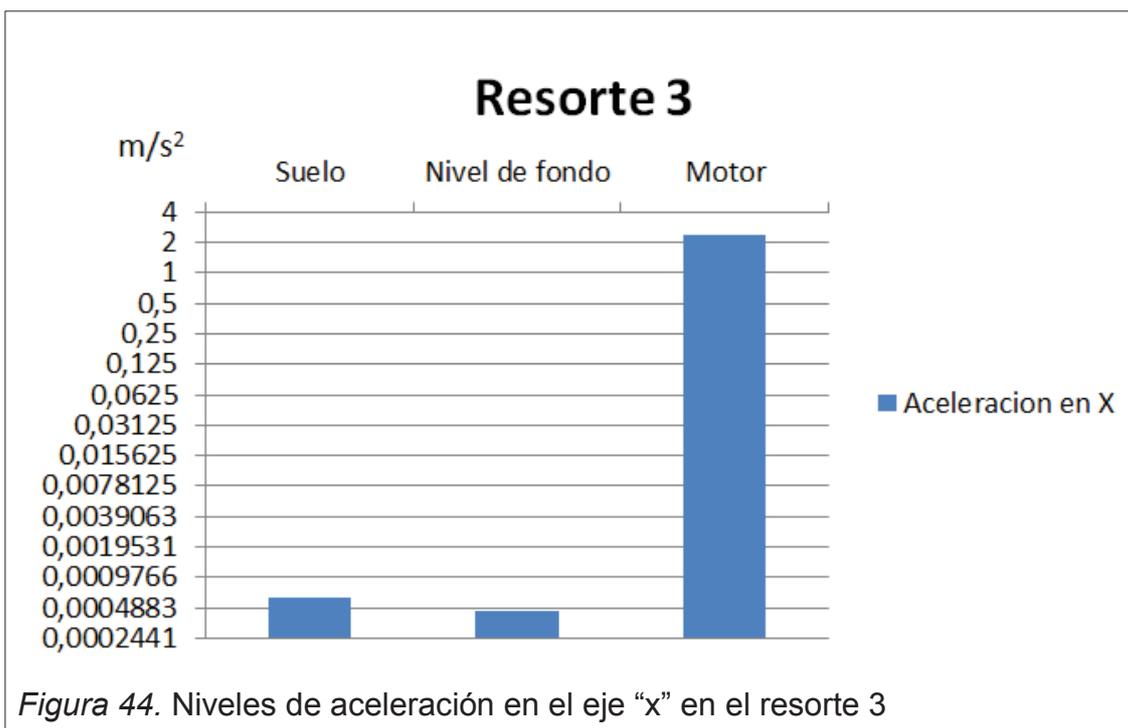
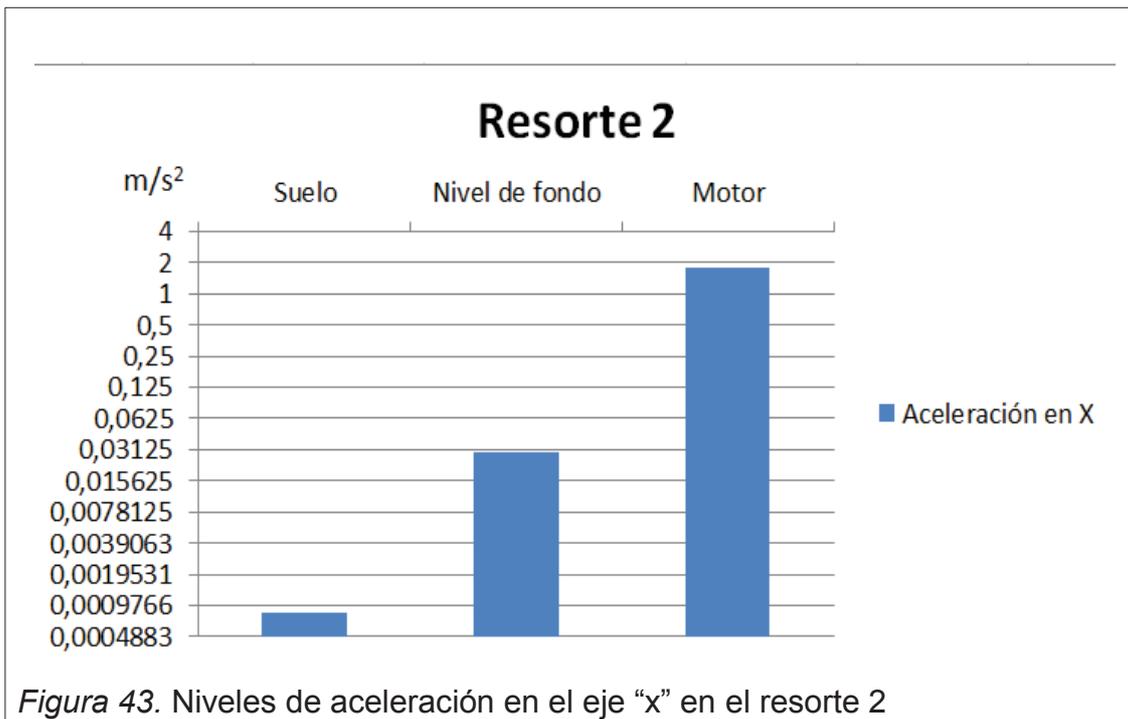
En las Figuras 38, 39, 40, 41, se puede apreciar que el nivel de aceleración transmitida al suelo se reduce significativamente. 65% de reducción de transmisibilidad según los cálculos. En casos como la Figura 35 la aceleración transmitida es el doble del nivel de fondo.

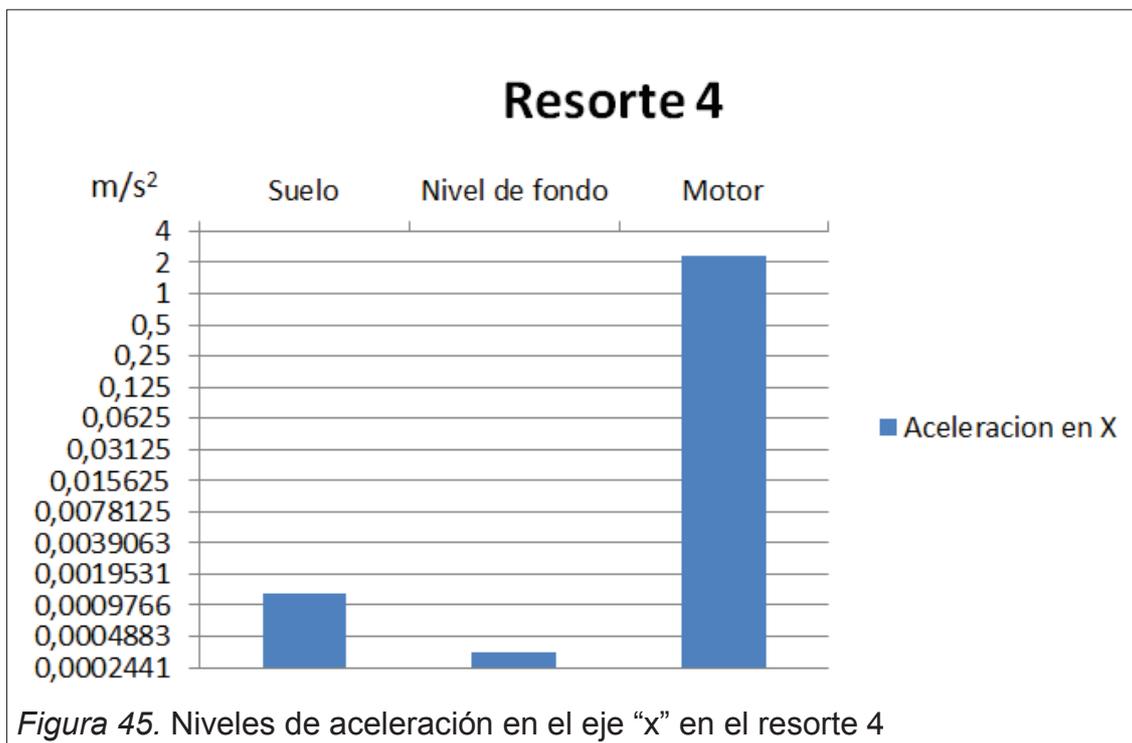
En las Figuras 42, 43, 44 y 45 se muestran los niveles obtenidos en las mismas mediciones pero solamente en el eje "x". Los resultados no mantienen la misma

uniformidad en todos los casos, pues en la Figura 42 se aprecia un nivel de fondo mayor al nivel transmitido. Esta medición también corresponde a la de la Figura 38, en donde se ve que a pesar del problema, el nivel de fondo total es menor al nivel transmitido y que esto se puede interpretar como un pequeño error temporal en las condiciones de medición. Las mediciones se realizaron en un subsuelo en cual funciona como estacionamiento, y en el caso particular de la Figura 42 un vehículo circulaba a 6[m] de distancia del punto de medición en el momento de la medición.

Así también se puede ver en la Figura 42 que tanto los niveles de aceleración transmitida a la base como el nivel de fondo son casi iguales. Esto significa que para un grado de libertad la aceleración transmitida es despreciable en estas condiciones de medición. Puede ser que la transmisibilidad sea incluso más baja que el nivel de fondo, pero que este último no nos permite medirla con mayor precisión.







Una de las principales razones por las cuales las maquinarias empiezan a incrementar sus valores de vibración con el pasar del tiempo se debe al desgaste de sus componentes, entre los más comunes, los rodamientos. El desgaste de estas esferas de acero que se encuentran entre el anillo interior y el anillo exterior que soportan al eje mecánico del rotor del motor eléctrico.

En la mayoría de casos el desplazamiento debido al funcionamiento de la maquinaria es totalmente inapreciable a la vista humana, incluso para maquinarias de gran tamaño.

3.3 Incremento de masa en el sistema.

Otro experimento que también se puso en marcha fue comprobar si, efectivamente, la frecuencia de resonancia del sistema se altera aumentando la masa del sistema. Para este caso aumentamos la masa del sistema en un 20%, es decir 4 [kg].

Utilizaremos los resortes del segundo diseño para el cálculo y el experimento. Entonces tenemos que:

$$f_n = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{110499.22}{24}}$$

$$f_n = 10.79 \approx 10.8 \text{ [Hz]} \approx 648 \text{ [rpm]}$$

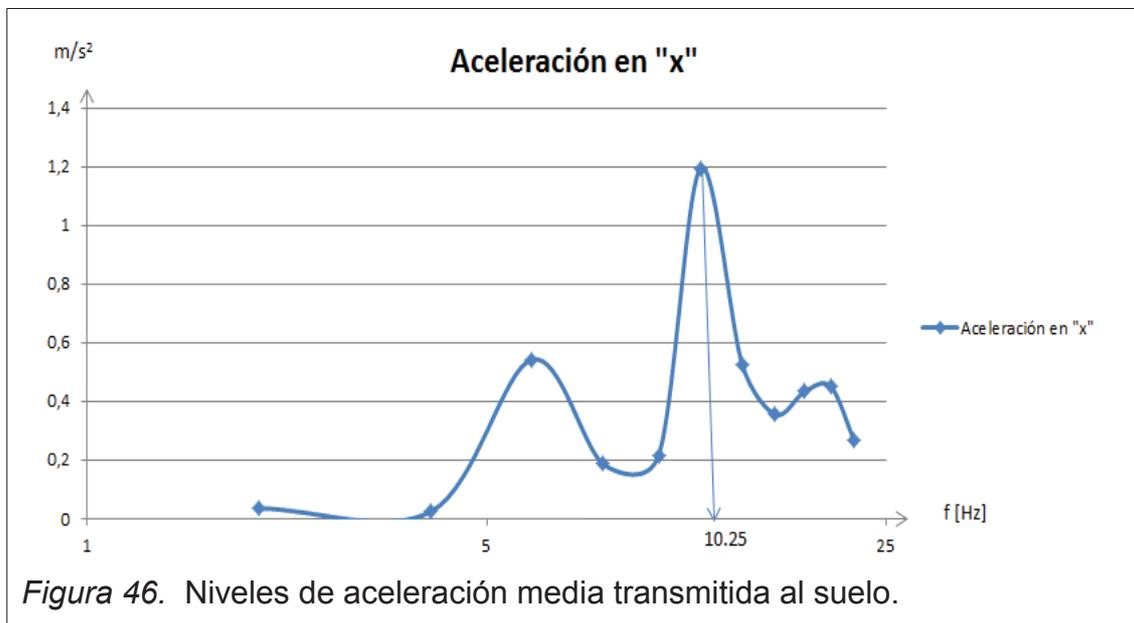
El experimento considerando una masa de 4 [Kg] adicional nos dio como resultado una frecuencia de resonancia de 10,25 [Hz], 615[rpm] lo cual vuelve a dar credibilidad a la hipótesis de que se puede predecir el comportamiento del sistema con la teoría aplicada.

El procedimiento de aumentar la masa del sistema se suele llevar a cabo en algunos casos específicos con el afán de alejar la frecuencia de resonancia de la velocidad de operación de la maquinaria y de ese modo disminuir la transmisibilidad aún más. Al aumentar la masa del sistema hago que su frecuencia natural baje, pues su velocidad angular w_0 se hará más pequeña. Si w_0 es más pequeño y w (velocidad angular de la fuerza impuesta) no ha cambiado. Entonces “ q ” la magnitud que relaciona ambas velocidades angulares crecerá y se volverá un sistema con menor transmisibilidad.

Al mirar la Figuras 33 y 46 y compararlas se puede ver que la magnitud de aceleración transmitida en la frecuencia de resonancia disminuyó en aproximadamente $0.2 \left[\frac{m}{s^2} \right]$. En ninguno de los dos casos estas aproximaciones son totalmente confiables debido a condiciones del experimento. Sin embargo son condiciones bastante usuales dentro la práctica profesional. Cabe recordar también que los resultados de la Figura 33 difieren con 1.75 [Hz] de la predicción teórica inicial.

El proceso de alterar la masa del sistema no siempre se puede llevar a cabo, pero es siempre una alternativa para el control pasivo de vibraciones.

A continuación se presenta una gráfica de nivel de aceleración a nivel de la cimentación vs. Frecuencia de rotación con el sistema de 24[Kg].



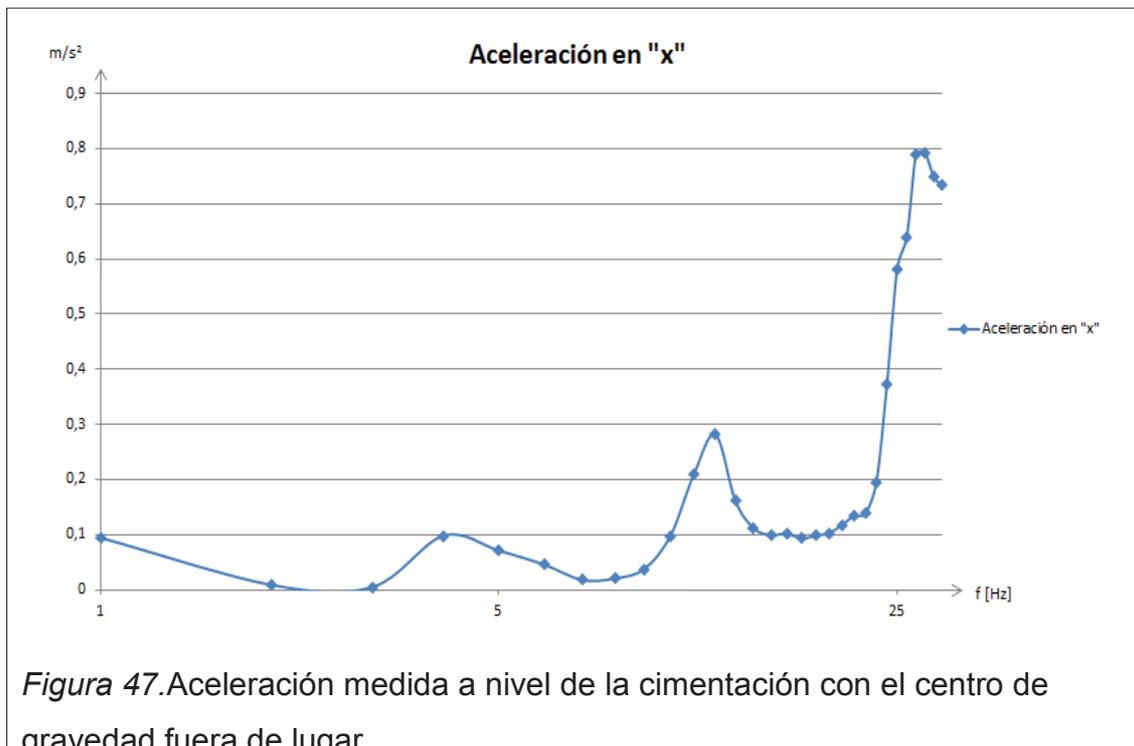
En la Figura 46 podemos ver que la predicción matemática y el experimento de aumentar la masa del sistema difieren en 0,55[Hz] aproximadamente. El error es mínimo en la predicción del comportamiento del sistema.

3.4 Desplazamiento el centro de masa del sistema.

Otro de los experimentos realizados fue sacar el centro de masa del experimento de su posición original. Se aumentó masa solamente de un lado de la maquinaria, para de este modo medir cual es la aceleración de los resortes cuando el sistema está en funcionamiento. Se desea saber si la frecuencia natural del sistema se mantiene en su mismo valor.

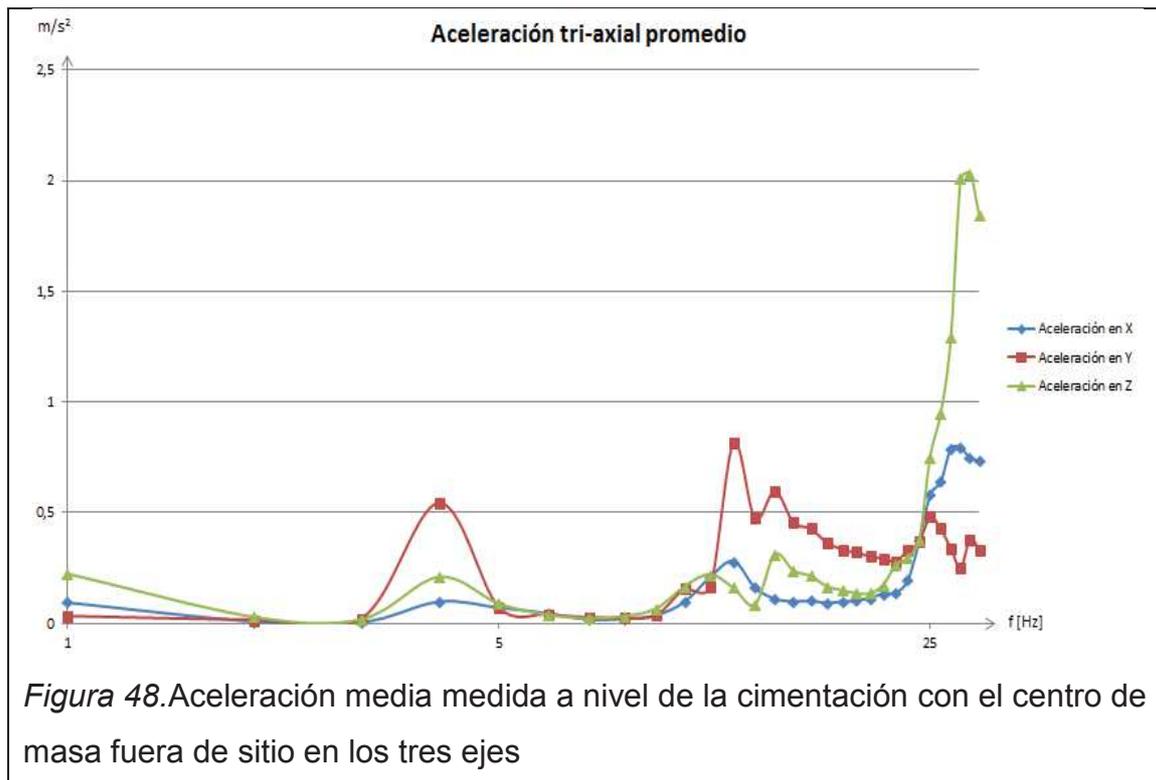
Al comprobar primero si la frecuencia de resonancia se mantenía en los 10,25 [Hz], comprobamos que la frecuencia de resonancia no se conserva en la misma posición, sino que esta se recorre hacia arriba de un modo bastante inusual. Una de las causas puede ser que como ciertos resortes están soportando más peso que otros. Además un sistema con su centro de masa

desplazado de su posición de equilibrio no tiene predisposición de oscilar uniforme y verticalmente.



La teoría necesaria para tratar de predecir el comportamiento de este sistema no se aplicó, pues está fuera del marco de este proyecto.

A continuación se presenta también una comparación entre las aceleraciones promedio que sufre el sistema con el centro de masa fuera de su lugar natural.



Aquí se puede apreciar que existe un valor pico en el eje “z” bastante pronunciado en relación al resto de ejes y frecuencias de rotación.

3.5 Análisis de ruido

Existen relaciones matemáticas que fueron desarrolladas por Bolt-Beranek para poder predecir el nivel de potencia sonora NWS por banda de octava que produce un motor eléctrico. Esta relación es:

$$NWS = K + 20 \log HP + 15 \log N$$

Donde

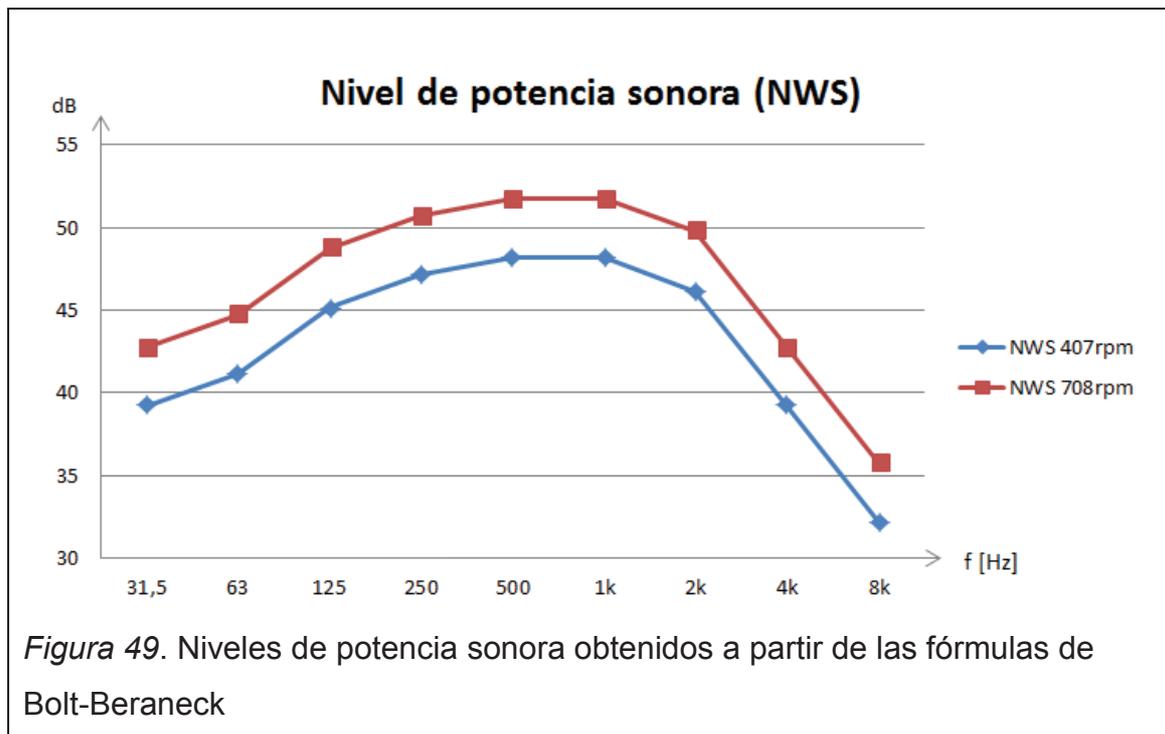
N: Es la velocidad de rotación en [rpm]

HP: es la potencia del motor en [HP]

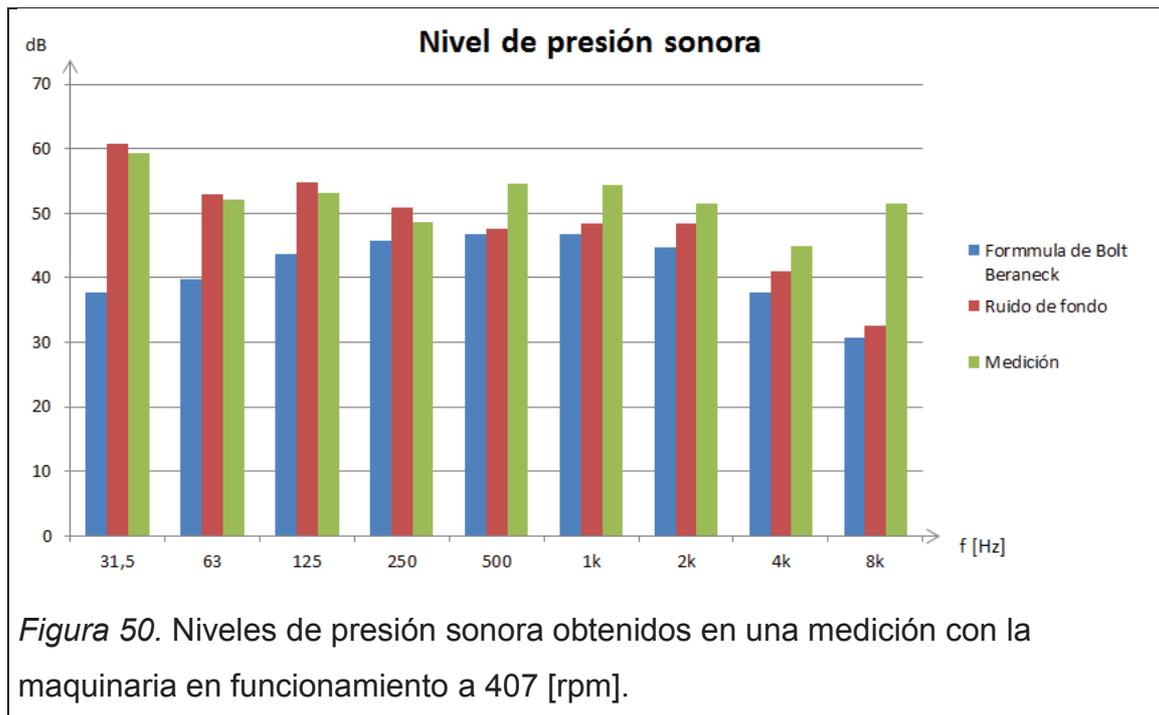
K: es una constante para cada banda de octava que se muestra en la Tabla 2

Tabla 2. Constante K

Freq de las bandas de octava [Hz]	31.5	63	125	250	500	1K	2K	4K	8K
Valor de K	7	9	13	15	16	16	14	7	0



A continuación se presenta también una comparación de nivel de presión sonora (NPS) calculado a partir del nivel de potencia sonora (NWS) obtenido de la fórmula de Beraneck y el nivel de presión sonora obtenido en una medición del prototipo en funcionamiento. Esta comparación está hecha con el sistema funcionando a su frecuencia de resonancia 11.16 [Hz]



La fórmula desarrollada por Bolt-Beraneck no posee directrices acerca de condiciones de medición. La fórmula posee una sola restricción en cuanto a la potencia eléctrica de los motores y se especifica que debe estar entre 1 y 500 [HP]. Sin embargo en el ejemplo de este prototipo construido con un motor de 1 [HP], se puede apreciar que la fórmula posee más que una sola restricción, pues el segundo término de la ecuación en este caso será 0. Esto no contribuye en nada a la suma total del nivel, dando resultados bastante alejados de la realidad como en el caso de este ejemplo.

Se puede apreciar en la Figura 50 que el ruido de fondo es en todos los casos mayor que la predicción entregada por la ecuación de Bolt-Beraneck. Así también se considera influyente en este resultado el ambiente reverberante del lugar y la presencia de ruido de fondo de varias fuentes a la vez.

3.6 Fines didácticos del proyecto.

3.6.1 Medición realizada por los estudiantes de la asignatura de control de vibraciones.

Dentro de los anexos de este documento se adjunta un “Informe de práctica de medición” presentado por los alumnos de la materia de Control de Vibraciones previa practica realizada el día lunes 16 de enero del año 2015 bajo la guía del profesor Carlos Jurado Orellana y la asistencia de Janio Allauca Campos. Los alumnos realizaron la práctica en el cuarto del generador eléctrico de la Universidad de las Américas de la sede Granados.

3.6.2 Guía de laboratorio para la asignatura de control de vibraciones.

Dentro de los anexos de este documento se adjunta también un modelo de laboratorio a seguir para la materia de control de vibraciones en base a un sistema armónicamente forzado sin amortiguación.

Dentro de la guía de laboratorio se detalla el procedimiento de montaje y medición para el prototipo, así como también un análisis de resultados. Este laboratorio ayuda a los estudiantes a dejar de imaginar el sistema en funcionamiento y el efecto de la resonancia y lo pone frente a ellos para que puedan medirlo y contemplar los fenómenos relacionados a este. De este modo se fortalecen conceptos relacionados a transmisibilidad, resonancia, mediciones, instrumentos de medición y vibraciones de sistemas con o sin amortiguamiento.

Dentro de los anexos también constan unas líneas de programación para MATLAB, mismo que calcula y muestra gráficos del decaimiento de la amplitud, velocidad y aceleración para sistemas con amortiguamiento.

4. ANÁLISIS ECONÓMICO.

A diferencia de muchos países donde el control de ruido y vibraciones es ampliamente considerado desde la planificación de obras civiles, en el Ecuador no se fabrican resortes con especificaciones relacionadas a su rigidez, o amortiguamiento propio. Existen varias microempresas dedicadas plenamente a la fabricación de resortes de manera artesanal, todas ellas enfocadas a los repuestos vehiculares.

Tal como ya se ha mencionado anteriormente, en la región no existe una industria que se dedique a la manufacturación de monturas de resortes, amortiguadores o neoprenos. Si bien es cierto que existen empresas dedicadas a las consultorías acústicas y análisis de ruido, estas empresas en su gran mayoría importan sus materiales de absorción y aislamiento para sus obras, lo cual obviamente eleva los costos de la obra.

4.1 Costo nominal de la investigación

A continuación, en la Tabla 3 se presenta datos económicos relacionados a la manufacturación del prototipo de análisis de vibraciones.

Tabla 3. Datos económicos relacionados a la manufacturación del prototipo de análisis de vibraciones

ETAPA DE DISEÑO DEL PROTOTIPO				
Detalle	Valor unitario	Cantidad		Subtotal
Motor	90	1	1[HP]	90
Variador de frecuencia	200	1	trifásico	200
Resortes	3,5	4	k=9,67[KN]	14
Resortes	5,5	4	k=19,7[KN]	22
Cable	0,8	6	número 16	4,8

Madera	2	1	30*24cm	2
Transporte	0,25	10	pasajes públicos	2,5
Electricidad	0,09	40	horas	3,6

ETAPA DE EVALUACIÓN DE CÁLCULOS				
		Cantidad		
Electricidad	0,09	4	horas	0,36
Destornillador	1	1	unidad	1

ETAPA DE MEDICIONES				
		Cantidad		
Electricidad	0,09	4	horas	0,36
Alquiler acelerómetro	0	4	horas	0
Alquiler vibrómetro	0	4	horas	0
Transporte	10	1	flete	10

Total	350,62
-------	--------

4.2 Costo real de la investigación

A continuación, en la Tabla 4 se presentan datos del costo real de la elaboración del proyecto, considerando alquiler de instrumentos de medición, monturas de resortes importadas, y un motor nuevo.

Tabla 4. Datos del costo real de la elaboración del proyecto

ETAPA DE DISEÑO DEL PROTOTIPO				
Detalle	Valor unitario	Cantidad		Subtotal
Motor	220	1	1[HP]	220
Variador de frecuencia	200	1	trifásico	200
Resortes	3,5	4	k=9,67[KN]	14
Resortes	5,5	4	k=19,7[KN]	22

Cable	0,8	6	número 16	4,8
Madera	2	1	30*24cm	2
Transporte	0,25	10	pasajes públicos	2,5
Electricidad	0,09	40	horas	3,6

ETAPA DE EVALUACIÓN DE CÁLCULOS

		Cantidad		
Electricidad	0,09	4	horas	0,36
Destornillador	1	1	unidad	1

ETAPA DE MEDICIONES

		Cantidad		
Electricidad	0,09	4	horas	0,36
Alquiler acelerómetro	30	4	horas	120
Alquiler vibrómetro	30	4	horas	120
Transporte	10	1	flete	10

Total	720,62
-------	--------

Evidentemente el presente proyecto no presenta ninguna ganancia económica pero si un ahorro substancial en la implementación de un proyecto de control de vibraciones. Los resortes de acero adquiridos en el mercado local prueban tener las características necesarias para poder empezar un proceso de industrialización de buen nivel enfocado en el ámbito industrial del medio.

5. PROYECCIONES.

A lo largo del presente proyecto se presentaron ideas y nuevas propuestas de investigación para las cuales este trabajo puede servir como punto de partida.

Estas ideas afines a este proyecto se enumeran a continuación:

- Evaluación de amortiguadores del mercado local.
- Diseño y comparación teórica de un sistema sobreamortiguado.
- Diseño y comparación teórica de un sistema subamortiguado.
- Diseño y comparación teórica de un sistema críticamente amortiguado.
- Implementación didáctica de un sistema críticamente amortiguado.
- Simulación de sistemas oscilatorios en software especializados.
- Redacción de un manual básico para simulaciones acústicas en COMSOL MULTIPHYSICS.
- Redacción de manual básico para simulaciones acústicas en ANSYS.
- Descripción de los niveles de vibración en una muestra del sector industrial.
- Evaluación y comparación de los niveles de vibraciones transmitidas al cuerpo en una muestra del sector industrial.
- Programación de software para control activo de vibraciones.
- Diseño de software para predicción preventiva de maquinarias.
- Diseño y modelamiento de micrófonos y sensores para instrumentos de medición de acústica y vibraciones.

6. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES.

6.1 Conclusiones

- Se concluye que la teoría aplicada a la predicción de sistemas vibrantes logró pronosticar con un error despreciable los fenómenos de oscilación en una dimensión del sistema prototipo implementado.
- Se comprueba que existe concordancia entre la teoría aplicada al fenómeno de resonancia y el comportamiento del prototipo en los dos sistemas de distinta rigidez. Se puede apreciar cómo el sistema en resonancia reacciona con una amplitud mucho mayor a la de cualquier otra frecuencia en el rango medido desde 0 a 30[Hz]. Es evidente el daño que la máquina sufriría si tuviese que funcionar cerca de la frecuencia natural del sistema y/o anclada rígidamente a una superficie sin ningún tipo de aislamiento, Tal como se muestra en las aproximaciones de las Figuras 36 y 37, el desplazamiento podría llegar a ser hasta de 3 [cm] en el primer diseño y 1[cm] en el segundo diseño en sus frecuencias de resonancia respectivamente, esto incide negativamente en el funcionamiento y vida útil de la maquinaria
- Se demuestra que la técnica de aumentar la masa del sistema da resultados positivos en favor de poder disminuir la amplitud de oscilación del sistema. Esto favorece enormemente al mantenimiento preventivo y vida útil de la maquinaria. Para el caso del experimento descrito en el apartado “3.3 Incremento de masa en el sistema” de este documento se logró disminuir el nivel de vibración aproximadamente 0.2 [m/s²] en la frecuencia de resonancia, misma frecuencia que se desplazó 1.5 [Hz], Todo esto luego de haber aumentado la masa total del sistema M en un 20%.
- Se puede dar un punto de partida claro para posibles futuras investigaciones de sistemas oscilatorios con el respaldo de que los resortes manufacturados artesanalmente en el medio local reaccionan de un modo confiable y estable acorde a la teoría numérica utilizada. Los

resortes fueron sometidos a pruebas en condiciones de temperatura ambiente promedio entre 20 y 25°C por lo cual no se puede generalizar para condiciones distintas de temperatura o calor. Además se sometieron a deflexiones estáticas pequeñas producto de masas pequeñas. Por ende no se puede predecir su comportamiento con masas mayores.

- En ambos diseños no se supera un valor de transmisibilidad $T = 40\%$, lo cual es bastante bueno tomando en cuenta que no existe amortiguación en el sistema sino la propia de los resortes. Se hicieron mediciones en el suelo y por encima de los resortes para aproximar este valor de transmisibilidad T . Este dato en particular lo hace muy práctico debido a que por su aplicación didáctica se podría usar en diferentes lugares y niveles de un edificio con una molestia despreciable en lugares aledaños.
- La ecuación desarrollada por Bolt-Beraneck para predicción de niveles de potencia sonora de motores eléctricos no es de confiable para este caso. Esta no posee restricciones del ambiente de medición o excepciones numéricas, es probablemente por esto que difiere tanto con las mediciones realizadas en un ambiente reverberante en este caso. En teoría la ecuación funciona para motores entre 1 y 500 [HP]. Sin embargo en el ejemplo de este prototipo construido con un motor de 1 [HP], se puede apreciar que la ecuación posee una restricción en el segundo término, el cual en este caso siempre será 0.
- Se pone en evidencia el posible abaratamiento de costos de un proyecto de control de vibraciones si se utilizan resortes locales. No se puede establecer una comparación directa de similitud entre los resortes locales y extranjeros pues la manufactura, prueba y catalogación de resortes extranjeros es distinta a la manufactura artesanal y metodología que contempla este proyecto. Sin embargo, los resortes locales reaccionan favorablemente a las predicciones, en ninguno de los dos casos la frecuencia de diseño del sistema se desvía más de 1.75 [Hz] y

la transmisibilidad tampoco supera el 40% sin necesidad de amortiguamiento adicional.

6.2 Recomendaciones.

- La recomendación que se podrían postular frente a este tipo de experimentos es aumentar la masa con la que se midió la deflexión estática de los resortes, pues esto haría que la deflexión aumente y por ende que el error debido a la observación disminuya.
- Se recomienda que se realicen mediciones en condiciones lo más cercanas a las ideales. Aunque esto pueda ser difícil de alcanzar, esto dará más estabilidad y confiabilidad a los datos obtenidos en la experimentación.
- Se recomienda hacer las mediciones lo más cercanas en el tiempo posible. Más aún, si se dispone de dos instrumentos de medición, se recomienda utilizarlos simultáneamente para establecer comparaciones mucho más precisas.

Se recomienda el uso de los resortes de manufactura local para aplicaciones de control de vibraciones. Si las condiciones de uso son similares a las aplicadas en este proyecto, pueden ser considerados elementos confiables.

- Vibrómetros como el Fluke 810 poseen frecuencia de muestreo de hasta 51,2 [Hz] y vibrómetros de gamas altas como el PCE-VT 2800 permiten ajustar la frecuencia de muestreo a conveniencia en un rango de 1 a 10 [KHz]. Estos últimos pueden ser de mayor ayuda para evaluar la respuesta libre del sistema. Para mediciones de respuesta libre de un sistema oscilante no es recomendable la frecuencia de muestreo del vibrómetro CESVA VC431 puesto que su frecuencia de muestreo es de 1 [Hz] máximo. El teorema de Nyquist estipula que para reproducir una señal análoga fielmente se necesita una frecuencia de muestreo de por lo menos el doble de la máxima frecuencia que se desea reproducir fielmente.

REFERENCIAS

- Acuerdo Ministerial N° 028. Libro VI del Texto Unificado de Legislación Secundaria, Quito, Ecuador, 13 de febrero de 2015.
- Bell, Leweis H. (1982). *Industrial Noise Control, Fundamentals and Applications*. New York, United States of America: Marcel Dekker, Inc.
- Beraneck, Leo L. (1969). *Acústica*, Buenos Aires, Argentina: Hispano Americana S. A. Versión Castellana.
- COMSOL MULTIPHYSICS, (2015). Model Gallery. North America. Recuperado el 10 de enero de 2015, de <http://www.comsol.com/models>.
- Decreto Ejecutivo N° 2393. Reglamento de seguridad y salud de los trabajadores y mejoramiento del medio ambiente de trabajo, Ecuador, 17 de noviembre de 1986.
- Gerges, S. (1998). *Ruido: fundamentos y control*. Florianópolis, Brasil: Universidad Federal de Santa Catarina.
- Kinsler, L., Frey, A., Coppens, A. y Sanders, J. (1995). *Fundamentos de acústica*. México, D.F., México: Limusa.
- Sonido de la Esperanza Radio Network. (2012) *Los efectos negativos del ruido*. Recuperado el 22 de abril del 2015, de <http://www.radiosoh.com/index.php/planeta/726-los-efectos-negativos-del-ruido>
- Meruane, Viviana. *Vibraciones Mecánicas*, Santiago, Chile, Departamento de Ingeniería Mecánica, Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas, Universidad de Chile.
- Miyara, F. (2004). *Acústica y sistemas de sonido*. Bogotá, Colombia: Fundación Decibel.
- Synkro. (s.f.). *Efectos del ruido sobre la salud, la sociedad y la economía*. Recuperado el 22 de abril de 2015, de <http://www.sistemasynkro.com/control-ruido-locales-ocio.aspx>
- Universidad de las Américas. Facultad de ingeniería y ciencias agropecuarias. (2015). *IES960 - Laboratorio de Acústica practica 4*. Quito, Ecuador: Ingeniería en sonido y acústica.

Vásquez García, Optaciano (2008). Vibraciones Mecánicas, Física General II (pp.64-142).Recuperado de http://viviana.meruane.com/me4701_p.pdf

ANEXOS

Programación de un sistema con amortiguación

```
closeall
clearall
clc
symst
m=20; % en kg
%k=27624.8; %rigidez del sistema
k=1000;
c=0.9; % constante de amortiguamiento (propio del resorte)
wo=(k/m)^0.5; %frecuencia angular
cc=2*m*wo; % constante de amortiguamiento crítico
g=c/cc;
g2=g^2;
% s1=((-g)+((g2-1)^0.5))*wo;
% s2=((-g)-((g2-1)^0.5))*wo;
wd=((1-g2)^0.5)*wo; %velocidad natural amortiguada
s1=(-g*wo)+(1i*(1-g2)^0.5)*wo;
s2=(-g*wo)-(1i*(1-g2)^0.5)*wo;
fd=wd/(2*pi); %frecuencia natural amortiguada
Td=1/fd; % período amortiguado
A=[];
A1(1,1)=rand*(0.05); % A1: Amplitud inicial (valores entre 0-5cm)
A1(1,2)=A1(1,1)*-1;
xo=A1;
vo=diff(A1);
A2=(vo+(g*wo*xo))/(1i*wd);
x(t)=exp((-g*wo).*t).*((A1(1,1))*cos(wd.*t)); % DESPLAZAMIENTO (Con amplitud
inicial positiva)
v(t)=diff(x(t)); % VELOCIDAD (Con amplitud inicial positiva)
a(t)=diff(v(t)); % ACELERACIÓN (Con amplitud inicial positiva)
x_n(t)=exp((-g*wo).*t).*((A1(1,2))*cos(wd.*t)); % DESPLAZAMIENTO (Con amplitud
inicial negativa)
v_n(t)=diff(x_n(t)); % VELOCIDAD (Con amplitud inicial negativa)
a_n(t)=diff(v_n(t)); % ACELERACIÓN (Con amplitud inicial negativa)
t=1:240;
t1=1:Td:240;
v4=v(t);
a4=a(t);
x4=x(t);
v4_n=v_n(t);
a4_n=a_n(t);
x4_n=x_n(t);
x4_1=x(t1); % Envolvente x (Con amplitud inicial positiva)
v4_1=v(t1); % Envolvente y (Con amplitud inicial positiva)
a4_1=a(t1); % Envolvente a (Con amplitud inicial positiva)
x4_1_n=x_n(t1); % Envolvente x (Con amplitud inicial negativa)
v4_1_n=v_n(t1); % Envolvente y (Con amplitud inicial negativa)
a4_1_n=a_n(t1); % Envolvente a (Con amplitud inicial negativa)
% b=(2*pi/wd)*(c/(2*m)) %tasa de decaimiento logarítmico
% b1=2*pi*g
f_a_p=num2str(A1(1,1));
f_a_n=num2str(A1(1,2));
```

```

leg=char(strcat({'Envolvente con A1:',f_a_p,},' [m]'));
leg1=char(strcat({'Envolvente con A1:',f_a_n,},' [m]'));
plot(t,v4)
holdon
plot(t1,v4_1,'r--');
legend(leg);
plot(t1,v4_1_n,'r:');
title('VELOCIDAD');
legend('Decaimiento v(t)',leg,leg1);
%hgexport(gcf,'vibracionFIG_v');
t2=1:1000;
x_x=x(t2);
cont=1;
for i=1:1000
t_r=x_x(i);
if abs(t_r)>(1*10^-10)
cont=cont+1;
continue
end
if abs(t_r)<=(1*10^-10)
t_r=x_x(i);
break
end
end
end

```

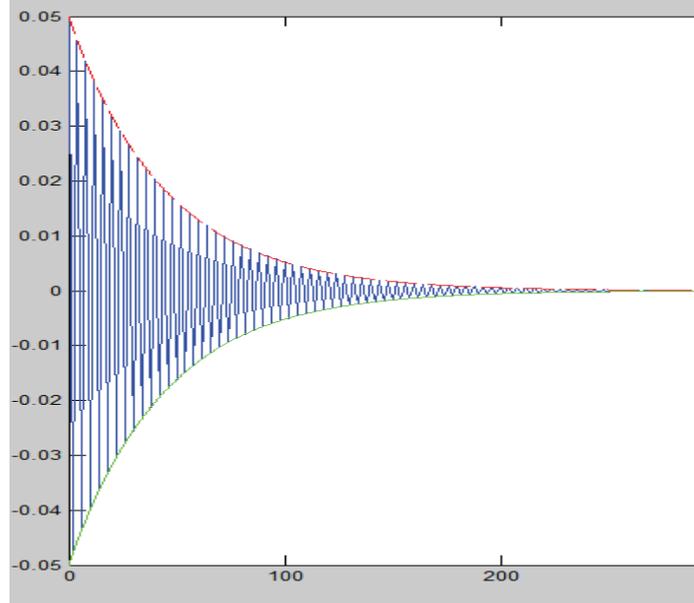


Figura 51. Desplazamiento del sistema amortiguado en el tiempo.

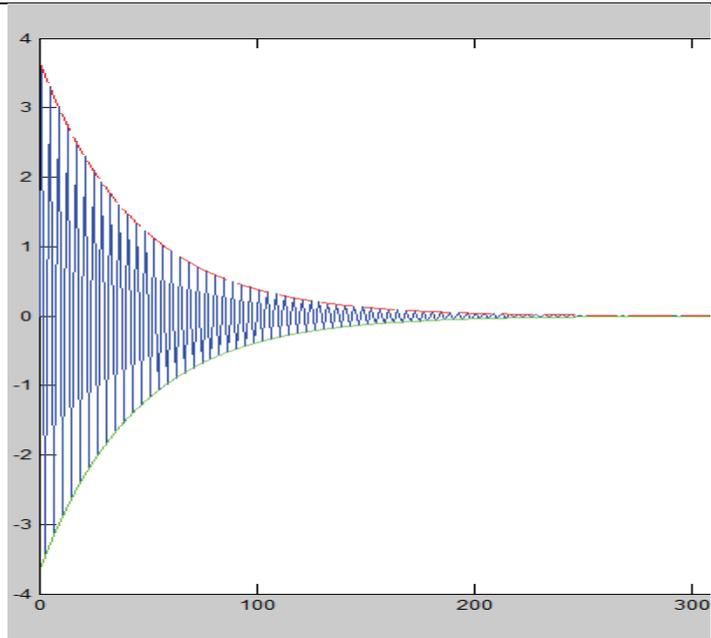


Figura 52. Velocidad del sistema amortiguado en el tiempo.

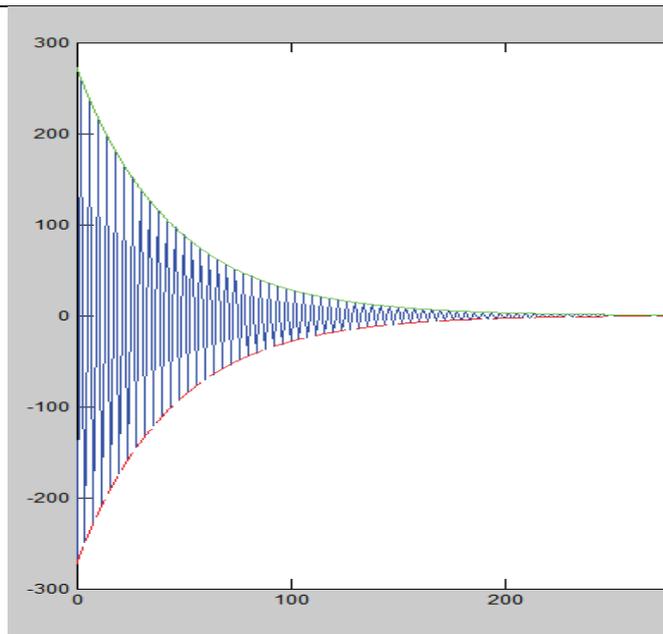


Figura 53. Aceleración del sistema amortiguado en el tiempo.

PRACTICA DE MEDICIÓN Y ANÁLISIS DE VIBRACIONES DE UN SISTEMA ARMÓNICAMENTE FORZADO

Presentación

La presente Guía de Prácticas de Laboratorio ha sido desarrollada para que los estudiantes de la asignatura de Control de Vibraciones dispongan de la información necesaria para la realización de las prácticas correspondientes de acuerdo a los temas, objetivos y resultados de aprendizaje definidos. En este documento se incluye el proceso en el laboratorio de experimentación e investigación, con los respectivos recursos y resultados esperados, para que el estudiante pueda desarrollar su práctica-taller y la elaboración de sus respectivos informes o cualquier otra evidencia de su aprendizaje.

La Guía presenta una secuencia donde se especifica cada sesión en laboratorio con su respectivo proceso didáctico y formativo.

1.- OBJETIVO

- Obtener una curva de frecuencia (en tercios de octava) vs. Aceleración transmitida a la cimentación, en base a los datos entregados por las mediciones.
- Verificar si la frecuencia de resonancia coincide con la frecuencia previamente calculada.
- Estimar la rigidez del sistema completo en base a una prueba de deflexión estática.

2.- RESULTADOS DE APRENDIZAJE ESPERADOS.

Con la ejecución de la práctica el estudiante fortalecerá las siguientes habilidades:

- 1.- Diseñar una base de inercia para sistemas vibratorios.
- 2.- Desarrollar ensayos in situ de medición y predicción del comportamiento de sistemas vibratorios armónicamente forzados.

3.-Calcular diferentes parámetros de ingeniería relacionados a fenómenos acústicos vibratorios como resistencia, amortiguamiento, resonancia, transmisibilidad.

3.- MATERIALES/RECURSOS Y EQUIPOS

Para la ejecución de la práctica verifique que disponga de los siguientes recursos:

- Vibrómetro CESVA VC43.
- Acelerómetro CESVA AC032.
- Fuente eléctrica de 220 [V].
- Motor eléctrico trifásico.
- Variador de frecuencia a la misma de la misma potencia del motor.
- 4 resortes idénticos entre sí.
- Cinta adhesiva de ambos lados.
- Cinta adhesiva común (tape).
- Una masa adicional conocida en [kg]. No menor al 20% de la masa total del motor trifásico.
- Cable nº 16 (10 [m] aproximadamente).
- Destornilladores (plano y estrella).

4.- ACTIVIDAD FORMATIVA

Prerrequisitos

Para la elaboración de la práctica, es indispensable que el estudiante:

- Realice una recopilación de todas las ecuaciones necesarias para el modelamiento del sistema.
- Disponga de una calculadora y Acceso a Microsoft Word y Excel
- Realice una hoja de campo donde anote todo el ensayo.
- Realice una lectura previa de la guía completa de la práctica.

Descripción de la Actividad:

Escenario:

Es necesario realizar un informe de aceleración transmitida a la base de la maquinaria con el motor en funcionamiento a distintas frecuencias de rotación en un rango de 0 a 80[Hz] o hasta el máximo permisible por el variador de frecuencia, en tercios de octava.

El informe indica debe estar compuesto de:

- Nombre de los alumnos que realizaron el ensayo.
- Hoja de Campo, compuesta por todos los datos necesarios que aseguren la repetibilidad y reproducibilidad del ensayo.
- Captura de la hoja de Excel donde se observe la generación de gráficos a partir de los datos obtenidos.
- Cálculos de predicción del comportamiento del sistema y predicciones iniciales de rigidez.
- Cálculos, aproximaciones y correcciones de la rigidez, luego de la comprobación de la frecuencia natural del sistema.
- Gráficos de aceleración transmitida a la base de la maquinaria.
- Indicar cualquier anomalía durante la medida.

Proceso de la práctica

Para cumplir con los requerimientos de la práctica se deben realizar las siguientes actividades:

4.1 Considerando que:

$$mg = kx_e$$

Dónde:

m=masa conocida de prueba para la deflexión estática.

g=aceleración debida a la gravedad.

k=factor de rigidez del resorte.

x_e =deflexión estática del resorte al aplicar la masa.

$$f_n = \frac{1}{2\pi} w_0 [Hz]$$

Dónde:

f_n =frecuencia natural del sistema.

w_0 = velocidad angular del sistema.

$$w_0 = \sqrt{\frac{k}{M}} \left[\frac{rad}{s} \right]$$

Dónde:

k =rigidez del sistema.

M =masa del sistema.

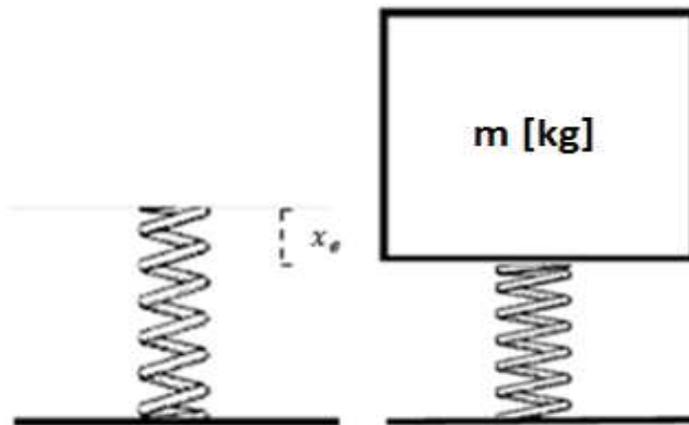
Creación de esquema:

- Anotar todo lo necesario durante el ensayo que asegure la repetibilidad y reproducibilidad del mismo

Realización del Ensayo:

4.2.- Deflexión estática del resorte.

- Colocar el resorte sobre una superficie plana.
- Aplicar una masa conocida al resorte y medir su deflexión estática x_e con un flexómetro tal como se muestra en el gráfico a continuación. Se recomienda usar masas m mayores a 6[Kg] para obtener deflexiones más grandes que se puedan evaluar a simple vista.



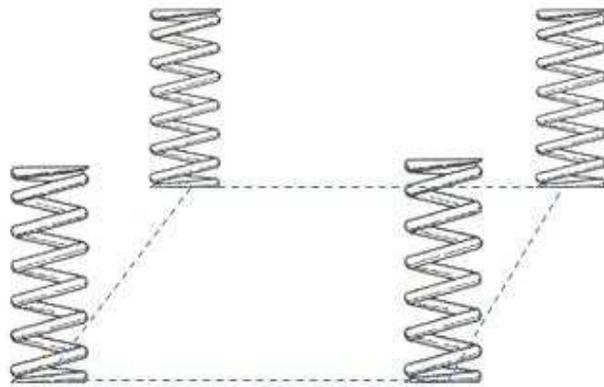
- Con el dato de deflexión estática x_e calcular el valor k de rigidez asociado al resorte.
- A partir del dato aproximado de rigidez k , calcular la frecuencia natural del sistema, tanto del sistema que se usó para la evaluación de deflexión estática como del sistema conformado por cuatro resortes idénticos y la masa total del motor que se colocara para el experimento.

Observaciones: La comprobación de la deflexión estática debe tratar de no ser alterada por golpes sobre la superficie de prueba o cualquier otro tipo de

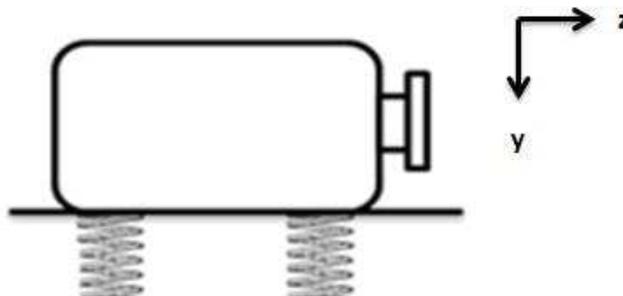
perturbación, cualquier movimiento sobre la superficie donde se está trabajando influenciará haciendo los errores más grandes y las aproximaciones menos exactas.

4.3.- Montaje del prototipo.

- Conectar el variador de frecuencia al motor y a la alimentación eléctrica trifásica necesaria.
- Comprobar si existe paso de corriente hacia el variador de frecuencia, y hacia el motor con un multímetro.
- Colocar los cuatro resortes idénticos en paralelo, formando un cuadrilátero, de tal modo que se pueda colocar el motor encima de los resortes.



- Colocar el motor encima de los resortes idénticos y comprobar si el variador de frecuencia está controlando la frecuencia del motor verdaderamente. (IMPORTANTE. Asegurarse que la configuración de tiempo de aceleración del variador de frecuencia no sea demasiado alta, se recomienda entre 0.5 [s] y 2 [s]. Asegurarse también que no exista ningún tipo de automatización en el tiempo que modifique la velocidad o potencia que el variador entrega al motor.)



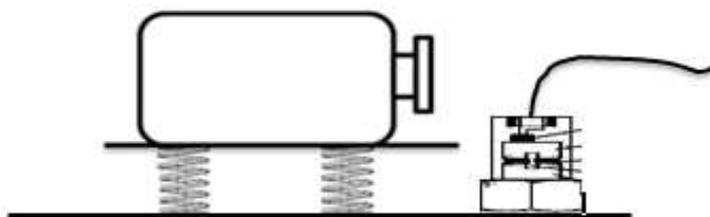
5.- MEDICIÓN.

5.1 Verificación del equipo

- Comprobar el funcionamiento del equipo de medición.
- Verificar que el transductor asociado a la medición funcione correctamente. (IMPORTANTE. No exponer a caídas fuertes ningún transductor o instrumento de medición)
- Verificar porcentaje de error, fecha y hora del instrumento. (IMPORTANTE. El manual de usuario del vibrómetro CESVA VC431 establece que las mediciones no serán fiables si el porcentaje de error mostrado supera el 2%, sin embargo para este laboratorio se aceptaran márgenes de error de hasta el 8% Leer manual del vibrómetro CESVA VC431
- Verificar si las baterías tienen suficiente carga.
- Configurar el equipo en respuesta *SLOW* y en modo de *grabación de datos*
- Verificar y tomar nota del número de registro a usarse en la memoria del instrumento y los datos importantes asociados a cada medición. (Posición del vibrómetro, frecuencia que se está midiendo etc.)

5.2 Fijación del acelerómetro

- El acelerómetro tendrá que fijarse sobre el suelo. Usar pegamento en forma de mica (láminas de pegamento por ambos lados) para adherir el acelerómetro al suelo, esto ayuda a disminuir el circuito de tierra entre el acelerómetro y el resto del equipo de medición.



5.3 Procedimiento de mediciones.

- Se realizaran mediciones en un rango de 0 a 80 [Hz] de frecuencia de rotación en bandas de tercio de octava (IMPORTANTE. Si el variador de frecuencia no puede llegar hasta 80 [Hz] la medición se hará hasta la máxima frecuencia de rotación que el variador de frecuencia lo permita)

- Cada medición deberá tener una duración de 15[s] y para el posterior análisis de datos será de relevancia el dato de aceleración media (RMS) que nos entregue el vibrómetro en el eje “y”
- Realizar una medición de nivel de fondo con el prototipo apagado.

5.4 Aumento de masa del sistema.

- Repetir el procedimiento de medición en bandas de tercio de octava aumentando por lo menos el 20% de masa M al prototipo.

6.- RESULTADOS Y ANÁLISIS.

6.1 Muestre los gráficos de aceleración vs. Frecuencia de la fuerza impuesta, antes y después de haber aumentado la masa del sistema.

6.2 ¿Qué tanto difiere el diseño original con la frecuencia de resonancia que muestra el sistema en funcionamiento? Volver a calcular la rigidez total k_t del sistema y la rigidez individual de cada resorte k_i .

6.3 ¿Cuál fue la verdadera deflexión estática que sufrió el resorte al momento de evaluar su deflexión a simple vista?

6.4 ¿Qué tanto y hacia donde se recorre la frecuencia natural del sistema luego de aumentar la masa total del sistema M ? ¿Disminuye la amplitud de la aceleración en la frecuencia de resonancia después de haber aumentado la masa M del sistema?

6.5 ¿Qué tan bajo es el nivel de fondo comparado con el nivel en frecuencia de resonancia y con el menor nivel de todas las bandas de tercio de octava que se midieron?

6.6 ¿Considera una medida viable de disminución de amplitud de vibración el aumento de masa de los sistemas vibrantes? ¿Por qué?

7.- Referencias Bibliográficas

- Manual Equipo Cesva



Universidad de las Américas
Facultad de Ingenierías y Ciencias Agropecuarias.

Ingeniería en Sonido y Acústica.

Control de Vibraciones.

Docente: Carlos Jurado.

Título del Trabajo: Informe de práctica de medición.

Autores:

Báez Amaris
Chiriboga Pablo
Gallegos Pablo
Gordillo Darío
Tapia Oscar
Zaldumbide Melany

2015

1. Resumen

El presente informe detalla el procedimiento de medición realizado en un caso práctico de una masa sobre una base con amortiguación y fuerza inducida, así como los fundamentos teóricos que serán usados para determinar los valores teóricos y prácticos de los componentes del sistema.

2. Objetivos.

2.1. Objetivo General

- Realizar una correcta medición del sistema vibratorio propuesto con el fin de comparar resultados tanto teóricos como prácticos y además identificar el porcentaje de error entre estos dos casos.

2.2. Objetivos Específicos

- Usar la teoría planteada este semestre para identificar los componentes del sistema y en el caso de los resortes sus valores de k (coeficiente de amortiguamiento) tanto teóricos y prácticos usando la deflexión estática del sistema medido.
- Encontrar la frecuencia de resonancia del sistema tanto teórica como práctica y compararlas, además realizar una curva de respuesta del sistema dependiente de la frecuencia.

3. Introducción

El estudio de teoría de vibraciones tiene como objetivo el predecir el comportamiento de sistemas vibratorios compuestos generalmente por una masa, un resorte y un amortiguador. Y con este estudio encontrar posibles problemas que podrían ser solucionados en la etapa de diseño, esto es más conveniente ya que resultaría más costoso resolver problemas cuando el sistema esta implementado en fábricas, cines, teatros, universidades, etc. Por esto la importancia de conocer cómo se va a comportar nuestro sistema es crucial para un buen Ingeniero Acústico,

ya que así se pueden encontrar soluciones a estos problemas, y para ello poseemos varias herramientas matemáticas que nos ayudan a predecir este comportamiento, usaremos dichas herramientas a continuación.

4. Marco Teórico

Acelerómetro

Un acelerómetro es un transductor cuya salida eléctrica es proporcional a la aceleración. Se utiliza para medir la aceleración de un punto que pertenece a un sistema. Uno de los tipos más comunes de los acelerómetros es el piezoeléctrico. La salida eléctrica del elemento piezoeléctrico es proporcional al cambio en su longitud cuando está sometido a una compresión.

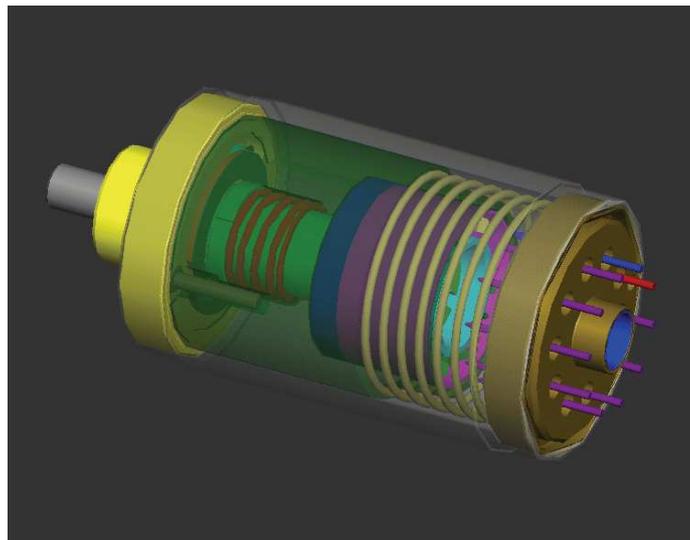


Figura 4.1.- Diseño interno de un acelerómetro.

Sistemas con excitación en la base

Los sistemas con excitación en la base se modelan de la siguiente manera:

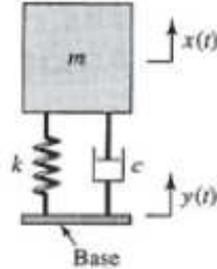


Figura 4.2. Sistema con excitación en la base.

Cuya ecuación de desplazamiento viene a ser la siguiente:

$$\frac{d^2x(\tau)}{d\tau^2} + 2\zeta \frac{dx(\tau)}{d\tau} + x(\tau) = 2\zeta \frac{dy(\tau)}{d\tau} + y(\tau)$$

El desplazamiento armónico de la base se asume como:

$$y(\tau) = y_0 \sin(\Omega \tau)$$

De esta forma se pueden usar las soluciones de sistemas de excitación directa en la masa.

$$\frac{d^2x(\tau)}{d\tau^2} + 2\zeta \frac{dx(\tau)}{d\tau} + x(\tau) = 2\zeta\Omega \cdot y_0 \cos(\Omega \tau) + y_0 \sin(\Omega \tau)$$

Despejando podemos obtener la siguiente ecuación para encontrar el desplazamiento presente en el sistema:

$$x(\tau) = y_0 H(\Omega) \sqrt{1 + (2\zeta\Omega)^2} \sin(\Omega \tau - \theta(\Omega) + \text{atan}(2\zeta\Omega)) = y_0 H_{mb}(\Omega) \sin(\Omega \tau - \psi(\Omega))$$

$$\begin{cases} H_{mb}(\Omega) = \sqrt{1 + (2\zeta\Omega)^2} / \sqrt{(1 - \Omega^2)^2 + (2\zeta\Omega)^2} \\ \psi(\Omega) = \text{atan}\left(2\zeta\Omega^3 / (1 + \Omega^2(4\zeta^2 - 1))\right) \end{cases}$$

donde:

Podemos ver que el sistema tendrá las siguientes respuestas dependiendo del valor del factor de amortiguamiento:

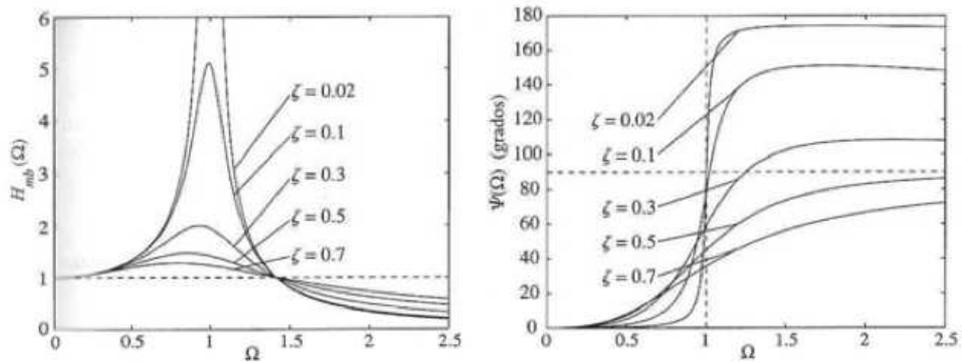
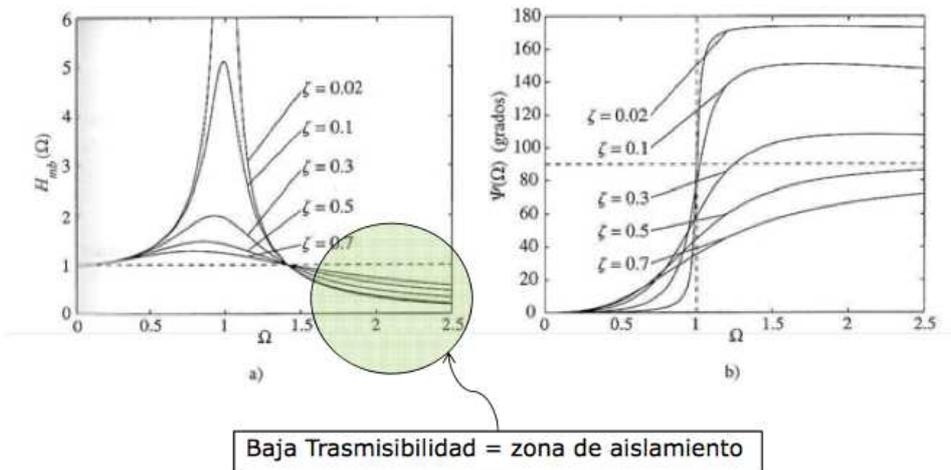


Figura 4.3 Respuesta frecuencial normalizada en base a coeficientes de amortiguación del sistema con excitación en la base.

Podemos calcular la transmisibilidad de la fuerza aplicada a la base mediante la siguiente ecuación:

$$TR(\Omega) \downarrow = H(\Omega) \sqrt{1 + (2\zeta\Omega)^2} = \frac{\sqrt{1 + (2\zeta\Omega)^2}}{\sqrt{(1 - \Omega^2)^2 + (2\zeta\Omega)^2}} = H_{mb}(\Omega)$$

La transmisibilidad según el factor de amortiguamiento es la siguiente, podemos apreciar que se presenta baja transmisibilidad en el área de aislamiento:



Baja Trasmisibilidad = zona de aislamiento

5. Desarrollo

5.1. Materiales y Equipos

- **Vibrómetro y acelerómetro triaxial cesva VC431 y AC032 respectivamente:** La explicación por parte del experto en medición (en este caso concreto el tesista) procedió a delatar su funcionamiento y características básicas.



Figura 5.1. Vibrómetro y acelerómetro Cesva empleados.

- **Motor:** El cual era regulado en velocidad por un instrumento aparte que actuaba como la fuerza impuesta en el sistema cuyas medidas eran en RPM.



Figura 5.2. Motor (sistema) de 20 kg empleado.

□ **Tabla de madera**



Figura 5.3. Base sobre la que se ubicó el sistema

□ **Resortes**



Figura 5.4. Resortes de rigidez equivalente en el sistema $k=9300$ N/m (de acuerdo al tesista) empleados en la práctica.

□ **Cinta adhesiva**



Figura 5.5. Cinta para fijar el acelerómetro en la base.

- **Máquina generadora de revoluciones por minuto (RPM):** Esta máquina permitía simular la fuerza externa aplicada sobre el sistema.



Figura 5.6. Fuerza impuesta al sistema.

5.2. Procedimiento de medición

5.2.1 Consideraciones básicas previa medición

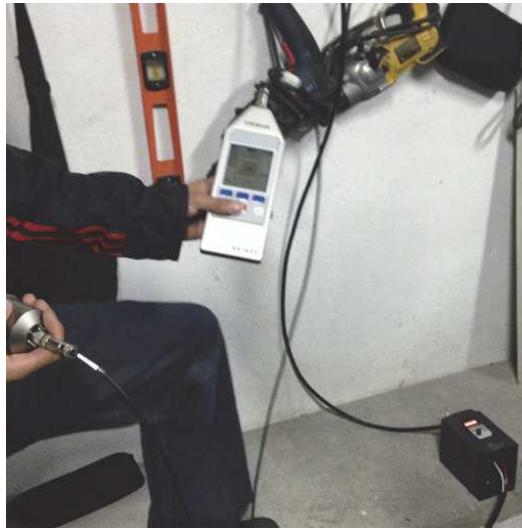


Figura 5.7. Parte de la instrumentación empleada en la medición..

El sistema usado, no era muy óptimo para medir en detalle las características del sistema propuesto en los objetivos (sistema con excitación en la base) ya que no está hecho para soportar maquinaria del tipo industrial (motores grandes y de gran potencia) por lo que su uso de acuerdo a los expertos (docente y tesista) comentaban que era bueno para medir vibraciones en humanos. Debido a que la frecuencia de muestreo empleada en el sistema era 1 Hz (esto se dijo previamente antes de establecer el margen o ventana de frecuencias de 4 Hz en la medición realizada por el grupo), el sistema como tal no entrega una curva del tipo sinusoidal (analizado en detalle en clases por ejemplo) sino que arroja datos cada 1 Hz por lo que en la práctica se dispuso a medir aceleración promedio para una frecuencia en específico.

El primer paso a antes tomar medidas fue cambiar el modo de toma de datos del vibrómetro, para esto se cambió de reproducir a grabar ya que de no haberlo hecho se tenía que realizar la medición y luego grabar (no se graba automáticamente la medición en este modo).

De igual manera con el propósito de tener datos más acorde a lo que se quería medir (aceleración en base a una frecuencia), se optó por elegir el modo de “edificación” del vibrómetro.

En este modo se entrega datos de aceleración instantánea a medida que pasa el tiempo en los ejes x, y, z. (Para nuestro análisis únicamente nos valimos del eje z) y también otorga un valor promedio de las aceleraciones en todos los ejes.

La representación de unidades también fue cambiado puesto que en primera instancia el vibrómetro mostraba valores en dB los cuales fueron pasados a m/s^2 . Se comentó que el cambio a dB no era un valor muy fiable ya que al comparar con datos simulados en un ordenador, no hay referencia fija para los dB mostrados en el vibrómetro en el que basarse.

La opción de pausar la medición por temor a una posible influencia de automóviles no fue considerada ya que de acuerdo al tesista estos pasaban a 6 m del lugar donde por lo general se hacían las mediciones por lo que su influencia era mínima. Cabe destacar que al momento de hacer la medición y llegando casi a la frecuencia de resonancia del sistema, debido a que un eminente desacoplo de los resortes iba a suscitarse esta medida fue reducida a aproximadamente 2 segundos y además sí fue aplicado el botón de pausa.

Para fijar el acelerómetro en la base de madera donde se encontraba el sistema se usó cinta adhesiva pese a que esta es considerada una mala práctica y en su defecto se usan cintas especiales para medición de vibraciones pero debido a la falta de este equipo se usó de todas formas.

5.2.2. Puesta en práctica

Debido a que los estudiantes no disponían de los medios necesarios así como el tiempo para ir y descargar los datos o valores, estos fueron tomados a mano en base a apuntes y medios de registro fotográfico donde lo que más importaba era:

- Aceleración promedio \square/\square^2 en el eje z.

El acelerómetro fue ubicado sobre la tabla en un sector asumido como no tan pesado como para desbalancear al sistema.



Figura 5.8. Detalle de la posición del acelerómetro

Procedimos en seguida a definir un $\delta\square$ que correspondía a cada cuánta frecuencia se va a medir para en función de la frecuencia observar el comportamiento de la curva que esta iba adquiriendo teniendo en cuenta que el rango no va a ser muy amplio ya que solo era posible mediante la fuerza impulsiva obtener resultados hasta 30 Hz.

Se decidió tener un $\delta\omega = 4 \text{ rad/s}$. Debido a que la fuerza externa solo llegaba a 30 Hz, para nuestra medición (hubiera sido de 32 Hz) se tomó esta como último valor a pesar que $\delta\omega = 4 \text{ rad/s}$, es decir que técnicamente al final de la medición pasamos de esta ventana de 4 a una de 2 Hz.

Así pues la medición empezó variando las frecuencias controlando la máquina por una perilla, y además para obtener los datos en hercios se dividieron las revoluciones por minuto para 60.

$$\omega = \frac{\text{rpm}}{60}$$

Como último paso se procedió a realizar una medición en un punto cercano al sistema no propiamente configurado hasta el momento) con el fin de evidenciar si se transmite algo (vibración o nivel) al sistema.

Para este punto se realizaron tres mediciones (medidas 99, 100 y 101) pero vale la pena aclarar lo siguiente:

- Para la medida 99 el acelerómetro se ubicó muy cerca al sistema (en el piso o suelo concretamente) pero sin ningún tipo de fuerza externa (sin velocidades RPM excitando al motor) es decir, la máquina generadora de revoluciones apagada.
- Para la medida 100 el acelerómetro fue dispuesto como mencionado previamente pero con la fuerza externa excitando al sistema hacia la frecuencia de resonancia y debido a que los resortes tendieron a desacoplarse y producir una eminente caída del sistema como tal esta medida tiene 2 segundos (no recomendado para este tipo de mediciones).
- Para la medida 101 se tuvo un mayor control del sistema (pese a que este seguía ofreciendo la fuerza (revoluciones) que activaba la frecuencia de resonancia) ubicando de mejor manera los resortes y hasta cierto punto controlando manualmente al sistema para que no se cayera.

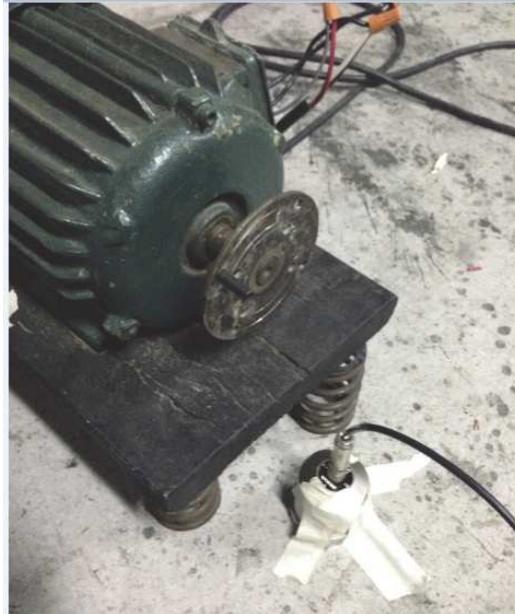


Figura 5.9. Detalle de la posición del acelerómetro para las últimas mediciones



Figura 5.10. Medida 101 correspondiente al ruido de fondo con la fuerza impulsiva en la frecuencia de resonancia.

5.3. Resultados

5.3.1 Resultados Prácticos

La masa del sistema es de 20 kg (El motor tiene un peso de ese valor).

Su operación o potencia es 1 HP es decir 0.75 kW.

Existía una masa despreciable extra de 8 g

La rigidez de los resortes (cada uno de ellos) es de 2.3 kN cuyo cálculo es realizado comúnmente a través de la deflexión estática donde una masa es impuesta y se procede a medir cuanto se deflexiona el resorte y de acuerdo al tesista (y de lo que se pudo interpretar y entender) el sistema como tal posee una rigidez equivalente de 9300 N/m

Las mediciones realizadas tomaron los siguientes parámetros:

RPM	Frecuencia [Hz]
245	4
491	8
722	12
965	16
1200	20
1440	24
1683	28
1800	30

Gracias a los valores de aceleración promedio es posible hallar valores de resonancia.

A medida que las frecuencias iban aumentando, se dio el caso de que en la transición de 24 a 28 [Hz] el sistema entraba en resonancia, en la práctica alrededor de 1300 a 1500 RPM que equivaldría a 23,2 [Hz] aproximadamente, lo cual se puede comprobar en la figura más abajo que describe la medición del acelerómetro en frecuencias cercanas a 12 [Hz] correspondientes a la fundamental de 11,3 [Hz] siendo 23,2 [Hz] el primer armónico de la frecuencia de resonancia.

	k	a_{wi}	$MTWV_i$
x/m	1.0	0.27520	0.88386
y/m	1.0	0.46456	0.85854
z/m	1.0	0.98088	1.66900

	a_{RV}	MTWV	MTWV_y
	1.11968	1.66900	2.07457

62 93/256 D 093

Figura 5.11.Resultado de la medición en la frecuencia de resonancia (1200 RPM equivalentes a 12 [Hz] aproximadamente).

En los anexos se puede observar claramente que los valores de aceleración son mayores en el caso de 12 Hz (722 RPM aproximadamente) (0,98 m/s²) y en 24 Hz (1440 Hz aproximadamente) (0,40 m/s²), si bien en 28 Hz y 30 Hz la respuesta del sistema se ve con una excitación mucho mayor, se le atribuye este comportamiento a la inestabilidad con la que se estaba trabajando, es decir que entre 28 y 30 Hz se encuentra el tercer armónico de la frecuencia fundamental y al no estar sujetos los resortes y también al no haber una rigidez y estabilidad en el sistema, el mismo presenta su respuesta con mayor excitación.

5.3.1 Resultados Teóricos

Pasando de la práctica a la teoría se calculará la frecuencia de resonancia del sistema tomando en cuenta los datos del sistema tanto en su peso como en el coeficiente de amortiguamiento resultante.

Peso del sistema = 20kg
K de cada resorte = 2.3 kN
K resultante de los 4 resortes en paralelo = 9300 N/m
m = 20/9,8 = 2,04 kg

$$f_n = \sqrt{k/m}$$

$$f_n = \sqrt{9300/2,04} = 67,51 \text{ rad/s}$$

$$f_n = 2\pi f$$

$$f = f_n/2\pi$$

$$f = 67,51/2\pi = 10,7\text{Hz}$$

Frecuencia	Aceleración
4	0,03524
8	0,04933
12	0,98088
16	0,16683
20	0,06598
24	0,40266
28	2,29
30	1,06

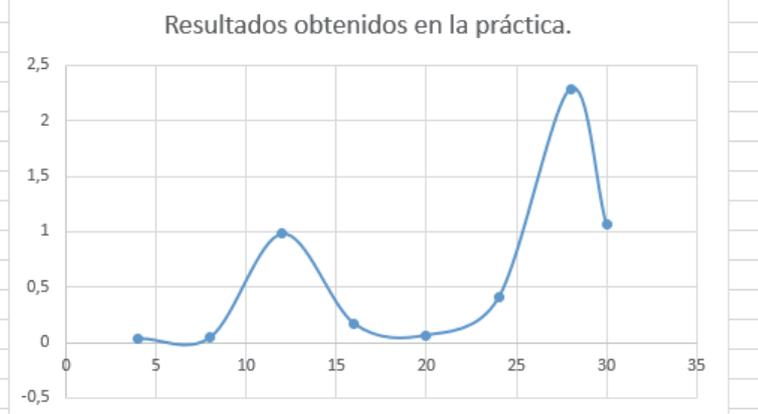


Figura 5.12. Respuesta del sistema (eje x: frecuencia, eje y: aceleración)

Se puede observar claramente que la teoría tiene mucho que ver con los resultados en la práctica, cabe recalcar que el grado de error es justificado debido a las condiciones no ideales en las que se realizó la medición.

Los resultados prácticos van muy acordes a los resultados teóricos calculados, es decir que la práctica fue muy satisfactoria y dió los resultados que se esperaban, al parecer los rangos de medición fueron muy bien elegidos para tener la suficiente cantidad de valores para poder realizar cálculos y desarrollo teórico.

6. Anexos

A continuación se presentan imágenes de las tomas realizadas durante la práctica:



Figura 6.1. Sistema con excitación en la base propuesta.



Figura 6.2. Vista superior del sistema y ubicación propuesta de acelerómetro.

m/s² 00:00:15

i	w	k	a _{wi}	MTVV _i
x	m	1.0	0.01671	0.02081
y	m	1.0	0.07057	0.10753
z	m	1.0	0.03529	0.04662

a _{mv}	MTVV	MTVV _y
0.08063	0.10753	0.11886

62 90/256 090

m/s² 00:00:18

i	w	k	a _{wi}	MTVV _i
x	m	1.0	0.03854	0.03981
y	m	1.0	0.02004	0.02583
z	m	1.0	0.04933	0.05224

a _{mv}	MTVV	MTVV _y
0.06573	0.05224	0.06876

62 91/256 091

m/s² 00:00:15

i	w	k	a _{wi}	MTVV _i
x	m	1.0	0.27520	0.33386
y	m	1.0	0.46456	0.85854
z	m	1.0	0.98088	1.66900

a _{mv}	MTVV	MTVV _y
1.11968	1.66900	2.07457

62 93/256 093

m/s² 00:00:16

i	w	k	a _{wi}	MTVV _i
x	m	1.0	0.42892	0.43684
y	m	1.0	0.83024	0.84314
z	m	1.0	0.16683	0.18436

a _{mv}	MTVV	MTVV _y
0.94926	0.84314	0.96200

72 94/256 094

m/s² 00:00:16

i	w	k	a _{wi}	MTVV _i
x	m	1.0	0.24538	0.25624
y	m	1.0	0.50036	0.52197
z	m	1.0	0.06598	0.11668

a _{mv}	MTVV	MTVV _y
0.56118	0.52197	0.5929

72 95/256 095

m/s² 00:00:16

i	w	k	a _{wi}	MTVV _i
x	m	1.0	0.34256	0.34921
y	m	1.0	0.35335	0.36631
z	m	1.0	0.40266	0.42276

a _{mv}	MTVV	MTVV _y
0.63587	0.42276	0.65403

72 96/256 096

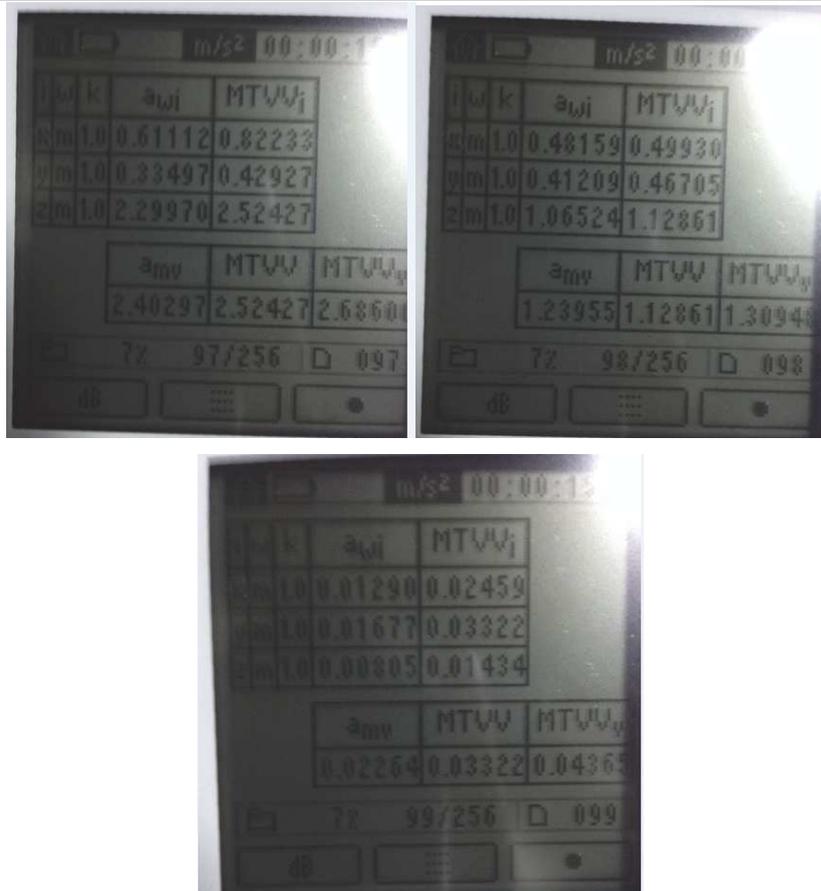


Figura 6.3. Diferentes medidas obtenidas en el vibrómetro.

7. Conclusiones

- El vibrómetro empleado en la práctica es tri axial (posee 3 ejes), el cual importa datos en los ejes X, Y y Z. Los datos que a nosotros nos convino fueron los del eje Z que en nuestro sistema referencial tridimensional pasaría a ser el eje “Y” o movimiento de arriba hacia abajo.
- Este sistema es la simulación visual de un sistema didáctico para enseñar la materia control de vibraciones.
- Este sistema empleado en la práctica está diseñado para ser utilizado en mediciones de vibraciones en humanos antes que en sistemas masa-resorte-amortiguador, sin embargo es un sistema didáctico para la práctica de la teoría sobre control de vibraciones.

- Las mediciones principales hechas en la práctica fueron realizadas sobre el sistema a medir y junto al mismo para considerar posibles efectos vibratorios ocasionados por el ruido de fondo.
- Se concluye que en general, para todo tipo de medición de aceleración, la medición debe ser desarrollada o tomada con un tiempo recomendado de 15[s] para que exista una estabilización del sistema y se arrojen datos fehacientes y correctos.
- Toda máquina sobre alguna base va a tener un elemento de rigidez abajo que se puede calcular o medir y además posee una frecuencia de resonancia, en el caso de esta práctica, el sistema utilizado permitía controlar la rigidez (a través de un resorte propiamente dicho y como tal) entendiéndose que además existía una amortiguación muy pequeña.

8. Recomendaciones

- Debido a la sensibilidad del acelerómetro es necesario asegurar su posición para evitar caídas y consecuentes daños en su estructura.
- Al no tener el software necesario para descargar los datos del vibrómetro se requiere tomar apuntes de los mismos en orden y respaldos necesarios para no perder los resultados importantes.

9. Referencias

- Cesva, (s.f.). *VC431 Vibrómetro triaxial*. Recuperado el 28 de Enero de 2015 de <http://www.cesva.com/es/productos/vibrometros/vc431/>
- Cesva, (s.f.). *VC431 Vibrómetro triaxial Dataheet*. Recuperado el 28 de Enero de 2015 de http://datasheets.cesva.com/vc431_esp.pdf
- Universidad Nacional de Córdoba, *Vibraciones mecánicas y dinámica de las máquinas*. Recuperado el 29 de enero de 2015 de: <http://www.efn.unc.edu.ar/departamentos/estruct/vibraciones/NotasDeClase/1GLD%20Excitacion%20periodica.pdf>