



FACULTAD DE INGENIERIA Y CIENCIAS APLICADAS

ASIGNACIÓN EFICIENTE DE CANALES PARA SISTEMAS OFDMA/MU-
MIMO QUE UTILIZAN DETECCIÓN ZERO-FORCING

AUTOR

David Marcelo Carrera Cevallos

AÑO
2019



FACULTAD DE INGENIERÍA Y CIENCIAS APLICADAS

ASIGNACIÓN EFICIENTE DE CANALES PARA SISTEMAS OFDMA/MU-
MIMO QUE UTILIZAN DETECCIÓN ZERO-FORCING

Trabajo de Titulación presentado en conformidad con los
requisitos establecidos para optar por el título de Ingeniero
en Electrónica y Redes de Información

Profesor Guía

Ph.D. Henry Ramiro Carvajal Mora

Autor

David Marcelo Carrera Cevallos

Año

2019

DECLARACIÓN DEL PROFESOR GUÍA

"Declaro haber dirigido el trabajo, Asignación eficiente de canales para sistemas OFDMA/MU-MIMO que utilizan detección Zero-Forcing, a través de reuniones periódicas con el estudiante David Marcelo Carrera Cevallos, en el semestre 201920, orientando sus conocimientos y competencias para un eficiente desarrollo del tema escogido y dando cumplimiento a todas las disposiciones vigentes que regulan los Trabajos de Titulación".

Henry Ramiro Carvajal Mora

Doctor en Ingeniería Eléctrica en el Área de
Telecomunicaciones y Telemática

C.I. 1721327862

DECLARACIÓN DEL PROFESOR CORRECTOR

"Declaro haber revisado este trabajo, Asignación eficiente de canales para sistemas OFDMA/MU-MIMO que utilizan detección Zero-Forcing, del estudiante David Marcelo Carrera Cevallos, en el semestre 201920, dando cumplimiento a todas las disposiciones vigentes que regulan los Trabajos de Titulación".

Nathaly Verónica Orozco Garzón

Doctora en Ingeniería Eléctrica en el Área de
Telecomunicaciones y Telemática

C.I. 1720938586

DECLARACIÓN DE AUTORÍA DEL ESTUDIANTE

“Declaro que este trabajo es original, de mi autoría, que se han citado las fuentes correspondientes y en su ejecución se respetaron las disposiciones legales que protegen los derechos de autor vigentes”.

David Marcelo Carrera Cevallos

CI.1721352555

AGRADECIMIENTOS

Quiero agradecer a mi familia y a mi novia quienes con su apoyo moral día a día fueron observando como este sueño se iba convirtiendo en una hermosa realidad, quienes con su experiencia fomentaron en mí una persona de principios de valores que se han convertido en esa pieza fundamental que siempre estarán dentro de mí.

A mi tutor Dr. Henry Ramiro Carvajal Mora quien, con mucho entusiasmo, dedicación, profesionalismo me guio y me oriento en mis triunfos, metas y aspiraciones en el presente trabajo.

DEDICATORIA

Quiero dedicar este trabajo a las personas quienes me impulsaron a cumplir mis metas y no darme nunca por vencido. A mi abuelo Eloy Cevallos que ya no se encuentra entre nosotros, yo rindo un homenaje a su memoria y a la alegría que tuviera al ver culminado un sueño que forje hace seis años con su apoyo incondicional y cariño que tuviste con todos nosotros gracias abuelito y muchas gracias a todos.

RESUMEN

En el presente proyecto se propone un algoritmo de asignación de canales (*Scheduling*), que permite mejorar el desempeño de sistemas celulares que emplean técnicas MIMO/OFDMA usando el detector multiusuario lineal *Zero-Forcing* (ZF). El desempeño del esquema propuesto se verifica mediante simulaciones en términos de la probabilidad de error de bit (BER), considerando modulaciones de amplitud de cuadratura (*M-QAM*).

El algoritmo propuesto considera el hecho de que en un sistema celular existen varios usuarios. Específicamente, se propone seleccionar un grupo de dichos usuarios para que transmitan sobre un mismo canal de frecuencias utilizando la técnica de acceso múltiple por división de frecuencia ortogonales (OFDMA). Esto es posible debido a que se emplea la técnica entradas múltiples y salidas múltiples (MIMO). Así, el algoritmo propuesto escoge los usuarios buscando que la relación señal a ruido (SNR) pueda ser incrementada. Esto se realiza analizando las matrices del canal en los diferentes usuarios.

La complejidad computacional del detector multiusuario lineal ZF se obtiene en términos del número de operaciones complejas realizadas durante el proceso de detección que dependen del número de usuarios totales y el número de antenas receptoras.

Los resultados numéricos y la evaluación de la complejidad computacional muestran que el detector lineal subóptimo con el algoritmo propuesto, permiten compensar la pérdida de diversidad que afronta el detector ZF debido a la interferencia. Específicamente, este detector pierde un grado de diversidad cuando el sistema se encuentra sobrecargado por cada usuario interferente. Por lo tanto, el algoritmo propuesto es una buena alternativa a ser empleada en sistemas móviles celulares de futuras generaciones de manera que su desempeño sea bueno, pero garantizando una adecuada complejidad de implementación.

ABSTRACT

In this project we propose a channel allocation algorithm (Scheduling), which allows improving the performance of cellular systems that use MIMO / OFDMA techniques using the (ZF) *Zero-Forcing* linear multi-user detector. The performance of the proposed scheme is verified by simulations in terms of the bit error rate (BER), considering (M-QAM) quadrature amplitude modulations.

The proposed algorithm considers the fact that in a cellular system exists several users. Specifically, it is proposed to select a group of said users to transmit on the same frequency channel using the orthogonal frequency division multiple access technique (OFDMA). This is possible because the multiple inputs and multiple outputs (MIMO) technique is used. In this way, the proposed algorithm chooses the users looking for the signal-to-noise ratio (SNR) to be increased. This is done by analyzing the channel matrices for different users.

The computational complexity of the ZF linear multi-user detector is obtained in terms of the number of complex operations performed during the detection process that depend on the number of total users and the number of receiving antennas.

The numerical results and the computational complexity evaluation show that the suboptimal linear detector with the proposed algorithm allows to compensate the loss of diversity that the ZF detector faces due to the interference. Specifically, this detector loses a degree of diversity when the system is overloaded by each interfering user. Hence, the proposed algorithm is an interesting alternative for future generation of mobile cellular systems so that they have a good performance, but with an adequate complexity implementation.

ÍNDICE

1. CAPÍTULO I. INTRODUCCIÓN.....	1
1.1 Alcance.....	2
1.2 Justificación.....	3
1.3 Objetivos	3
1.3.1 General.....	3
1.3.2 Específicos	3
2. CAPÍTULO II. CONCEPTOS BÁSICOS Y MODELO DEL SISTEMA	4
2.1 Introducción.....	4
2.2 Esquemas de modulación digital	5
2.2.1 Modulación por amplitud de pulsos (PAM).....	6
2.2.2 Modulación por desplazamiento de amplitud (ASK).....	6
2.2.3 Modulación cambio de fase binaria (BPSK).....	7
2.2.4 Modulación de amplitud de cuadratura (M-QAM).....	7
2.2.5 Codificación de GRAY	9
2.3 Canal de radio móvil.....	9
2.3.1 Pérdida de propagación de radio de gran escala.....	10
1.3.2 Desvanecimiento a pequeña escala y trayectos múltiples	11
2.3.3 Caracterización de canales de trayectos múltiples.....	11
2.4 Diversidad	13
2.4.1 Diversidad espacial.....	13

2.5 Técnicas de detección de datos.....	14
2.5.1 Detección de un solo usuario (SUD)	15
2.5.2 Probabilidad de error de bit (BER) para MRC	16
2.6 Acceso múltiple por división de frecuencias ortogonales (OFDMA).....	20
2.6.1 Implementación digital del sistema OFDMA.....	22
2.6.2 Intervalo de guarda y prefijo cíclico.....	23
2.7 Técnica de entradas múltiples y salidas múltiples (MIMO)	26
2.7.1 Entrada única – salida única (SISO)	27
2.7.2 Única entrada – múltiples salidas (SIMO)	28
2.7.3 Múltiples entradas– única salida (MISO).....	28
2.7.4 Múltiples entradas – múltiples salidas (MIMO).....	29
2.7.5 Señales recibidas MIMO.....	30
2.8 Modelo del sistema	32
2.8.1 Canal con desvanecimiento rayleigh plano.....	32
2.8.2 Técnicas OFDMA – MIMO.....	32
3. CAPÍTULO III. DETECTOR <i>ZERO-FORCING</i> Y ALGORITMO DE ASIGNACIÓN DE CANALES	33
3.1 Introducción.....	33
3.2 Detector ZF - Descripción.....	35
3.2.1 Complejidad del sistema ZF	36
3.2.2 Probabilidad de error de bit (BER)	37
3.2.2.1 Modulación BPSK.....	38
3.2.2.2 Modulación M-QAM	39
3.2.3 Curvas de la BER para ZF - MIMO	40

3.3 Mejora de la probabilidad de error de bit mediante una técnica de <i>Scheduling</i>	45
3.3.1 Técnica propuesta	45
3.3.2 Análisis de Complejidad.....	47
4. CAPÍTULO IV. ANÁLISIS DE RESULTADOS.....	48
4.1 Introducción.....	48
4.2 Probabilidad de error de bit (BER).	49
4.3 Complejidad en función del número de operaciones.	54
5. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES	59
5.1 Conclusiones.....	59
5.2 Recomendaciones	60
REFERENCIAS	61
ANEXOS.....	66

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla. 1 Operaciones complejas requeridas para ZF-MUD.....	37
--	----

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura. 1 Constelación 64-QAM con codificación Gray	9
Figura. 2 Comunicación de un enlace celular.....	10
Figura. 3 Respuesta de impulso de tiempo discreto variable para el canal de radio Multitrayecto	12
Figura. 4 Diversidad espacial	14
Figura. 5 Diagrama de bloques	15
Figura. 6 BER para MRC en función de E_b/N_0 y parametrizado por el número de antenas considerando en 4-QAM.	18
Figura. 7 BER para MRC en función de E_b/N_0 y parametrizado por el número de antenas considerando en 16-QAM.	19
Figura. 8 BER para MRC en función de E_b/N_0 y parametrizado por el número de antenas considerando en 64-QAM.	19
Figura. 9 BER para MRC en función de E_b/N_0 y parametrizado por el número de antenas considerando en 256-QAM.	20
Figura. 10 Asignación de recursos e implementación de la técnica OFDMA... ..	22
Figura. 11 Inserción de prefijo cíclico en el intervalo de guarda	24
Figura. 12 Diagrama de bloques del sistema de transmisión OFDMA.....	26
Figura. 13 Configuración SISO	27
Figura. 14 Configuración SIMO	28
Figura. 15 Configuración MISO	29
Figura. 16 Señales recibidas en un Sistema MIMO.....	30
Figura. 17 Sistema OFDMA que emplea MIMO.	33
Figura. 18 BER para ZF-MIMO en función de E_b/N_0 y parametrizado el número de usuarios considerando 4-QAM y $\Upsilon_r = 4$	41
Figura. 19 BER para ZF-MIMO en función de E_b/N_0 y parametrizado por el número de usuarios considerando 16-QAM y $\Upsilon_r = 4$	41
Figura. 20 BER para ZF-MIMO en función de E_b/N_0 y parametrizado el número de usuarios considerando 64-QAM y $\Upsilon_r = 4$	42

Figura. 21 BER para ZF-MIMO en función de E_b/N_0 y parametrizado el número de usuarios considerando 256-QAM y $\gamma_r = 4$	42
Figura. 22 BER para ZF-MIMO en función de E_b/N_0 y parametrizado por el número de usuarios considerando 4-QAM y $\gamma_r = 7$	43
Figura. 23 BER para ZF-MIMO en función de E_b/N_0 y parametrizado por el número de usuarios considerando 16-QAM y $\gamma_r = 7$	43
Figura. 24 BER para ZF-MIMO en función de E_b/N_0 y parametrizado por el número de usuarios considerando 64-QAM y $\gamma_r = 7$	44
Figura. 25 BER para ZF-MIMO en función de E_b/N_0 y parametrizado por el número de usuarios considerando 256-QAM y $\gamma_r = 7$	44
Figura. 26 BER para un sistema OFDMA/MIMO con ZF y Scheduling parametrizado por u_t considerando $\gamma_r = 2$, $u = 2$ y 16-QAM.....	50
Figura. 27 BER para un sistema OFDMA/MIMO con ZF y Scheduling parametrizado por u_t considerando $\gamma_r = 4$, $u = 2$ y 16-QAM.....	51
Figura. 28 BER para un sistema OFDMA/MIMO con ZF y Scheduling parametrizado por u_t considerando $\gamma_r = 8$, $u = 2$ y 16-QAM.....	51
Figura. 29 BER para un sistema OFDMA/MIMO con ZF y Scheduling parametrizado por u_t considerando $\gamma_r = 16$, $u = 2$ y 16-QAM.....	52
Figura. 30 BER para un sistema OFDMA/MIMO con ZF y Scheduling parametrizado por u_t considerando $\gamma_r = 2$, $u = 2$ y 256-QAM.....	52
Figura. 31 BER para un sistema OFDMA/MIMO con ZF y Scheduling parametrizado por u_t considerando $\gamma_r = 4$, $u = 2$ y 256-QAM.....	53
Figura. 32 BER para un sistema OFDMA/MIMO con ZF y Scheduling parametrizado por u_t considerando $\gamma_r = 8$, $u = 2$ y 256-QAM.....	53
Figura. 33 BER para un sistema OFDMA/MIMO con ZF y Scheduling parametrizado por u_t considerando $\gamma_r = 16$, $u = 2$ y 256-QAM.....	54

Figura. 34 Número de operaciones complejas parametrizado el número total de usuarios u_t , considerando $Y_r = 2, u = 2$	56
Figura. 35 Número de operaciones complejas parametrizado el número total de usuarios u_t , considerando $Y_r = 4, u = 2$	57
Figura. 36 Número de operaciones complejas parametrizado el número total de usuarios u_t , considerando $Y_r = 8, u = 2$	57
Figura. 37 Número de operaciones complejas parametrizado el número total de usuarios u_t , considerando $Y_r = 16, u = 2$	58

1. CAPÍTULO I. INTRODUCCIÓN

MIMO es una técnica que se deriva de Entradas Múltiples – Salidas Múltiples (Barry, 2004). Esta técnica es empleada en sistemas inalámbricos que utilizan múltiples transmisores y receptores. MIMO permite incrementar la eficiencia del sistema debido a que varios símbolos de información pueden ser transmitidos al mismo tiempo y en el mismo canal de frecuencias. Otra gran ventaja es que permite obtener diversidad en la recepción, lo cual disminuye errores en la detección de los símbolos transmitidos, y además permite contrarrestar los efectos de la interferencia (Kwabena, 2013) (Misilmani, & H. M. E., 2017).

Por lo dicho anteriormente, MIMO es una necesidad en los estándares actuales y futuros de comunicaciones inalámbricas. Así, MIMO es considerado en los sistemas móviles de cuarta generación (4G) y quinta generación (5G) (Ge et al, 2016). MIMO puede ser aplicado en entornos multiusuario (MU-MIMO) a fin de que varios usuarios transmitan en el mismo canal de frecuencias. Obviamente, esto produce interferencia (Sharony, 2006). Por este motivo, es necesario utilizar detectores multiusuario en el receptor (considerando el enlace reverso) (Barry, 2004).

Existen diferentes tipos de detectores. Entre los más utilizados se encuentran: los detectores lineales, que se caracterizan por su buen desempeño y baja complejidad de implementación. Existen dos tipos de detectores lineales, el detector *Zero Forcing* (ZF) y el detector *Minimum Mean Squared Error* (MMSE). En este trabajo consideraremos el detector ZF.

Como ejemplo, en (Siriteanu, Takemura, Koutschan & Kuriki, 2015), el detector ZF es utilizado debido a su baja complejidad. Específicamente, en este trabajo se realiza un análisis del desempeño de este tipo de detector considerando canales de tipo Rice y Rayleigh en redes heterogéneas. En estos trabajos se determina que ZF tiene un desempeño aproximado al de la detección de máxima verosimilitud (detector óptimo) en escenarios con MIMO masivo.

En sistemas de comunicaciones multiusuario, típicamente se emplean algoritmos de asignación de canales que se conocen como *Scheduling*. Estos algoritmos permiten mejorar el desempeño del sistema. En (Chen & Wang, 2007), se presenta un marco analítico para evaluar el desempeño del receptor de ZF que opera en entornos MIMO, utilizando *Scheduling* de usuarios. En este trabajo se emplean estadísticas de primera orden para evaluar el desempeño del sistema en términos de la capacidad. Varios algoritmos de *Scheduling* se proponen, sin embargo, estos trabajos no consideran la presencia de interferencia producida por las co-células, que es típica en entornos celulares.

Por otro lado, en (Charles Swannack, E. U, 2006), se calcula la denominada tasa de suma, que es la capacidad total que el sistema puede tener. Para esto se consideraron esquemas de *Scheduling* en un sistema celular. No obstante, no se emplea el detector ZF. En este trabajo se observa que *Scheduling* y multiplexación espacial, que es la base de MIMO, pueden hacerse de manera conjunta. Así, la motivación para (Charles Swannack, E. U, 2006) es encontrar un algoritmo de búsqueda escalable, tanto en términos de complejidad computacional, como en términos de información del estado del canal en el transmisor, que garantice un rendimiento óptimo.

Los sistemas 4G y la etapa inicial de la 5G se caracterizan porque emplearán la técnica de acceso múltiple por división de frecuencia ortogonales (OFDMA). OFDMA se caracteriza por su fácil implementación y por la inmunidad a los efectos de los multitrayectos del canal. Por lo antes indicado, se evidencia que los términos MIMO y OFDMA componen parte del estado del arte de los sistemas de comunicaciones inalámbricas. Así, su estudio es fundamental para el desarrollo de las comunicaciones móviles inalámbricas.

1.1 Alcance

El presente proyecto analiza el desempeño de un sistema celular que utiliza MU-MIMO, considerando el detector multiusuario lineal ZF. El análisis se realizará en términos de la probabilidad de error de bit (BER), considerando esquemas de modulación de amplitud de cuadratura (QAM). Adicionalmente,

se propondrá un esquema de asignación de canales *Scheduling* para los usuarios a fin de mejorar el desempeño del sistema. El desempeño y el algoritmo de *Scheduling* serán validados utilizando simulaciones.

1.2 Justificación

Con base en lo antes indicado, se evidencia que no se ha propuesto un esquema de *Scheduling* para ZF en entornos celulares. Por lo tanto, en el presente proyecto se propondrá y analizará un algoritmo para asignar los canales de OFDMA a diferentes grupos de usuarios. Esta propuesta generará un mecanismo para disminuir la BER media, lo que implica una mejor experiencia para los usuarios de la red celular. El despliegue de la tecnología 5G, previsto para 2020, promete acercarse al usuario con muchas innovaciones; incrementará todos los aspectos como capacidad, velocidad de transmisión lo que conlleva a una comunicación ubicua, además de una velocidad de latencia menor, por lo que el 5G intervendrá en en varias áreas y procesos en los que la ingeniería en telecomunicaciones jamás se involucró. Así, este proyecto pretende contribuir con el desarrollo y evolución de sistemas inalámbricos 5G.

1.3 Objetivos

1.3.1 General

Proponer un esquema de *Scheduling* para mejorar el desempeño del detector lineal ZF en entornos celulares MU-MIMO y evaluar su desempeño a través de simulaciones.

1.3.2 Específicos

- Proponer una técnica de *Scheduling* para asignación de canales en un sistema OFDMA que emplea MIMO y así mejorar la experiencia de los usuarios en la red celular.

- Analizar el desempeño del detector ZF y del algoritmo de asignación de canales propuesto en términos de la probabilidad de error de bit (BER), considerando esquemas de modulación QAM para la red celular.
- Evaluar el desempeño de la técnica de *Scheduling* propuesta utilizando el software MATLAB.

El siguiente documento está organizado de la siguiente manera. En el Capítulo 2 se describe Conceptos Básicos y Modelo del Sistema. En el Capítulo 3 se describe el Detector *Zero-Forcing* y Algoritmo de Asignación de Canales. En el Capítulo 4 se realiza Análisis de Resultados. Finalmente, se presenta las Conclusiones y Recomendaciones del presente proyecto.

2. CAPÍTULO II. CONCEPTOS BÁSICOS Y MODELO DEL SISTEMA

2.1 Introducción

El espectro radioeléctrico es un recurso natural limitado, por lo cual tiene que ser utilizado de manera eficaz. Así, la cobertura y la capacidad de una red de comunicación, debe ser diseñada adecuadamente. Existen varias técnicas que se han implementado con el fin de llevar a cabo este propósito. Aquellas técnicas relacionadas con los sistemas celulares se caracterizan porque han evolucionado a un ritmo significativo.

El principal objetivo de los sistemas celulares es brindar un servicio de comunicación con buena calidad, a un grupo de usuarios en una respectiva área geográfica. Para ello, la reutilización de frecuencias, canales y técnicas de acceso múltiple son elementos fundamentales con miras a alcanzar este objetivo. Por consiguiente, la implementación de nuevos servicios de comunicación opta por conseguir menores latencias y altas velocidades de transmisión, para esto es importante tener en cuenta el diseño de los esquemas celulares modernos.

A pesar de lo mencionado anteriormente, las señales de radio se distorsionan, debido a los efectos que tiene el canal como el desvanecimiento y el ruido.

Además, la interferencia producida por los dispositivos que posee el sistema celular es un punto a considerar ya que produce distorsión en la señal de radio; por este motivo, se han desarrollado varias técnicas con el propósito de mitigar los efectos del canal y de la interferencia.

Es importante recalcar algunos conceptos básicos vinculados con los puntos mencionados anteriormente en el estudio de los sistemas celulares. Por ende, el objetivo primordial de este capítulo es mencionar conceptos básicos que faciliten comprender los análisis abordados en el presente estudio. A lo largo de todas las secciones se va a representar M como el orden de la modulación es decir los bits transmitidos en un símbolo.

Este capítulo está proyectado en el siguiente orden. Esquemas de Modulación Digital que se describe en la Sección 2.2. El canal de radio móvil se analiza en la Sección 2.3. También técnicas de diversidad visualizados en la Sección 2.4. Además, algunos sistemas de detección se mencionan en la Sección 2.5. Técnicas de acceso múltiple se detallan en la Sección 2.6. Sistema MIMO en el Apartado 2.7. Finalmente, el modelo del sistema, considerado en este trabajo se presenta en la Sección 2.8.

2.2 Esquemas de modulación digital

En comunicaciones digitales, los bits se transforman en una señal que puede ser transmitida por el canal. La modulación es el proceso de modificar una o más propiedades de una forma de onda periódica con alta frecuencia, llamada señal portadora, con una señal de modulación que generalmente contiene información para ser transmitida. El objetivo principal de la modulación actual es transmitir tantos datos como sea posible, usando la menor cantidad de espectro con la finalidad de optimizar recursos en el sistema. Algunos esquemas de modulación digital se basan en las técnicas *Keying*, derivadas del código telegráfico Morse que fue usado para la señalización (UDLAP, 2005).

La modulación digital proporciona una mayor capacidad de información ya que mientras más alta sea la modulación más puntos de decisión e información podemos enviar por Hertz, también contiene más seguridad en los datos,

rápida disponibilidad de los sistemas de comunicación, con gran calidad de información recibida como transmitida. Por lo tanto, las técnicas de modulación digital tienen una mayor demanda ya que poseen una mayor capacidad para transmitir numerosas cantidades de datos en comparación con las técnicas de modulación analógica (Barry, 2004). Es por ello, que en este trabajo emplearemos dichos métodos de modulación digital.

2.2.1 Modulación por amplitud de pulsos (PAM)

En la señal PAM se usan pulsos con duración constante, mientras que la amplitud de los pulsos varía en función de los bits moduladores. Por lo tanto, la señal modulada puede escribirse como:

$$s(t) = \sum_{l=-\infty}^{\infty} A_l p(t - lT_s),$$

(Ecuación 1)

dónde A_l es la amplitud perteneciente a la constelación de símbolos, T_s es el tiempo de duración del símbolo y $p(t)$ el formato de pulso banda-base. Si la señal modulada tiene M amplitudes o símbolos diferentes, entonces el esquema de modulación es conocido como modulación de pulsos en amplitud de niveles múltiples (M -PAM), que transmite $\log_2 M$ bits por símbolo.

2.2.2 Modulación por desplazamiento de amplitud (ASK)

La modulación ASK, es una señal portadora sinusoidal incluida en el esquema PAM. En otro contexto, la portadora sinusoidal tiene amplitudes diferentes, pero su frecuencia y fase son constantes. ASK es una forma de modulación digital que representa variaciones digitales en la amplitud de la portadora. La señal modulada puede escribirse como:

$$s(t) = \sum_{l=-\infty}^{\infty} A_l p(t - lT_s) \cos(2\pi f_c t),$$

(Ecuación 2)

donde, f_c es la frecuencia de la portadora.

2.2.3 Modulación cambio de fase binaria (BPSK)

En BPSK la información del flujo de bits está contenida en los cambios de fase de la señal transmitida. Un demodulador síncrono es sensible a estas inversiones de fase.

Con (BPSK), la fase de la portadora puede asumir dos valores diferentes, que están separados por π radianes entre ellos. Si la portadora sinusoidal tiene una amplitud A , entonces la energía de bit de la señal BPSK es $E_b = \frac{1}{2} A^2 T_b$, donde T_b es la duración de un bit, la cual, es igual a la duración del símbolo (Usfq, 2017).

2.2.4 Modulación de amplitud de cuadratura (M-QAM)

La modulación M -QAM transmite información, cambiando las amplitudes de dos portadoras sinusoidales usando modulación ASK. Las dos ondas portadoras que se encuentran en la misma frecuencia están desfasadas entre sí por $\pi/2$ radianes. Por ello las portadoras no se interfieren entre sí. Así, pueden usar el mismo ancho de banda y frecuencia. Estas dos portadoras se denominan como portadoras en cuadratura. Debido a que esta modulación emplea de manera eficaz el espectro radioeléctrico, ha sido ampliamente utilizada en las últimas generaciones de sistemas inalámbricos (Holma, 2011).

Para esta modulación existen $M = 2^k$ formas de onda, donde $k \geq 2$ porque se transmiten mínimo dos bits de información por ello es el número de bits transmitidos por símbolo. Si k es un número par, la constelación M -QAM es un

producto cartesiano de dos constelaciones \sqrt{M} -ASK para el componente en fase y para el componente en cuadratura. Por lo tanto, la constelación M -QAM de banda base es equivalente y se la define:

$$S = \pm(2s_1 - 1)A \pm i(2s_2 - 1)A, \quad s_1, s_2 \in \{1, 2, \dots, \sqrt{M}/2\},$$

(Ecuación 3)

En la Ecuación 3, A representa la amplitud de la señal. Asimismo, $(2s_l - 1)A$ es un símbolo que contiene una constelación M -ASK de banda-base equivalente, en comparación a la de la constelación PAM. La energía por símbolo en la modulación M -QAM es $E_S = \frac{1}{2}\overline{s^2}T_s$, en donde, $\overline{s^2}$ denota la potencia media de la constelación base. La relación de la energía de símbolo, con la energía de bit se obtiene como, $E_b = E_S/k$ lo que es igual a $E_b = E_S/\log_2 M$. La potencia de cada constelación \sqrt{M} -ASK viene dada por:

$$\begin{aligned} s^2_{\sqrt{M}\text{-ASK}} &= \sum_{l=1}^{\sqrt{M}/2} \{[-(2l-1)A]^2 + [(2l-1)A]^2\} \\ &= \frac{1}{3}\sqrt{M}(M-1)A^2. \end{aligned}$$

(Ecuación 4)

En la constelación M -QAM, cada \sqrt{M} -ASK se utiliza un $2\sqrt{M}$ veces. Por lo tanto, la potencia total de M -constelaciones es $2\sqrt{M}$ veces la potencia total de la constelación \sqrt{M} -ASK. Por ello la constelación M -QAM posee M símbolos, su

potencia media equivalente en la constelación de banda-base se puede obtener como:

$$\begin{aligned}\overline{s^2} &= \frac{2\sqrt{M}}{M} s^2 \sqrt{M} - ASK \\ &= \frac{2}{3} (M - 1) A^2.\end{aligned}$$

(Ecuación 5)

2.2.5 Codificación de GRAY

Esta codificación es utilizada para distintos esquemas de modulación, ya que los bits son asignados en los símbolos más cercanos, la única diferencia se sitúa en un solo bit, lo que minimiza la probabilidad de error de bit (BER). Por ejemplo, la Figura.1, muestra una constelación 64-QAM con codificación Gray, donde podemos observar que Gray destina dos bits de entrada a uno de los 64 símbolos únicos por lo que los pares de bits cambian por solo un bit de símbolo a símbolo.

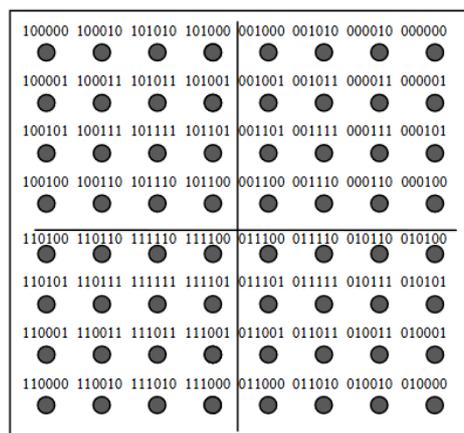


Figura. 1 Constelación 64-QAM con codificación Gray

Tomado de (Espol, 2016)

2.3 Canal de radio móvil

La transmisión de información a través de un canal de radio en sistemas móviles puede hacerse de una estación base a un móvil en cuyo caso se llama

(enlace descendente) o desde un móvil a la estación base en cuyo caso se lo denomina (enlace ascendente) como se visualiza en la Figura.2. Las condiciones de propagación son variables y dependen del entorno. La señal transmitida debe hacer frente a las pérdidas de propagación debidas a la distancia, la atenuación inducida por los obstáculos y en los sistemas celulares, se caracteriza por ser, en la mayoría de los casos, sin línea de visión (NLOS), debido a la presencia de elementos interferentes como edificios o colinas entre el transmisor y el receptor.

Como resultado, la señal recibida es una combinación de varios trayectos que incluyen amplitudes, cambios de fase y diferentes atrasos. Por lo tanto, el canal de radio-móvil es, un canal fluctuante de múltiples trayectos. Los fenómenos de propagación se dividen; en fenómenos de gran escala y pequeña escala (Yacoub, 2012).

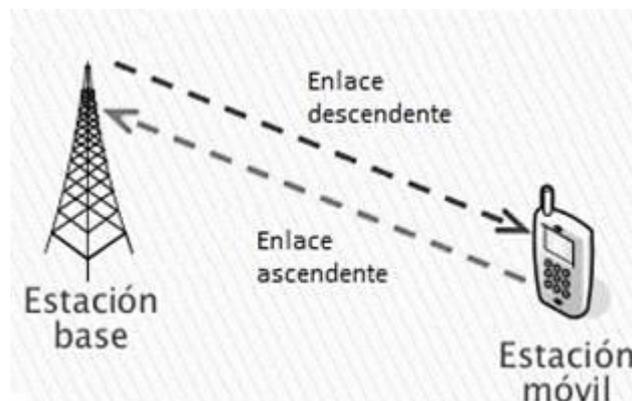


Figura. 2 Comunicación de un enlace celular

Tomado de (González, Prado, Marante & Ledesma, A. 2017)

2.3.1 Pérdida de propagación de radio de gran escala

El desvanecimiento a gran escala es una fluctuación en la amplitud media de la señal en una distancia grande, y también es el resultado de la atenuación producida por los obstáculos entre el transmisor y el receptor. Los dos fenómenos resultantes de gran escala son los efectos de sombreado y la pérdida de trayectoria términos que los definiremos a seguir:

a) Pérdida de trayectoria

La pérdida de trayectoria varía con la distancia y disminuye exponencialmente en un factor de propagación en el espacio libre. Sin embargo, varía según el tipo de entorno en el que se realiza el estudio. Las pérdidas por espacio libre también dependen de la frecuencia. Diferentes modelos consideran que la pérdida de trayectoria aumenta como una potencia en la distancia.

b) Sombreamiento

El sombreamiento produce fluctuaciones en la potencia de la señal recibida alrededor de su valor medio, que se da por la pérdida de trayectoria. Estas fluctuaciones se caracterizan por su lenta variación. El sombreamiento típicamente es modelado por una distribución log-normal (Yacoub, M. 2012).

1.3.2 Desvanecimiento a pequeña escala y trayectos múltiples

El fenómeno de propagación a pequeña escala más importante es el desvanecimiento que describe las rápidas fluctuaciones de las amplitudes, fases o retrasos de trayectoria múltiple de una señal de radio durante un período corto de tiempo o distancia, por lo que los efectos de pérdida de trayectoria a gran escala pueden ignorarse. El desvanecimiento se debe a la interferencia entre dos o más versiones de la señal transmitida que llega al receptor en momentos ligeramente diferentes. Estas ondas, denominadas ondas *multipath* se combinan en la antena del receptor para dar una señal resultante que puede variar ampliamente en amplitud y fase, dependiendo de la distribución de la intensidad, el tiempo de propagación relativo de las ondas y el ancho de banda de la señal transmitida.

2.3.3 Caracterización de canales de trayectos múltiples

El desempeño de un sistema de comunicación inalámbrico depende estrictamente del conocimiento previo del canal. Específicamente, el canal de radio se puede modelar como un filtro lineal con una respuesta de impulso que varía en el tiempo. La naturaleza del filtro se debe a la suma de las amplitudes y retrasos de las diferentes señales que llegan al receptor. Por ello, la

naturaleza en el tiempo es dada por el movimiento del dispositivo móvil. La respuesta de impulso del canal de radio es una función de t y τ , donde t representa las variaciones de tiempo debidas al movimiento del dispositivo móvil y τ denota los retardos de trayectoria múltiple para un valor fijo de t . La respuesta al impulso banda-base equivalente de un canal multitrayecto se puede escribir como (Proakis, 2001);

$$h_{(t,\tau)} = \sum_{l=1}^p \alpha_l(t) \exp[-i\phi_l(t)] \delta[t - \tau_l(t)],$$

(Ecuación 6)

donde p es el número total de trayectos múltiples, $\alpha_l(t)$, $\phi_l(t)$ y $\tau_l(t)$ son la amplitud, la fase y el atraso del trayecto múltiple l –ésimo durante el instante de tiempo t . Además, $\delta(t)$ denota la delta de Dirac. La Figura.3 muestra un ejemplo de respuesta al impulso del canal de radio. En un escenario NLOS, la señal recibida contiene varios componentes de la señal transmitida, no existe un componente que domine en la señal recibida. Además, la respuesta del canal se puede modelar como un proceso Gaussiano complejo de media cero. Por lo tanto, para un t dado, la envolvente de este proceso ($\alpha = |h(t, \tau)|$) puede modelarse por distribución Rayleigh.

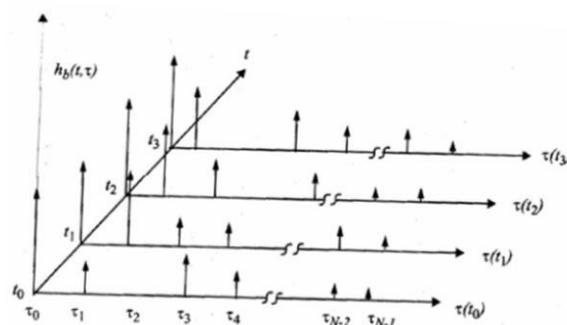


Figura. 3 Respuesta de impulso de tiempo discreto variable para el canal de radio Multitrayecto

Tomado de (Manda, R. & Reddy, S. 2015).

En un modelo de canal con desvanecimiento Rayleigh, la función densidad de probabilidad del desvanecimiento viene dada por (Papoulis, 2002).

$$f(\alpha) = \frac{\alpha}{\sigma^2} \exp\left(-\frac{\alpha^2}{2\sigma^2}\right) \quad , \quad \alpha \geq 0,$$

(Ecuación 7)

donde σ^2 es la varianza de las variables aleatorias Gaussianas reales de media cero que generan la variable aleatoria Rayleigh. Además, la fase resultante (ϕ) de este proceso es una variable aleatoria uniformemente distribuida sobre $[0, 2\pi)$.

2.4 Diversidad

La diversidad es una técnica que mitiga los efectos indeseables producidos por el desvanecimiento a pequeña escala. Las técnicas de diversidad se utilizan para mitigar los efectos de los fenómenos multitrayecto. Por ello, el principal objetivo de la diversidad es obtener réplicas de la señal transmitida para mitigar el desvanecimiento. El número de réplicas se conoce como orden de diversidad. Mientras mayor sea el orden de diversidad, mejor será el desempeño del sistema. Existen varias técnicas de diversidad utilizadas como: frecuencia, espacial, polarización, híbrido y cuádruplo. A continuación, se describirá la técnica de diversidad espacial utilizada en el presente trabajo.

2.4.1 Diversidad espacial

La diversidad espacial se logra, mediante el uso de múltiples antenas en el transmisor y/o receptor, donde las antenas se ubican juntas separándolas a una distancia que viene dada por la longitud de onda. Teóricamente, las señales recibidas en dos antenas separadas a una distancia $d = \lambda_w / 2$ (Jakes, 1974) se ven afectadas por desvanecimientos independientes, dónde λ_w

denota la longitud de onda, que se calcula como $\lambda_w = c / f_c$, donde c es la velocidad de la luz y f_c es la frecuencia de la portadora. En la práctica, las antenas en el receptor se ubican a una distancia mucho mayor que $\lambda_w / 2$ para garantizar diversidad, debido a que a medida que incrementa la distancia, la correlación entre los desvanecimientos disminuyen como se muestra en la Figura. 4.

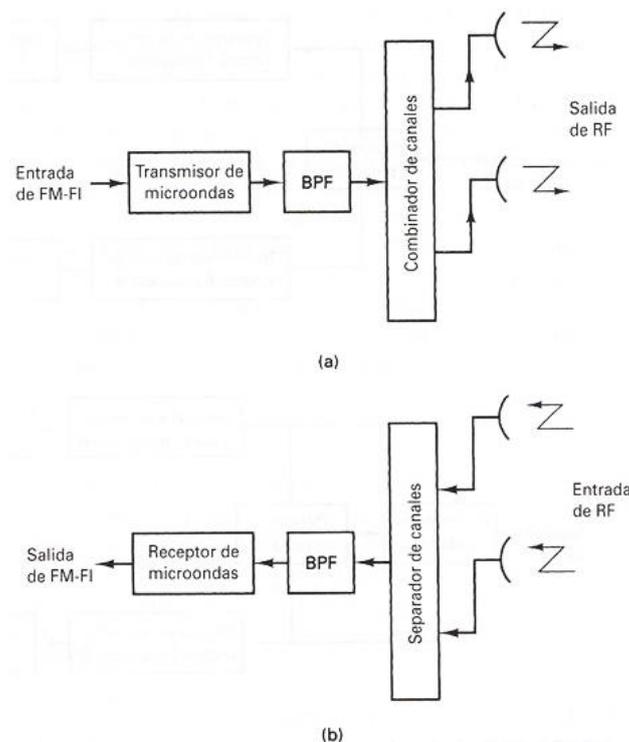


Figura. 4 Diversidad espacial

Tomado de (García, 2014)

2.5 Técnicas de detección de datos

Las técnicas de detección de datos se clasifican como detección de un solo usuario (SUD) y detección multiusuario (MUD). El enfoque SUD logra detectar la señal del usuario objetivo sin poseer ninguna información sobre la interferencia de múltiple acceso (MAI), donde la MAI significa la interferencia en su propia célula. En los sistemas en los cuales se utilizan técnicas de diversidad, SUD se efectúa mediante la utilización de técnicas de combinación

(Kaiser, 2008). En ausencia de MAI, SUD es considerado como una técnica apropiada y óptima. Sin embargo, si MAI se encuentra presente en el sistema, SUD es superado con facilidad mediante el uso de técnicas de MUD. Sin embargo, las mejoras de desempeño con la detección multiusuario, comparando con la detección de un solo usuario se logra generar con una mayor complejidad en el receptor.

Existen varias técnicas de detección, por lo cual tienen su grado de complejidad e implementación. La técnica *Zero-Forcing* (ZF) utilizada en el presente trabajo será descrito en el Capítulo 3.

2.5.1 Detección de un solo usuario (SUD)

SUD óptimo es realizado mediante técnicas de combinación, las cuales se usan en conjunto con técnicas de diversidad. Las técnicas de combinación proporcionan la combinación de cada una de las señales conseguidas con el principio de diversidad. La combinación de relación máxima (MRC) se define como el método de combinación óptimo (Yacoub, 2012) y será descrito a continuación. En la figura se puede observar el diagrama de bloques del esquema MRC que se muestra en la Figura.5

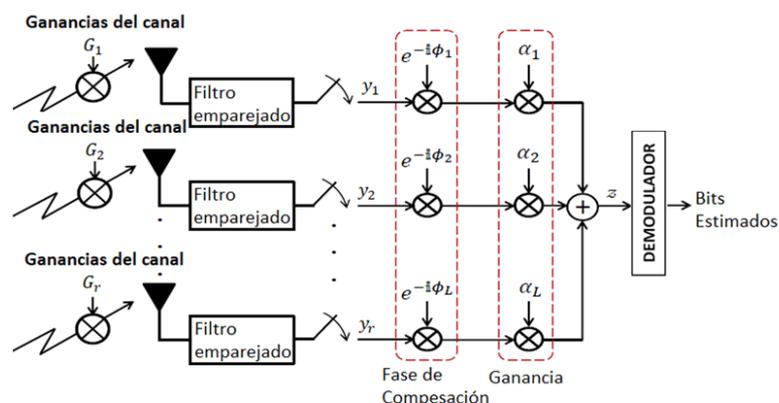


Figura. 5 Diagrama de bloques

Tomado de (Carvajal, H. R. 2018)

Utilizando MRC, cada una de las señales recibidas (obtenidas a través de la diversidad) se multiplican por una ganancia proporcional a su relación

señal/ruido (SNR) instantánea. Entonces, las señales se suman de manera coherente. Por lo tanto, se necesita un circuito de compensación de fase previo a la etapa de combinación, por lo que se multiplica por un factor $\alpha_l \exp(-i\phi_l)$, donde α_l es la amplitud de desvanecimiento y ϕ_l la fase del canal que afecta a la señal l –ésima recibida. La muestra en la salida del combinador se puede escribir como:

$$z = \frac{\mathbf{h}^H \mathbf{y}}{\mathbf{h}^H \mathbf{h}} ,$$

(Ecuación 8)

donde $(.)^H$ denota la conjugada transpuesta, $\mathbf{y} = (y_1, y_2, \dots, y_r)^T$ es el vector de señales recibidas, $\mathbf{h} = (G_1, G_2, \dots, G_r)^T$ es un vector que contiene las ganancias del canal, por lo tanto, $G_l = \alpha_l \exp(i\phi_l)$.

Además, el resultado es normalizado por $\mathbf{h}^H \mathbf{h}$, lo que permite que la constelación utilizada en el demapeador sea la misma que la utilizada en el mapeador, por ello, la constelación empleada para estimar el símbolo recibido no debe cambiar por las amplitudes de desvanecimiento.

2.5.2 Probabilidad de error de bit (BER) para MRC

En comunicaciones digitales, el número de bits con error es el número de bits detectados erróneamente en una secuencia de datos pues han sido afectados por ruido, interferencia, distorsión o sincronización.

La BER viene dada por la relación entre el número de bits erróneos recibidos y el número total de bits transmitidos (Argos, 2008), esto se lo puede definir como:

$$P_b = \frac{\text{\#Bits recibidos erróneos}}{\text{\#Total de bits transmitidos}} .$$

(Ecuación 9)

La BER de un sistema que utiliza MRC con modulación BPSK es igual a (Proakis, 2001):

$$\bar{P}_b = \left(\frac{1 - \mu_B}{2}\right)^Y \sum_{i=0}^{Y-1} \binom{Y-1+i}{i} \left(\frac{1 + \mu_B}{2}\right)^i.$$

(Ecuación 10)

Donde Y es el número de antenas en una estación base y en la que utilizamos

$$\text{que } \mu_B = \sqrt{\frac{\bar{\gamma}_b}{Y + \bar{\gamma}_b}}.$$

La BER media de un sistema que utiliza MRC con modulación M -QAM y codificación Gray, es igual a:

$$\bar{P}_b = \frac{2}{\sqrt{M} \log_2 \sqrt{M}} \sum_{l=1}^{\log_2 \sqrt{M}} \sum_{k=0}^{(1-2^{-l})\sqrt{M}-1} (-1)^{\lfloor \frac{k2^{l-1}}{\sqrt{M}} \rfloor} \left(2^{l-1} - \left\lfloor \frac{k2^{l-1}}{\sqrt{M}} + \frac{1}{2} \right\rfloor \right) I,$$

(Ecuación 11)

donde I es una integral dada por:

$$I = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} \operatorname{erfc} \left(\sqrt{\frac{\gamma_b}{\omega}} \right) f_{\Gamma_b}(\gamma_b) d\gamma_b,$$

(Ecuación 12)

Donde γ_b es la SNR instantánea, erfc es la función de error complementario y

$f_{\Gamma_b}(\gamma_b)$ es la PDF que modela a la SNR en la que utilizamos que $\omega = \frac{2}{3} \frac{(M-1)}{(2k+1)^2}$.

Por ello en la Ecuación 10, se puede determinar que I tiene forma cerrada, pero hay que aclarar que en lugar de μ_B , debemos utilizar (Proakis, 2001):

$$\mu = \sqrt{\frac{\bar{\gamma}_b}{\Upsilon \omega + \bar{\gamma}_b}},$$

(Ecuación 13)

donde $\bar{\gamma}_b = \frac{E_b}{N_0} \log_2 M$.

Las Figuras 6, 7, 8 y 9 presentan la BER de MRC en función de la relación señal a ruido normalizada parametrizada por el número de antenas de recepción. Además, se muestran resultados de simulaciones y curvas teóricas obtenidas con las expresiones. Específicamente, estas figuras muestran resultados para las modulaciones 4-QAM, 16-QAM, 64-QAM y 256-QAM presentadas anteriormente.

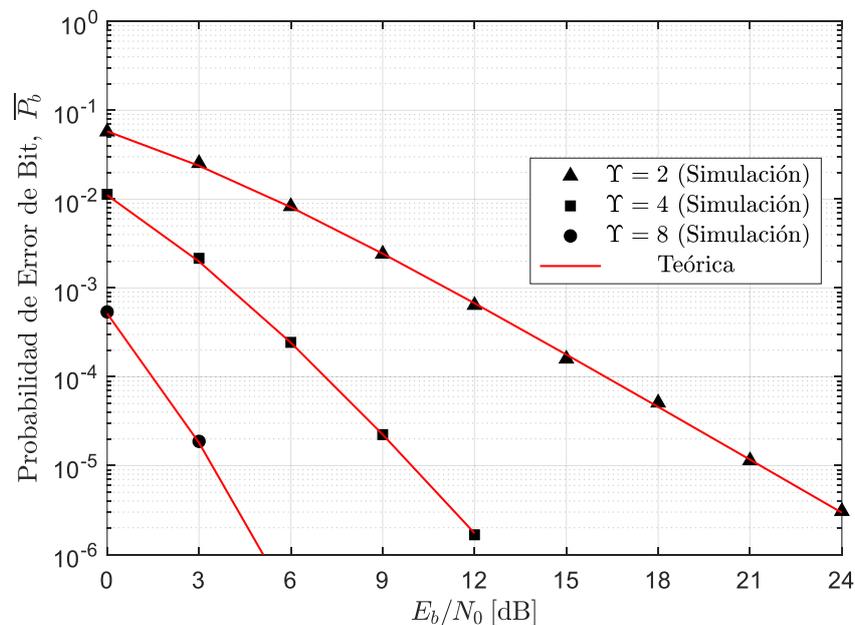


Figura. 6 BER para MRC en función de E_b/N_0 y parametrizado por el número de antenas considerando en 4-QAM.

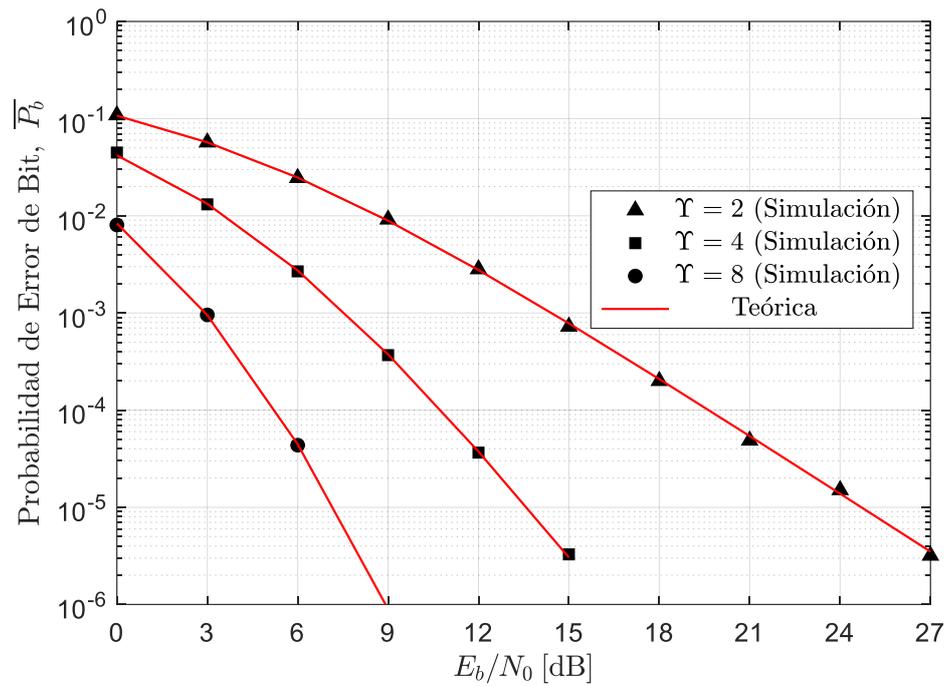


Figura. 7 BER para MRC en función de E_b/N_0 y parametrizado por el número de antenas considerando en 16-QAM.

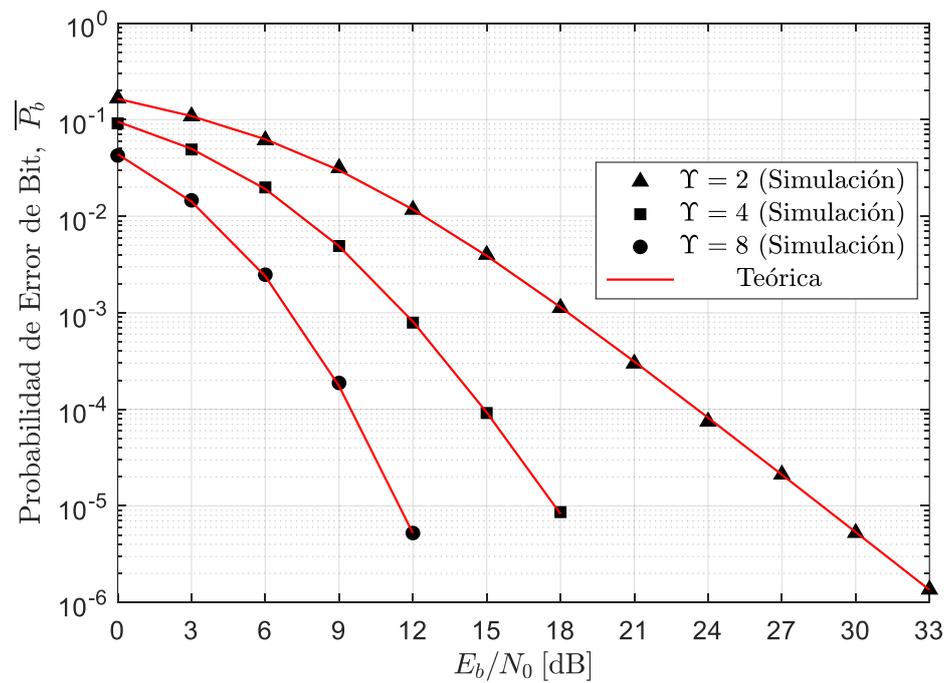


Figura. 8 BER para MRC en función de E_b/N_0 y parametrizado por el número de antenas considerando en 64-QAM.

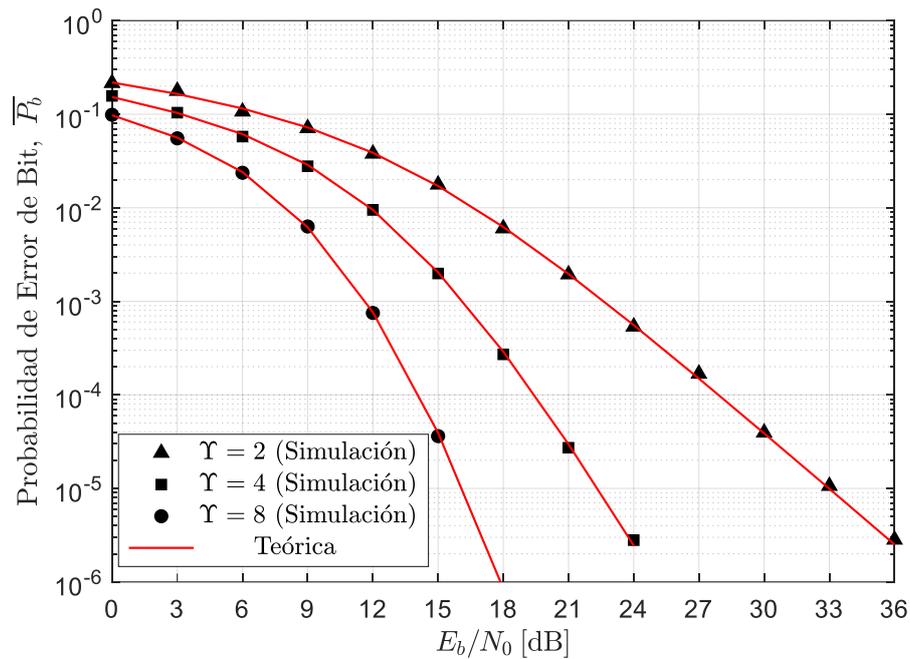


Figura. 9 BER para MRC en función de E_b/N_0 y parametrizado por el número de antenas considerando en 256-QAM.

2.6 Acceso múltiple por división de frecuencias ortogonales (OFDMA)

OFDMA es una versión multiusuario del popular esquema de multiplexación digital conocido como multiplexación por división de frecuencia ortogonal (OFDM) (Saltzberg, 1967, pp. 805-811), (Gibby, 1968, pp. 529-540), donde L símbolos diferentes se transmiten en paralelo empleando L subportadoras (canales de frecuencia), siendo ortogonales entre ellos. El acceso múltiple se logra en OFDMA al asignar subconjuntos de subportadoras a usuarios individuales. Esto permite la transmisión simultánea de baja velocidad con datos de varios usuarios.

El objetivo de OFDM es multiplexar L símbolos en L subportadoras de tal modo que la separación en frecuencia entre subportadoras es igual a:

$$\Delta_f = \frac{1}{T_s} ,$$

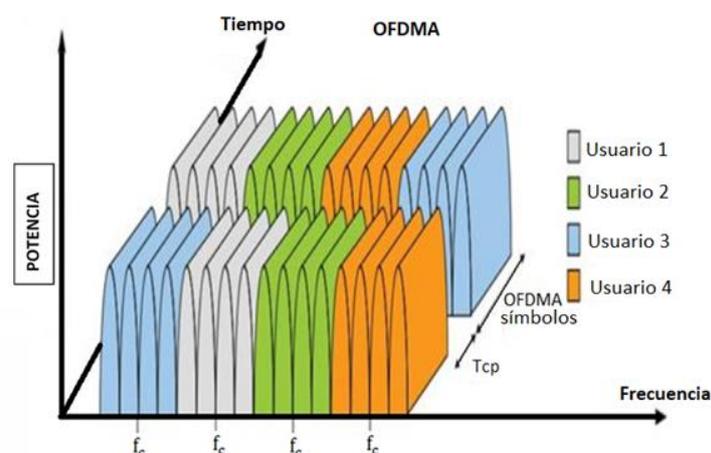
(Ecuación 14)

donde T_s es la duración del símbolo. OFDM utiliza pulsos banda-base rectangulares con un ancho de banda $B_{sub} = \Delta_f$. Los símbolos OFDM transmitidos pueden ser escritos como (Kaiser, S. 1998).

$$s(t) = \frac{1}{\sqrt{L}} \sum_{l=1}^L s_l \exp(i2\pi l \Delta_f t) p(t), 0 \leq t \leq T_s ,$$

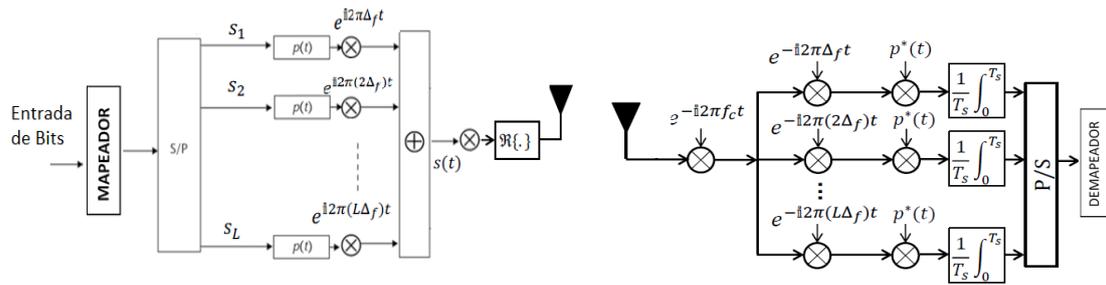
(Ecuación 15)

donde s_l es el símbolo complejo l –ésimo modulado en la subportadora l –ésimo y $p(t)$ es el pulso de banda base rectangular. Además, el factor $1/\sqrt{L}$ normaliza la energía transmitida por símbolo OFDM. En el receptor cuando la señal es demodulada, se utiliza un banco de filtros. En la Figura.10a se visualiza la asignación de recursos en OFDMA en función de la potencia y frecuencia en la que se distribuyen varios usuarios. La Figura.10b muestra el diagrama de bloques donde se visualiza el transmisor y receptor en un sistema OFDMA. A continuación, se describen algunos aspectos adicionales relacionados con OFDMA.



a) Asignación de recursos en OFDMA.

Tomado de (EPN. 2014).



b) OFDMA implementación en sistema análogo (Transmisor y Receptor).

Figura. 10 Asignación de recursos e implementación de la técnica OFDMA.

Tomado de (Cabrera, 2012) y (Carvajal, H. R. 2018).

2.6.1 Implementación digital del sistema OFDMA

Una de sus características más importantes del sistema OFDMA es la mitigación de los efectos del desvanecimiento por trayectos múltiples. Las ventajas de las técnicas OFDMA son que las etapas de modulación y demodulación pueden implementarse en el dominio del tiempo discreto empleando la transformada de Fourier discreta inversa (IDFT) y la transformada de Fourier discreta (DFT), respectivamente. Específicamente, la DFT se implementa a través de la transformada rápida de Fourier (FFT) y la IDFT se implementa a través de la FFT inversa (IFFT). Si la señal transmitida, dada por la Ecuación 15, se muestrea a una velocidad L/T_s , de modo que L muestras se obtienen en los instantes de tiempo $t = kT_s / L$, para $k = 0, 1, \dots, L - 1$, entonces la envolvente compleja del símbolo OFDM transmitido se puede escribir como

$$s\left(k\frac{T_s}{L}\right) = \frac{1}{\sqrt{L}} \sum_{l=1}^L \underbrace{s_l \exp\left(i2\pi l \frac{k}{L}\right)}_{a_k} p\left(t - k\frac{T_s}{L}\right), k = 0, 1, \dots, L - 1,$$

(Ecuación 16)

donde se ha empleado $\Delta_f = 1/T_s$. Además a_k , representa el coeficiente k –ésimo de la IDFT de los símbolos transmitidos por L (Barry, 2004). Por lo tanto, en la implementación digital del transmisor OFDM, los símbolos complejos se paralelizan en grupos de L símbolos. Entonces, se obtiene el IFFT de esos símbolos. Después de eso, las muestras ingresan a un convertidor paralelo/serial (P/S). Por lo tanto, la señal banda-base se obtiene cuando las muestras pasan a través de un formateador de pulsos $p(t)$, que tiene una duración T_s/L . Finalmente, se inserta la frecuencia portadora y se transmite la señal OFDM modulada. En el receptor primero se demodulan las señales, luego la señal resultante pasa a través de un filtro casado con frecuencia de muestreo L/T_s . Después, las muestras ingresan al convertidor serial/paralelo (S/P) y se obtiene la FFT de sus salidas. Al finalizar, las salidas de la FFT ingresan al convertidor P/ S.

2.6.2 Intervalo de guarda y prefijo cíclico

El problema frecuente de interferencia intersimbólica (ISI) en las comunicaciones de alta velocidad da lugar a una auto interferencia debida al retardo por trayectos múltiples de propagación que se decodifica incorrectamente en el receptor. Para eliminar estos efectos indeseables, es necesario emplear un intervalo de guarda entre dos símbolos OFDM adyacentes. La duración del intervalo de guarda (T_p) debe satisfacer $T_p > \tau$, donde τ es la dispersión temporal. Este intervalo está formado por L_p muestras y se conoce como prefijo cíclico. La Figura.11 muestra la inserción del prefijo cíclico en el intervalo de guarda donde el prefijo cíclico representa un aumento en el ancho de banda y en la potencia de transmisión. El ancho de banda aumenta porque se transmiten muestras repetidas.

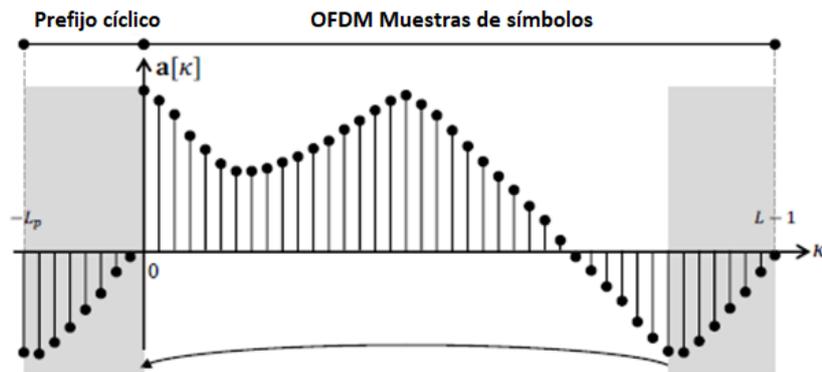


Figura. 11 Inserción de prefijo cíclico en el intervalo de guarda
Tomado de (Carvajal, H. R. 2018).

Por lo tanto, el ancho de banda aumenta de B a $B(1 + L_p/L)$. Además, las muestras adicionales, requieren potencia para ser transmitidas. Así, la potencia de transmisión aumenta de P_t a $P_t(1 + L_p/L)$. Por lo dicho, el ancho de banda y el factor de potencia aumenta debido al prefijo cíclico, esto se lo puede definir por:

$$\rho = 1 + \frac{L_p}{L}.$$

(Ecuación 17)

Entonces sea $\mathbf{r}[k]$ la secuencia de muestras recibidas. Considerando un canal libre de ruido, $\mathbf{r}[k]$ se obtiene como una convolución lineal finita, es decir

$$\begin{aligned} \mathbf{r}[k] &= \mathbf{h}[k] * \mathbf{a}[k] \\ &= \sum_{l=0}^{L-1} \mathbf{h}[k] \mathbf{a}[k-l]. \end{aligned}$$

(Ecuación 18)

Donde $\mathbf{h}[k]$ es la respuesta al impulso discreta banda-base equivalente de un canal multitrayecto que satisface $\mathbf{h}[k] \neq 0$ para $k = 0, 1, \dots, \eta - 1$. Entonces, η

es la dispersión temporal del canal medida en número de muestras. Adicionalmente, $\mathbf{a}[k]$ es la secuencia de L muestras transmitidas a través del canal de trayectos múltiples para $L \geq \eta$.

Sin embargo, debido al prefijo cíclico, la convolución lineal anterior se transforma en una convolución circular, que se define como:

$$\begin{aligned} \mathbf{r}[k] &= \mathbf{h}[k] \otimes \mathbf{a}[k] \\ &= \sum_{l=0}^{L-1} \mathbf{h}[k] \mathbf{a}[(k-l)_L], \end{aligned}$$

(Ecuación 19)

dónde, $(x)_L$ denota la operación de módulo L , es decir, es el resto de la división de x por L . Por lo tanto, $(x)_L \in \{0, 1, \dots, L-1\}$.

En el receptor se puede implementar la propiedad de convolución circular debido al uso del prefijo cíclico (Schafer, 1999).

$$\mathcal{F}\{\mathbf{r}[k]\} = \mathcal{F}\{\mathbf{h}[k] \otimes \mathbf{a}[k]\}$$

$$R_l = \mathcal{F}\{\mathbf{h}[k]\} \mathcal{F}\{\mathbf{a}[k]\}$$

$$= H_l s_L,$$

(Ecuación 20)

donde $\mathcal{F}\{\cdot\}$ denota la DFT de su argumento. Debido a que, el ancho de banda de las subportadoras es más reducido en comparación al ancho de banda de coherencia del canal. Entonces, R_l es un múltiplo del símbolo s_L transmitido. Por lo tanto, no existen interferencias producidas por las réplicas de señales o por distintos símbolos, esto quiere decir que la ISI y la interferencia entre

portadoras (ICI) se han eliminado. En la Ecuación 20, H_l denota la respuesta de frecuencia del canal evaluado en la frecuencia de la subportadora l –ésima, o de igual manera es la ganancia del canal en el intervalo de frecuencia de la subportadora l –ésima. En el receptor, se emplean técnicas para calcular la ganancia del canal, de ahí, la muestra recibida se puede multiplicar por H_l^{-1} antes de la etapa del demapeador. Finalizando, el mínimo número de muestras en el prefijo cíclico se puede definir como:

$$L_P \geq \left\lceil \frac{L\tau}{T_s} \right\rceil,$$

(Ecuación 21)

donde $\lceil x \rceil$ hace referencia a la operación ceil, que transforma el número real x en el número entero mínimo, mayor o igual que x . La Figura.12 muestra el diagrama de bloques de los sistemas OFDMA basados en la implementación de la transformación de Fourier.

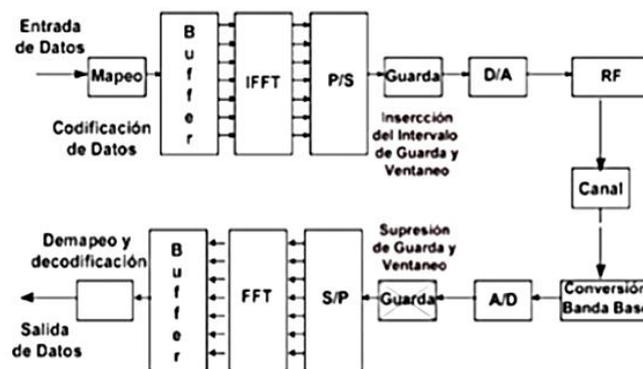


Figura. 12 Diagrama de bloques del sistema de transmisión OFDMA.

Tomado de (Pinto, 2014).

2.7 Técnica de entradas múltiples y salidas múltiples (MIMO)

MIMO se basa en detectar múltiples trayectos de propagación de señales entre múltiples antenas de transmisión y múltiples antenas de recepción. Por lo cual,

MIMO implica el uso de múltiples antenas en el transmisor como en el receptor esto mejora el desempeño del sistema e incrementa la tasa de símbolos sin necesidad de incrementar el ancho de banda utilizado. No obstante, su implementación es más complicada que en un sistema sin MIMO. A continuación, presentamos la clasificación de estos sistemas:

2.7.1 Entrada única – salida única (SISO)

Esta configuración trabaja como un canal de radio estándar; donde el transmisor funciona con una antena de igual manera que en el receptor. No existe diversidad y solo se envía un enlace de información. Además, no se requiere un procesamiento adicional en el transmisor ni en el receptor Figura.13.

Una ventaja de este sistema es su simplicidad ya que no requiere procesamientos relacionados con diversidad o combinación. Por ello, el canal SISO se encuentra limitado en su desempeño.

La interferencia y el desvanecimiento afectaran al sistema más que en un sistema MIMO que utilice alguna forma de diversidad, el ancho de banda del canal está limitado por la ley de Shannon: su desempeño va a depender del ancho de banda y de la relación señal / ruido (Shannon, 1948).

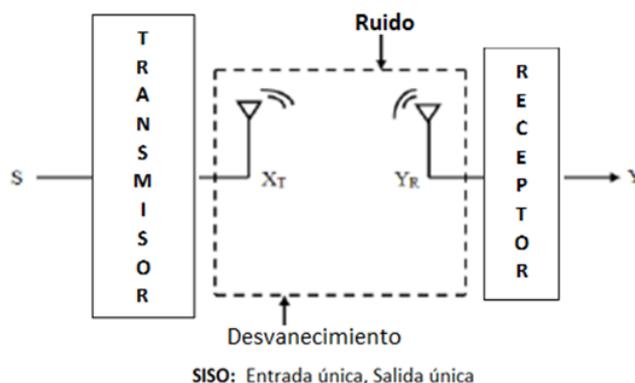


Figura. 13 Configuración SISO

Tomado de (Shah, 2017).

2.7.2 Única entrada – múltiples salidas (SIMO)

Este sistema utiliza una sola antena en el transmisor y varias antenas en el receptor. También se conoce como diversidad en la recepción ya que los componentes de múltiples trayectos llegan al receptor como varias copias de la señal. El desempeño mejora en comparación a SISO ya que el receptor tiene la capacidad de elegir una señal más fuerte de la antena, más eficiente o incluso combinar las señales de todas las antenas disponibles para maximizar la SNR, como en el caso de la técnica MRC.

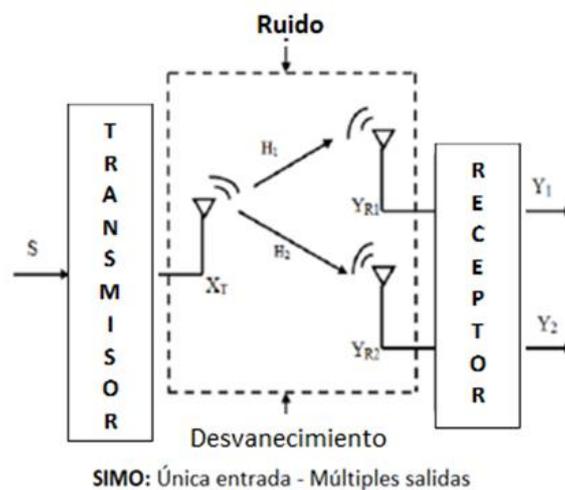


Figura. 14 Configuración SIMO

Tomado de (Shah, 2017).

2.7.3 Múltiples entradas– única salida (MISO)

MISO usa múltiples antenas en el transmisor y una única antena en el receptor. También se le llama diversidad de transmisión ya que las señales se transmiten desde múltiples antenas. La capacidad media del sistema MISO es superior a la del sistema SISO. Cuando usamos recepción múltiple en el lado de destino, el efecto de las pérdidas de paquetes, retrasos o propagación de onda de múltiples trayectos puede reducirse. La ventaja de usar MISO es que las múltiples antenas, la codificación/procesamiento se envían del receptor al transmisor. En casos como redes celulares, esto puede ser una ventaja significativa en términos de espacio para las antenas, ya que se puede reducir el nivel de procesamiento requerido en el receptor (teléfono celular), por lo que

el tamaño, costo y la duración de la batería, pueden ser optimizados (Patel, 2012).

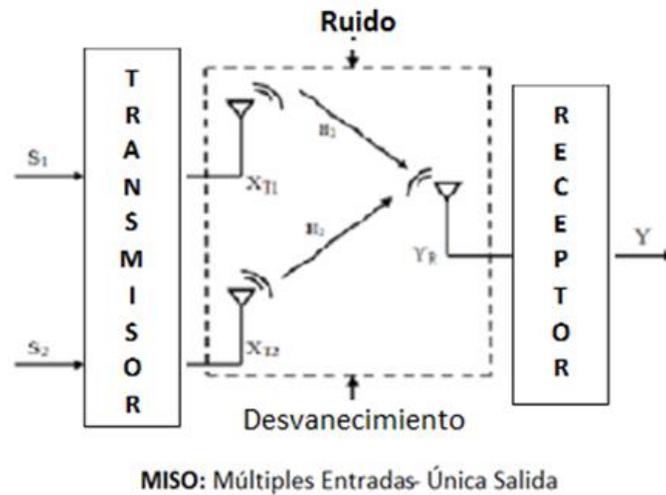


Figura. 15 Configuración MISO

Tomado de (Shah, 2017).

2.7.4 Múltiples entradas – múltiples salidas (MIMO)

Cuando hay más de una antena en cada extremo del enlace de radio, esto se denomina MIMO. Los sistemas MIMO introducen una nueva forma de diversidad conocida como diversidad espacial. Esta técnica busca explotar los fenómenos del desvanecimiento y las vías múltiples que hace algunos años eran consideradas como desventajas. De hecho, el receptor recibe y combina varias réplicas de la misma señal enviadas desde varias antenas. Por lo tanto, el receptor disminuye los errores al reconstruir el mensaje original. En resumen, el uso de múltiples antenas en los sistemas MIMO se puede usar para mejorar la confiabilidad de la transmisión al reducir la probabilidad de error (ganancia en la diversidad) y aumentar la velocidad de transmisión (ganancia de multiplexación), pues cada antena transmite información diferente.

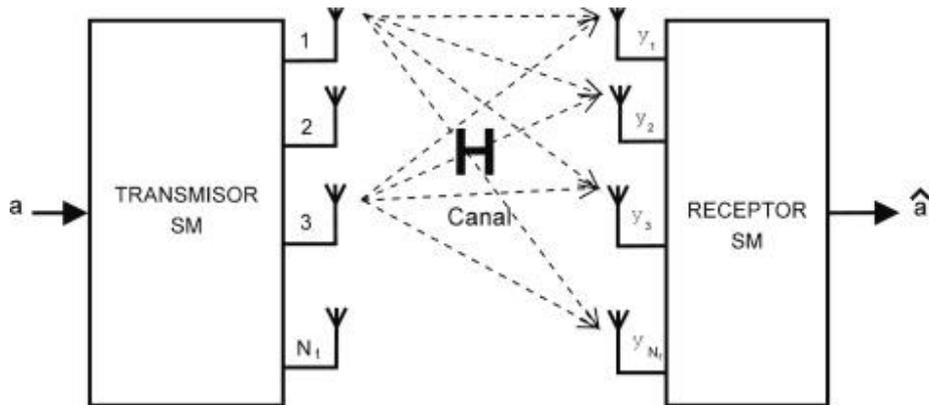


Figura. 16 Señales recibidas en un Sistema MIMO.

Tomado de (Castillo Soria Francisco Rubén, 2016).

2.7.5 Señales recibidas MIMO

Considere un sistema MIMO con Y_t antenas en el transmisor y Y_r antenas en el receptor, después de la etapa de demodulación en el receptor, las muestras de las señales recibidas en las antenas Figura. 16 se puede escribir en la siguiente forma vectorial:

$$\mathbf{y} = \mathbf{H}\mathbf{s} + \mathbf{n},$$

(Ecuación 22)

donde \mathbf{y} es un vector $Y_r \times 1$ que posee las muestras recibidas en las Y_r antenas. Por lo que se describe como:

$$\mathbf{y} = [y_1, y_2, \dots, y_{Y_r}]^T,$$

(Ecuación 23)

donde $(\cdot)^T$ es la matriz transpuesta $y_k \in \mathbb{C}$ es la señal recibida en k -ésima antena, es decir, y_k es un número complejo. Además, \mathbf{H} es una matriz $Y_r \times Y_t$ que posee las ganancias del canal. Por lo tanto, se puede escribir como

$$\mathbf{H} = \begin{pmatrix} h_{1,1} & h_{1,2} & \dots & h_{1,Y_t} \\ h_{2,1} & h_{2,2} & \dots & h_{2,Y_t} \\ \dots & \dots & \ddots & \dots \\ h_{Y_r,1} & h_{Y_r,2} & \dots & h_{Y_r,t} \end{pmatrix}.$$

(Ecuación 24)

Si el desvanecimiento es una variable aleatoria Rayleigh, entonces $h_{k,l}$ es una variable aleatoria gaussiana compleja de media cero, es decir, $h_{k,l} = g_{k,l,1} + ig_{k,l,2}$, donde $g_{k,l,1}$ y $g_{k,l,2}$ son variables aleatorias Gaussianas independientes de media cero con varianza σ^2 . Por lo tanto, la variable aleatoria Rayleigh se obtiene como $\alpha_{k,l} = \sqrt{g_{k,l,1}^2 + g_{k,l,2}^2}$.

Además, en la Ecuación 22, \mathbf{s} es un vector $Y_t \times 1$ que contiene los símbolos transmitidos en cada antena. Como consecuencia, tenemos que

$$\mathbf{s} = [s_1, s_2, \dots, s_{Y_t}]^T.$$

(Ecuación 25)

Los símbolos también son números complejos y pertenecen a una constelación de símbolos M -QAM. Finalmente, \mathbf{n} es un vector $Y_r \times 1$ que contiene las muestras de ruido que afectan a cada señal. Por lo tanto,

$$\mathbf{n} = [n_1, n_2, \dots, n_{Y_r}]^T,$$

(Ecuación 26)

donde n_k es una variable aleatoria Gaussiana compleja de media cero con varianza σ_n^2 .

2.8 Modelo del sistema

El enlace ascendente (*uplink*) de un sistema celular que emplea las técnicas OFDMA y MIMO se consideran en este trabajo. El modelo del sistema para el escenario estudiado se describe detalladamente en esta sección.

2.8.1 Canal con desvanecimiento rayleigh plano

Es usado para describir el canal de múltiples trayectos en el que no hay componente de línea de vista (LOS). Este tipo de canal puede modelarse como una variable aleatoria Gaussiana compleja con media cero y la varianza de dichas variables aleatorias Gaussianas es σ^2 . La envolvente de este canal de desvanecimiento puede luego modelarse por una distribución de Rayleigh cuya PDF fue definida en la Ecuación 7.

2.8.2 Técnicas OFDMA – MIMO

La combinación de técnicas MIMO y OFDMA se adoptó en las comunicaciones inalámbricas debido a las múltiples ventajas expuestas anteriormente (Proakis, 2001). Por ejemplo, la técnica MIMO-OFDMA incrementa la capacidad del sistema, motivo por lo que esta combinación se usa incluso en tecnologías como *Long Term Evolution* (LTE) (Stuber, 2004).

En un enlace de datos inalámbrico, existen varios parámetros básicos para evaluar su desempeño como velocidad de transmisión, confiabilidad y el rango de transmisión. Por lo tanto, la velocidad de transmisión se puede aumentar reduciendo el rango de transmisión y la confiabilidad. Sin embargo, con la combinación de sistemas MIMO-OFDMA, los tres parámetros básicos pueden mejorarse al mismo tiempo (Schenk, 2004). La técnica MIMO se puede combinar con cualquier tipo de modulación, pero investigaciones recientes sugieren que la combinación de sistemas MIMO-OFDMA con modulaciones *M-QAM*, es la combinación más eficiente (Schenk, 2004). Así, este escenario será considerado en el presente trabajo.

Cuando en lugar de varias antenas de transmisión se consideran u usuarios donde cada uno transmite con una sola antena, entonces el sistema se conoce como MIMO multiusuario (MU-MIMO). Este escenario es típico en un entorno celular y por lo tanto el mismo será evaluado en el presente trabajo. Específicamente, se considera un sistema OFDMA que emplea MIMO conformado por u usuarios que transmiten en la misma portadora, y en la estación base se tiene γ antenas como se puede observar en la Figura. 17.

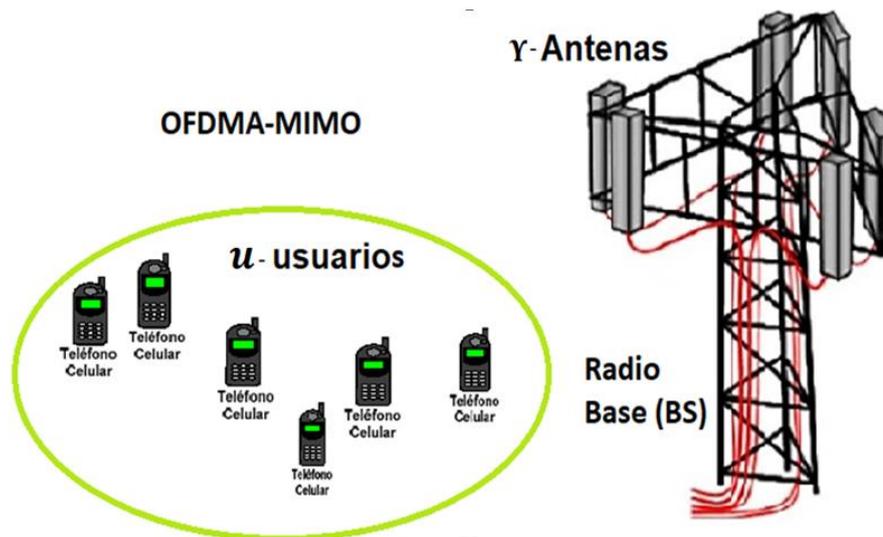


Figura. 17 Sistema OFDMA que emplea MIMO.

3. CAPÍTULO III. DETECTOR *ZERO-FORCING* Y ALGORITMO DE ASIGNACIÓN DE CANALES

3.1 Introducción

En este capítulo, el desempeño del enlace ascendente (*uplink*) de sistemas OFDMA descrito en la Sección 2.8 se evalúa en términos de la BER considerando, el detector multiusuario lineal *Zero-Forcing* receptor. En particular, los detectores multiusuario lineales (LMUDs) se consideran detectores subóptimos pues tienen un buen desempeño con una baja complejidad. Básicamente, los LMUD consisten en una transformación lineal \mathbf{W}

del vector recibido, que luego es seguida por una cuantificación de símbolos. La transformación lineal es un banco de filtros, que puede diseñarse con dos criterios diferentes; lo que con lleva al ZF MUD o *minimum mean squared error* (MMSE) MUD (Verdu, 1998). Por lo tanto, la salida del MUD antes del cuantizador se puede obtener aplicando:

$$\mathbf{z} = \mathbf{W}\mathbf{y}.$$

(Ecuación 27)

El empleo de detectores lineales para sistemas (MIMO), han sido ampliamente estudiados (Wang, 2007, pp. 805-810), (Jalloul, 2015, pp. 993-997). También se ha demostrado que al instalar un número grande de antenas receptoras en la estación base, los métodos de detección lineal pueden lograr un desempeño del sistema casi óptimo con baja complejidad (Ngo, 2013), (Jiang, 2017). Además, se pueden derivar los resultados analíticos, como el desempeño en términos de la BER (Wang, 2007, pp. 805-810), (Azizzadeh, 2017), la eficiencia espectral y la eficiencia energética (Ngo, 2013), (Zhang, 2014, pp. 966-981), (Benkhelifa, 2014, pp. 1921-1930).

El desempeño del sistema es una métrica importante en los sistemas de comunicación inalámbricos (Yoon, 2002, pp. 1074-1080). Por un lado, el desempeño de la BER es un indicador de confiabilidad en el sistema; que toma un valor significativo para el diseño de los métodos de detecciones lineales (Zhang, 2014, pp. 966-981), (Jiang, 2017), (Jiang, 2017). Por lo tanto, se ha realizado un gran esfuerzo para obtener un desempeño analítico preciso de BER para los receptores ZF como lo dijo Wang (2007, pp. 805-810). Aparte el resto de este capítulo está organizado de la siguiente manera. El ZF MUD se describe en la Sección 3.2. Además, en esta sección, se analiza la complejidad de ZF MUD y se indican las expresiones para calcular la BER en función de la relación señal a ruido (SNR).

3.2 Detector ZF - Descripción

El detector ZF selecciona la matriz, con la cual se elimina la interferencia. Por lo tanto, en la Ecuación 22 el detector ZF elige \mathbf{W} tal que $\mathbf{WH}=\mathbf{I}$, donde \mathbf{I} es la matriz identidad. La condición para que la matriz \mathbf{W} exista se cumple cuando \mathbf{H} no es deficiente en el rango, es decir cuando $Y_r \geq Y_t$. Además, \mathbf{W} existe cuando las columnas de \mathbf{H} son linealmente independientes. Esta condición se cumple si las antenas están separadas a una distancia mayor que $\lambda / 2$, donde λ es la longitud de onda de la señal transmitida.

Cuando $Y_r = Y_t$, \mathbf{H} es una matriz cuadrada, en ese caso, el ZF MUD calcula a $\mathbf{W}=\mathbf{H}^{-1}$. Adicionalmente, cuando $Y_r > Y_t$, existe un número infinito que satisface a $\mathbf{WH}=\mathbf{I}$. En estos casos, el ZF MUD se define por la matriz que satisface $\mathbf{WH}=\mathbf{I}$ tal que se minimiza el error cuadrático medio $E[||\mathbf{W}\mathbf{y}-\mathbf{s}||^2]$, (Barry, 2004).

Como la matriz \mathbf{H} presenta estadísticas suficientes (Marques, 2014), \mathbf{W} se puede descomponer en el producto $\mathbf{W} = \mathbf{X}\mathbf{H}^H$, donde \mathbf{X} es una matriz $Y_t \times Y_t$ que se debe determinar. Por lo tanto, nuestra restricción $\mathbf{WH}=\mathbf{I}$ se convierte en $\mathbf{X}\mathbf{H}^H\mathbf{H}=\mathbf{I}$. Como \mathbf{H} es una matriz con columnas independientes, $\mathbf{H}^H\mathbf{H}$ es invertible. Por lo tanto, tenemos que $\mathbf{X} = (\mathbf{H}^H\mathbf{H})^{-1}$. Entonces:

$$\begin{aligned}\mathbf{W} &= \mathbf{H}^\dagger \\ &= (\mathbf{H}^H\mathbf{H})^{-1}\mathbf{H}^H,\end{aligned}$$

(Ecuación 28)

que se conoce como pseudoinversa de Moore-Penrose de \mathbf{H} . Si \mathbf{H} es invertible, \mathbf{W} se reduce a \mathbf{H}^{-1} . En las Ecuaciones 22, 27 y 28, el vector en la salida del ZF es igual a:

$$\begin{aligned} \mathbf{z} &= \mathbf{H}^\dagger \mathbf{y} \\ &= \mathbf{s} + \mathbf{H}^\dagger \mathbf{n}, \end{aligned}$$

(Ecuación 29)

por lo tanto, el detector ZF elimina la interferencia, pero aumenta la varianza (potencia) del ruido.

3.2.1 Complejidad del sistema ZF

Sean \mathbf{A} , \mathbf{B} y \mathbf{C} matrices complejas de dimensiones $m \times n$, $n \times p$ y $m \times m$, respectivamente.

Es fácil comprobar que el producto \mathbf{AB} tiene $mp(n-1)$ adiciones complejas y mnp multiplicaciones complejas. La inversión de \mathbf{C} requiere de $\frac{1}{3}m^3 + \frac{1}{2}m^2 - \frac{5}{6}m$, sumas y restas complejas y $\frac{1}{3}m^3 + m^2 - \frac{1}{3}m$, multiplicaciones y divisiones complejas. Asumiendo que se emplea la eliminación de Gauss (Piziak, 2007). En artículos científicos existen técnicas para reducir la complejidad de las operaciones matriciales. No obstante, en el análisis de complejidad del sistema proyectado en este trabajo, no las hemos considerado. Bajo lo mencionado, la Tabla. 1 muestra el número de operaciones complejas requeridas por ZF-MUD cuando $Y_r > Y_t$, o equivalente cuándo $Y_r > \mathcal{U}$, dónde \mathcal{U} es el número de usuarios cuyos dispositivos móviles tienen una sola antena.

Tabla. 1

Operaciones complejas requeridas para ZF-MUD.

PASOS	Adiciones y Substracciones Complejas	Multiplicaciones y Divisiones Complejas
$\mathbf{H}^H \mathbf{H}$	$(\gamma - 1)u^2$	γu^2
$(\mathbf{H}^H \mathbf{H})^{-1}$	$\frac{1}{3}u^3 + \frac{1}{2}u^2 - \frac{5}{6}u$	$\frac{1}{3}u^3 + u^2 - \frac{1}{3}u$
$(\mathbf{H}^H \mathbf{H})^{-1} \mathbf{H}^H$	$\gamma u(u - 1)$	γu^2
$(\mathbf{H}^H \mathbf{H})^{-1} \mathbf{H}^H \mathbf{y}$	$(\gamma - 1)u$	γu
Total	$\frac{1}{3}u^3 + \left(2\gamma - \frac{1}{2}\right)u^2 - \frac{11}{6}u$	$\frac{1}{3}u + (2\gamma + 1)u^2 + \left(\gamma - \frac{1}{3}\right)u$

Cuando \mathbf{H} es una matriz cuadrada ($\gamma = u$), ZF MUD realiza solo dos operaciones: primero, ZF MUD calcula \mathbf{H}^{-1} y luego obtiene $\mathbf{H}^{-1}\mathbf{y}$. En consecuencia, el ZF MUD realiza $\frac{1}{3}u^3 + \frac{3}{2}u^2 - \frac{11}{6}u$ sumas y restas complejas y $\frac{1}{3}u^3 + 2u^2 - \frac{1}{3}u$ multiplicaciones y divisiones complejas para matrices cuadradas.

3.2.2 Probabilidad de error de bit (BER)

La BER es obtenida mediante métodos estadísticos mediante, para esto usamos:

$$P_b = \int_0^{\infty} P(b|\gamma_s) f(\gamma_s) d\gamma_s.$$

(Ecuación 30)

$$f(\gamma_s) = \frac{\gamma_s^{\Upsilon-u}}{\Gamma(\Upsilon-u+1)\bar{\gamma}_c^{\Upsilon-u+1}} \exp\left(-\frac{\gamma_s}{\bar{\gamma}_c}\right), \quad \gamma_s \geq 0, \quad \Upsilon \geq u,$$

(Ecuación 31)

donde $P(b|\gamma_s)$ es la BER condicionada a la SNR instantánea y $f(\gamma_s)$ es la PDF de la SNR dada por la Ecuación 31 (Carvajal, H. R. 2018). A continuación, las expresiones de la BER para un sistema OFDMA con detector ZF MUD se indican considerando las modulaciones BPSK y M-QAM.

3.2.2.1 Modulación BPSK

La BER para la modulación BPSK condicionada a la SNR instantánea viene dada por (Proakis, 2007).

$$P(b|\gamma_s) = \frac{1}{2} \operatorname{erfc}(\sqrt{\gamma_s}),$$

(Ecuación 32)

donde $\operatorname{erfc}(x)$, es la función de error complementaria definida como (Papoulis, 2002)

$$\operatorname{erfc}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_x^{\infty} \exp(-t^2) dt.$$

(Ecuación 33)

Por lo tanto, la BER se obtiene empleando la Ecuación 32 en Ecuación 30. Como la SNR instantánea es una variable aleatoria chi-cuadrada, la solución de la integral resultante es similar a la expresión BER de los sistemas MRC, que se obtiene en (Proakis, 2007). Al adaptar ese resultado a nuestro escenario, tenemos que la BER para la modulación BPSK en sistemas celulares OFDMA está dada por

$$\bar{P}_b = \left(\frac{1-\omega_b}{2}\right)^{Y-u+1} \sum_{l=0}^{Y-u} \binom{Y-u+l}{l} \left(\frac{1+\omega_b}{2}\right)^l,$$

(Ecuación 34)

Donde

$$\omega = \left(1 + \frac{1}{\bar{\gamma}_c}\right)^{-\frac{1}{2}}$$

(Ecuación 35)

donde $\bar{\gamma}_c = \frac{E_b}{N_0} \log_2 M$, donde $\frac{E_b}{N_0}$ es la SNR normalizada.

3.2.2.2 Modulación M-QAM

En (Kyongkuk, 2002, pp. 1074-1080), al considerar la simetría de la constelación en una modulación M-QAM y al asumir el mapeo de Gray, se ha encontrado una expresión de la BER exacta, condicionada a la SNR instantánea, que viene dada por:

$$(b|\gamma_s) = \frac{1}{\sqrt{M} \log_2 \sqrt{M}} \sum_{l=1}^{\log_2 \sqrt{M}} \sum_{k=0}^{(1-2^{-l})\sqrt{M}-1} (-1)^{\lfloor \frac{k2^{l-1}}{\sqrt{M}} \rfloor} \times \left(2^{l-1} - \left\lfloor \frac{k2^{l-1}}{\sqrt{M}} + \frac{1}{2} \right\rfloor \right) \operatorname{erfc} \left((2k+1) \sqrt{\frac{\gamma_s}{w}} \right),$$

(Ecuación 36)

donde M es el orden de modulación y $\lfloor x \rfloor$ es la operación de piso, que proporciona el mayor entero que es menor o igual que x . Además, w es una constante dada por:

$$w = \frac{2(M-1)}{3}.$$

(Ecuación 37)

Al emplear la Ecuación 31 y la Ecuación 36 en la Ecuación 30, la BER para los sistemas celulares OFDMA con modulación M -QAM se puede escribir como:

$$\overline{Pb} = \frac{2}{\sqrt{M} \log_2 \sqrt{M}} \sum_{l=1}^{\log_2 \sqrt{M}} \sum_{k=0}^{(1-2^{-l})\sqrt{M}-1} (-1)^{\lfloor \frac{k2^{l-1}}{\sqrt{M}} \rfloor} \left(2^{l-1} - \left\lfloor \frac{k2^{l-1}}{\sqrt{M}} + \frac{1}{2} \right\rfloor \right) I,$$

(Ecuación 38)

donde I es una integral dada por:

$$I = \int_0^{\infty} \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left[(2k+1) \sqrt{\frac{\gamma_s}{w}} \right] f(\gamma_s) d\gamma_s.$$

(Ecuación 39)

Observe que la integral de la Ecuación 39 es similar a la obtenida en el cálculo de la BER para la modulación BPSK. Por lo tanto, la forma cerrada de la Ecuación 39 viene dada por Ecuación 34, pero en lugar de ω_b debemos usar:

$$\omega_m = \left[1 + \frac{\omega}{(2k+1)^2 \gamma_c} \right]^{-\frac{1}{2}},$$

(Ecuación 40)

3.2.3 Curvas de la BER para ZF - MIMO

En esta sección analizamos el desempeño del sistema en términos de la BER, la cual será graficada en función de SNR. Modificaremos los diferentes parámetros de operación del sistema como: el tipo de modulación, el número de usuarios, y el número de antenas de recepción.

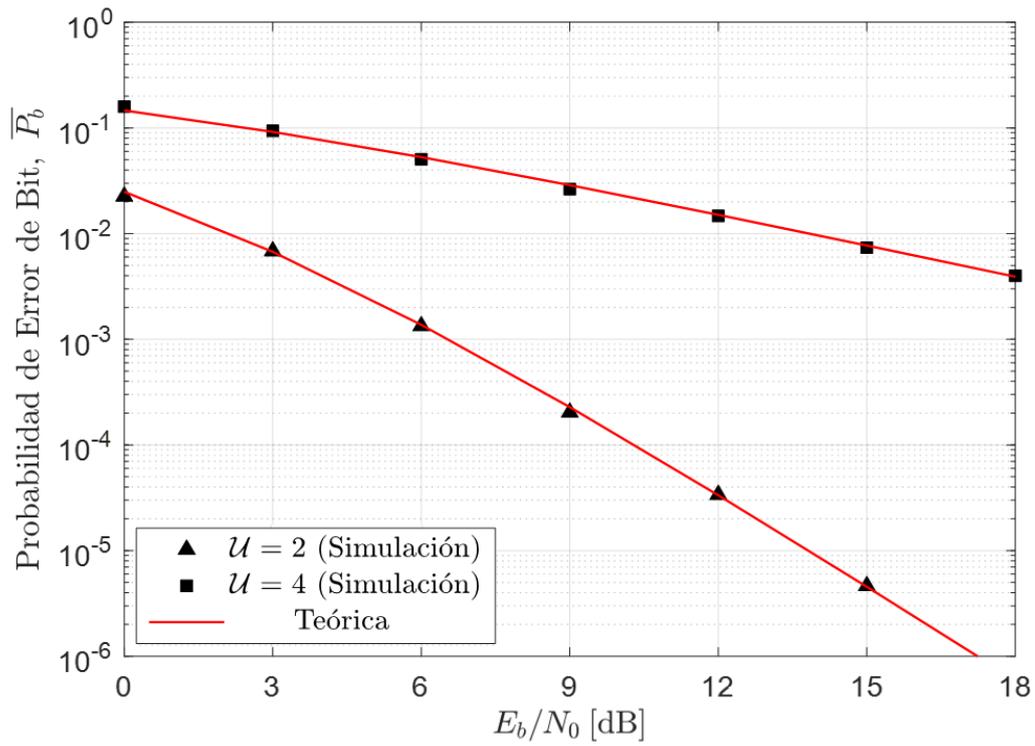


Figura. 18 BER para ZF-MIMO en función de E_b/N_0 y parametrizado el número de usuarios considerando 4-QAM y $Y_r = 4$.

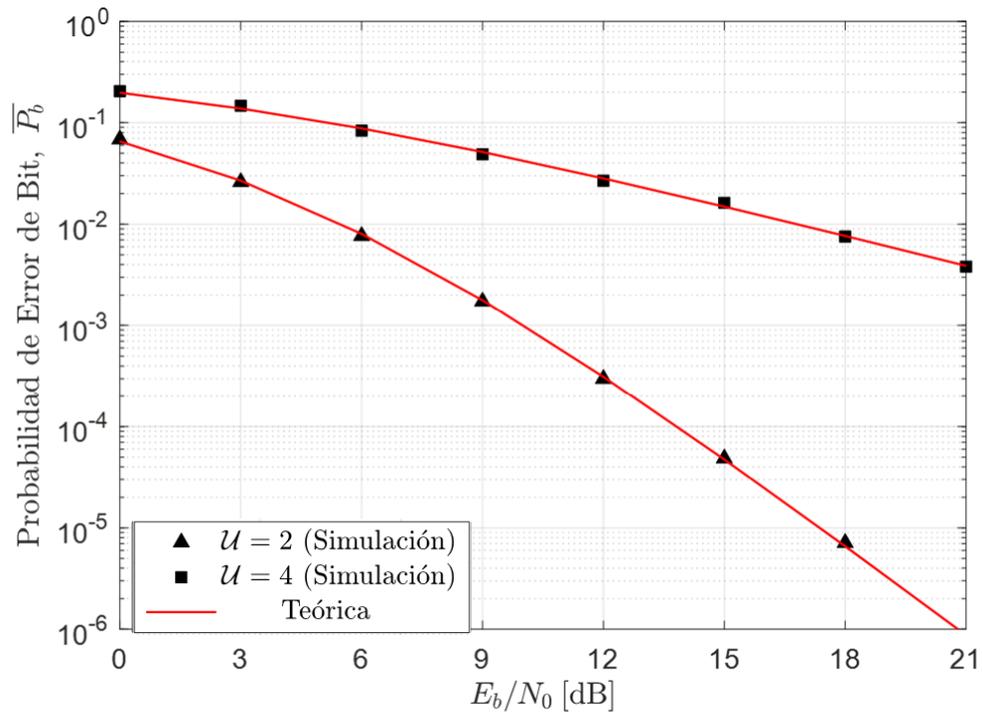


Figura. 19 BER para ZF-MIMO en función de E_b/N_0 y parametrizado por el número de usuarios considerando 16-QAM y $Y_r = 4$.

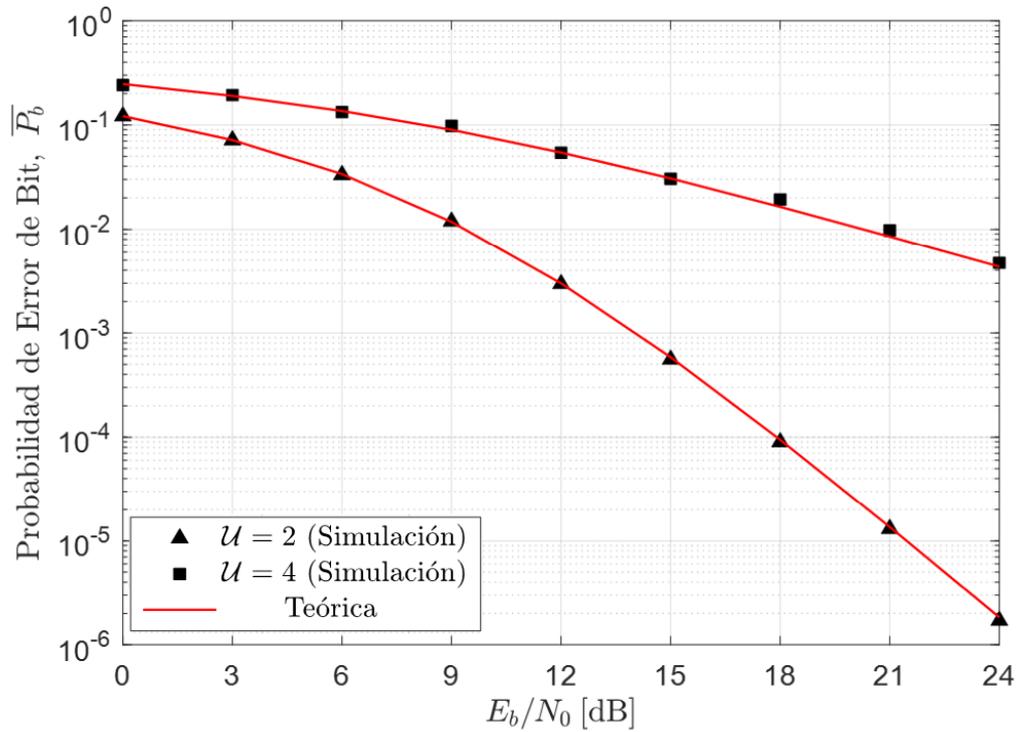


Figura. 20 BER para ZF-MIMO en función de E_b/N_0 y parametrizado el número de usuarios considerando 64-QAM y $\Upsilon_r = 4$.

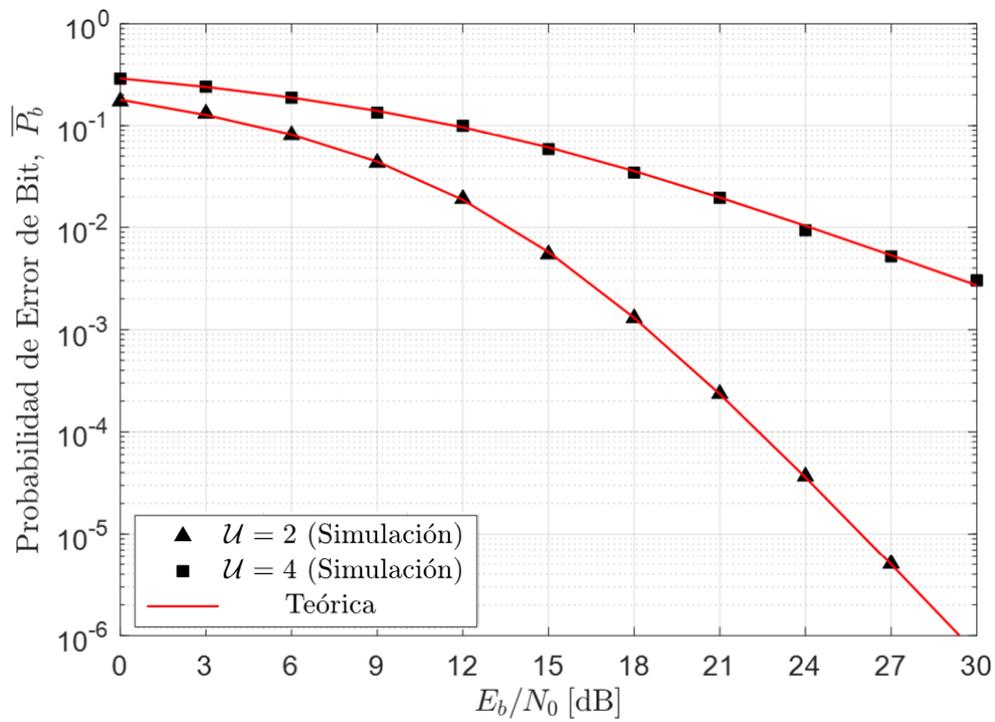


Figura. 21 BER para ZF-MIMO en función de E_b/N_0 y parametrizado el número de usuarios considerando 256-QAM y $\Upsilon_r = 4$.

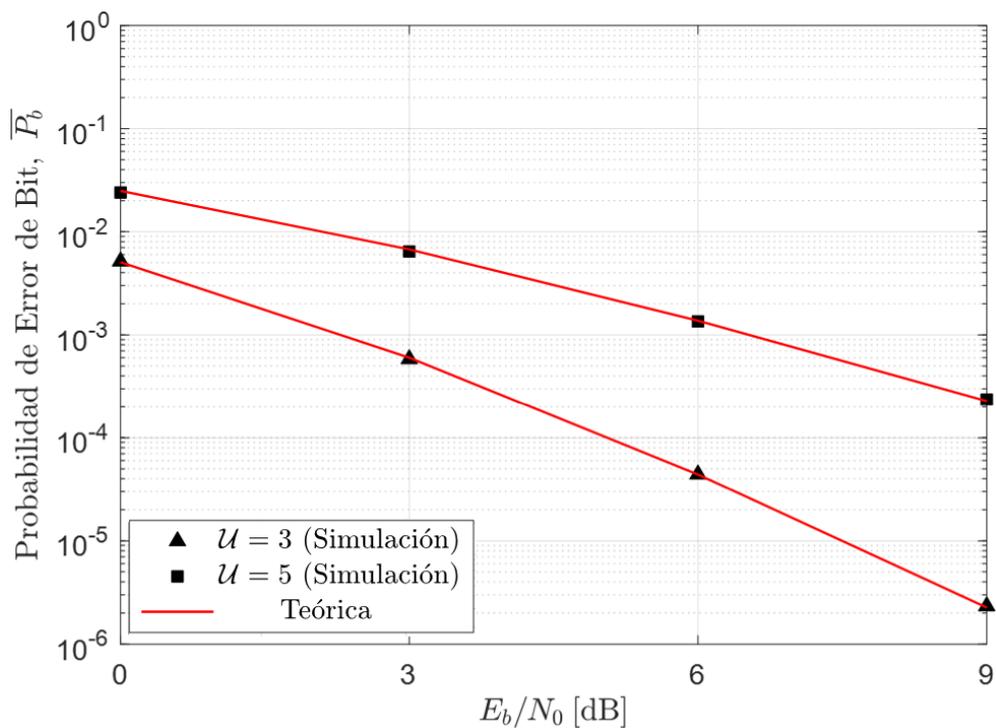


Figura. 22 BER para ZF-MIMO en función de E_b/N_0 y parametrizado por el número de usuarios considerando 4-QAM y $\Upsilon_r = 7$.

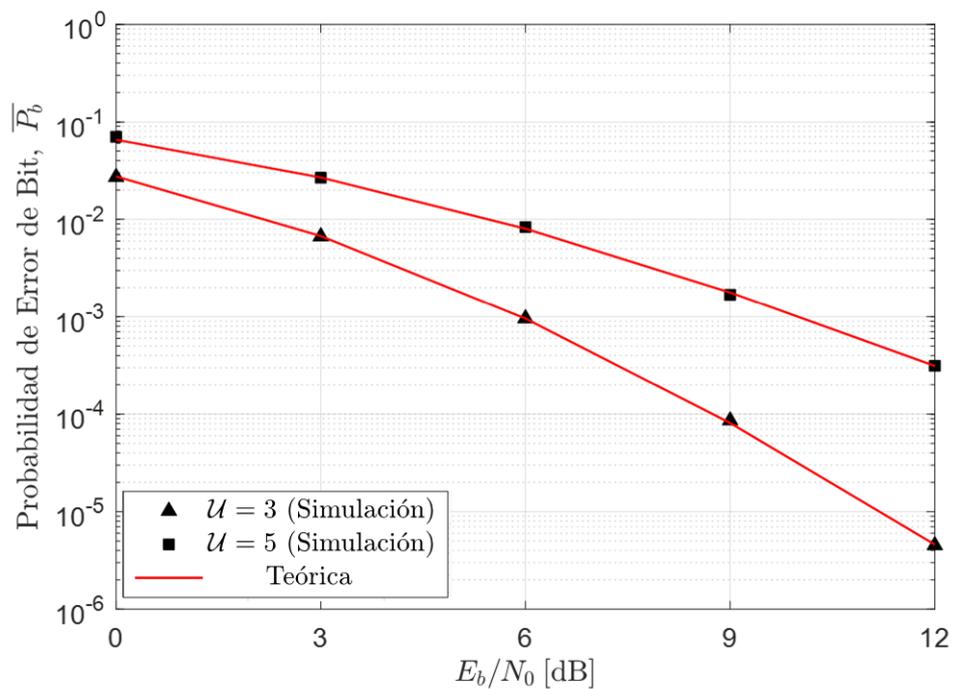


Figura. 23 BER para ZF-MIMO en función de E_b/N_0 y parametrizado por el número de usuarios considerando 16-QAM y $\Upsilon_r = 7$.

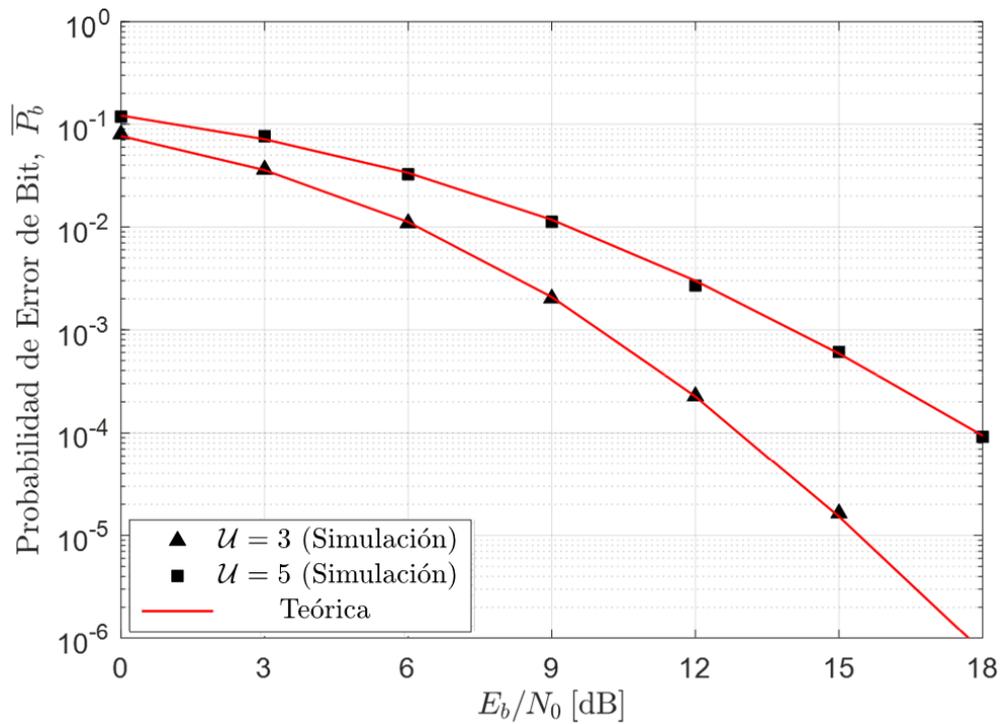


Figura. 24 BER para ZF-MIMO en función de E_b/N_0 y parametrizado por el número de usuarios considerando 64-QAM y $\Upsilon_r = 7$.

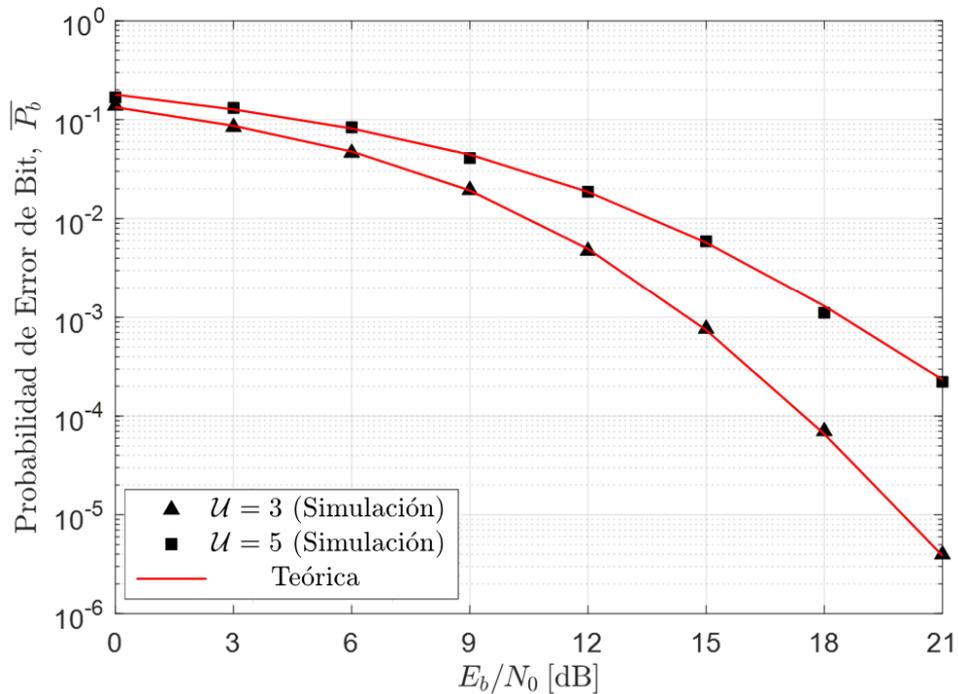


Figura. 25 BER para ZF-MIMO en función de E_b/N_0 y parametrizado por el número de usuarios considerando 256-QAM y $\Upsilon_r = 7$.

3.3 Mejora de la probabilidad de error de bit mediante una técnica de *Scheduling*

En este apartado, se propone una técnica para obtener una diversidad adicional cuando el sistema OFDMA con ZF MUD está completamente cargado. Se ha dicho que el número de usuarios activos para un grupo de antenas $\mathcal{U} \geq Y_r$. Sin embargo, es importante mencionar que el número total de usuarios en una región específica de la celda es mayor que \mathcal{U} . Como consecuencia, en esta sección proponemos un mecanismo para elegir los \mathcal{U} usuarios que transmitirán sobre un determinado grupo de antenas Y . Aparte el proceso de selección de usuarios (o, la asignación de recursos o canales a un grupo de usuarios) se conoce en la literatura como *Scheduling* (Holma, H. 2011). Puede haber diferentes criterios para el *Scheduling*, sin embargo, el criterio de *Scheduling* maximiza la SNR para un grupo de usuarios de \mathcal{U} .

3.3.1 Técnica propuesta

Sea \mathcal{U}_t el número total de usuarios que compiten por transmitir sobre un grupo de Y_r antenas y sea \mathbf{U} la matriz donde cada columna es una de las posibles combinaciones de \mathcal{U} números enteros distintos tomados del subconjunto $I = \{1, 2, \dots, \mathcal{U}_t\}$. Por lo tanto, \mathbf{U} tiene \mathcal{U} filas y $\binom{\mathcal{U}_t}{\mathcal{U}}$ columnas, donde $\binom{x}{y} = \frac{x!}{(x-y)!y!}$. Además, sea \mathbf{u}_l la columna l -ésima de \mathbf{U} . Hemos definido \mathbf{H} como una matriz de dimensiones $Y \times \mathcal{U}$ cuyo $[(a-1) + k]$ -ésimo viene dado la ganancia de canal $G_{a,k}$ donde los subíndices a y k denotan la a -ésima antena, k -ésimo usuario, respectivamente. Asociando a cada uno de los usuarios candidatos de \mathcal{U}_t con cada número entero del subconjunto I , podemos definir $\mathbf{H}_{\mathbf{u}_l}$ como una matriz similar a \mathbf{H} pero que contiene solo

información de los usuarios definidos por el vector \mathbf{u}_l . Para una mejor comprensión, considere un ejemplo con $Y = 2$, $U_t = 3$, y $U = 2$. Las matrices \mathbf{U} y $\mathbf{H}_{\mathbf{u}_2}$ están respectivamente dadas por

$$\mathbf{U} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 2 & 3 & 3 \end{pmatrix}, \mathbf{H}_{\mathbf{u}_2} = \begin{pmatrix} G_{1,1} & G_{1,2} & G_{1,3} \\ G_{2,1} & G_{2,2} & G_{2,3} \end{pmatrix}.$$

(Ecuación 41)

La SNR instantánea para el usuario k –ésimo es proporcional a la variable aleatoria ζ_k definida por $\zeta_k = \frac{1}{[\mathbf{V}^{-1}]_{k,k}}$ donde la matriz \mathbf{V} viene dada por $\mathbf{V} = \mathbf{H}^H \mathbf{H}$, (Carvajal, H. R. 2018). Por lo tanto, al emplear ζ_k y tratar de maximizar la SNR instantánea para un grupo de U usuarios, utilizamos la siguiente métrica para determinar qué usuarios deben transmitir en el mismo grupo de antenas:

$$\tilde{\mathbf{u}} = \arg \max_{\mathbf{u}_l} \sum_{k=1}^U \frac{1}{[(\mathbf{H}_{\mathbf{u}_l}^H \mathbf{H}_{\mathbf{u}_l})^{-1}]_{k,k}}, \text{ Para } l = 1, 2, \dots, \binom{U_t}{U}.$$

(Ecuación 42)

Como resultado, $\tilde{\mathbf{u}}$ contiene los índices de los usuarios que deben transmitir en el mismo grupo de antenas. Es importante indicar que el orden de las columnas para diferentes matrices $\mathbf{H}_{\mathbf{u}_l}$ no modifica la decisión final. Por este motivo, el número de opciones se reduce a las combinaciones de U_t usuarios que compiten por transmitir en el mismo grupo de antenas Y . Con la técnica propuesta se podría pensar que uno o más usuarios no transmiten durante

ciertos períodos de tiempo. Esto podría interpretarse como una injusticia con los usuarios cuyos canales de ganancia son más débiles. Sin embargo, es importante recordar que en un sistema OFDMA existen varias subportadoras disponibles en el sistema.

Además, como el canal varía con el tiempo y el ancho de banda total del sistema es mayor que el ancho de banda del canal, diferentes antenas se ven afectadas por ganancias del canal independiente (Proakis, 2001). De este modo, las ganancias del canal pueden ser más débiles para algunas antenas, pero pueden ser más fuertes en otras antenas. Por lo tanto, un usuario que no transmite en un grupo de antenas puede transmitir en otro grupo.

3.3.2 Análisis de Complejidad

La complejidad de ZF MUD se indica en la Tabla 1. Sin embargo, debemos incluir la complejidad del criterio de *Scheduling* definido por la Ecuación 42. El número de operaciones requeridas para calcular $\mathbf{H}_{u_l}^H \mathbf{H}_{u_l}$ y su inverso son las mismas indicadas en la primera y segunda fila de la Tabla. 1 respectivamente. Además, observe que la Ecuación 42 requiere u divisiones y u sumas para cada l . El criterio total requiere $\binom{u_t}{u} [\frac{1}{3}u^3 + (\gamma - \frac{1}{2})u^2 + \frac{1}{6}u]$ adiciones y restas complejas, y adicionalmente $\binom{u_t}{u} [\frac{1}{3}u^3 + (\gamma + 1)u^2 + \frac{2}{3}u]$ multiplicaciones y divisiones complejas.

A partir de estos resultados, podemos sustentar que el proceso de *Scheduling* propuesto es una opción viable, siempre que el coeficiente binomial no sea tan grande.

Finalmente, el enfoque anterior es una técnica interesante que puede emplearse en escenarios donde el sistema está completamente cargado a medida que aumenta la diversidad del sistema. Cuando el sistema no está completamente cargado, la técnica ZF MUD por sí sola puede garantizar un cierto orden de diversidad para el sistema OFDMA.

4. CAPÍTULO IV. ANÁLISIS DE RESULTADOS

4.1 Introducción

El algoritmo de *Scheduling*, propuesto se caracteriza porque analiza un conjunto de canales formados por los trayectos entre las antenas y los usuarios. Este algoritmo es efectivo para un sistema celular OFDMA/MIMO con un gran número de usuarios ya que permite disminuir la BER media del sistema con un pequeño incremento de la complejidad del receptor.

El método de *Scheduling* implica la búsqueda a través de todas las combinaciones posibles de subconjuntos de usuarios. Sin embargo, a medida que aumenta el número de usuarios, el tamaño del espacio de búsqueda se vuelve muy complejo computacionalmente. Para reducir esta complejidad, existe un gran número de enfoques de selección de usuarios, como se puede apreciar en, (Shen, Chen, Andrews, Heath, & Evans, 2006, pp. 3658-3663), (Eslami & Krzymien, 2008, pp. 237-241) y (Yoo & Goldsmith, 2006, pp. 528-541). Desafortunadamente, estas literaturas solo se enfocan en arquitecturas de una sola portadora.

En particular, el algoritmo propuesto de *Scheduling* en este trabajo puede ser usado en sistemas con más de una portadora, como lo es OFDMA. Además, se usa el detector ZF que se ha detallado en la Sección 3.2.

El *Scheduling* con el detector lineal ZF depende del conjunto de usuarios seleccionados que van a transmitir, por lo tanto, para extraer la mayor parte de la diversidad del sistema, la asignación óptima de recursos requiere de una búsqueda exhaustiva de los subconjuntos posibles de usuarios.

El *Scheduling* es una manera eficiente de optimizar recursos, cuando el sistema OFDMA con ZF-MUD esté totalmente cargado ya que el algoritmo es iterativo y cada iteración requiere una búsqueda exhaustiva de la mejor asignación en cada canal. Por otro lado, cuando el sistema no esté totalmente cargado el detector lineal ZF garantizará la diversidad para el sistema OFDMA sin necesidad de utilizar el proceso de *Scheduling*.

El resto de este capítulo está organizado de la siguiente manera. En la Sección 4.2, probabilidad de error de bit para el esquema propuesto. En la Sección 4.3, se muestran resultados con el análisis de la complejidad del algoritmo propuesto en función del número de operaciones que este realiza.

4.2 Probabilidad de error de bit (BER).

En esta sección presentamos gráficas de la BER para el esquema propuesto en diferentes escenarios de operación. En algunos casos, los resultados de las simulaciones serán comparados con las curvas teóricas mostradas en capítulos anteriores a fin de evidenciar mejor los resultados. Específicamente, este apartado presenta algunos resultados numéricos para caracterizar la ganancia de desempeño del detector lineal ZF en el entorno de *Scheduling* multiusuario.

En esta sección se evalúa el desempeño del sistema OFDMA-MIMO con el detector lineal *Zero-Forcing* utilizando el algoritmo de *Scheduling* con las métricas descritas en secciones anteriores. Se considera diferentes modulaciones y antenas tanto de transmisión como de recepción.

En las Figuras 26, 27, 28 y 29 se muestra la BER media del esquema propuesto considerando un escenario con modulación 16-QAM. Además, el número de antenas de recepción es de 2, 4, 8 y 16 respectivamente. Los resultados se parametrizan en función del número total de usuarios que compiten por transmitir en una portadora OFDMA.

Además, en las Figuras 26, 27, 28 y 29 se observa que a medida que U_t aumenta, entonces la diversidad de las curvas de la BER aumenta, es decir, la inclinación de las curvas es mayor. Como consecuencia, el desempeño del sistema mejora cuando usamos *Scheduling* con más usuarios compitiendo por cada canal. En las figuras en cuestión también se muestran curvas teóricas con diversidades 1, 2 y 3 respectivamente. Obviamente, la curva teórica con peor desempeño es la que presenta diversidad 1. Esta curva equivale al desempeño de un sistema. En todos los casos el valor de la BER depende de los

parámetros usados. Si bien 16 antenas implican un mejor desempeño, esto implica que 17 o más usuarios deben competir por una portadora, lo cual obviamente implica una mayor complejidad en el algoritmo.

Las Figuras 30, 31, 32 y 33 son similares a las 4 figuras presentadas anteriormente, no obstante, en este caso se considera la modulación 256-QAM que se caracteriza porque modula 8 bits en cada símbolo. Así, en estos casos, se transmite una tasa 4 veces mayor que en el caso de 16-QAM. Debido a este aspecto, 256-QAM requiere mayor E_b/N_0 para garantizar una baja BER. Si comparamos las Figuras 26-29 con 30-33 es evidente que 256-QAM requiere mayor relación E_b/N_0 , que se traduce en una mayor potencia de transmisión. A pesar de esto, se observa en estos últimos resultados que el esquema de *Scheduling* propuesto también permite mejorar el desempeño de modulación alta como 256-QAM. En este caso también cuando U_t aumenta, entonces la diversidad aumenta y la BER disminuye más rápido cuando el E_b/N_0 aumenta.

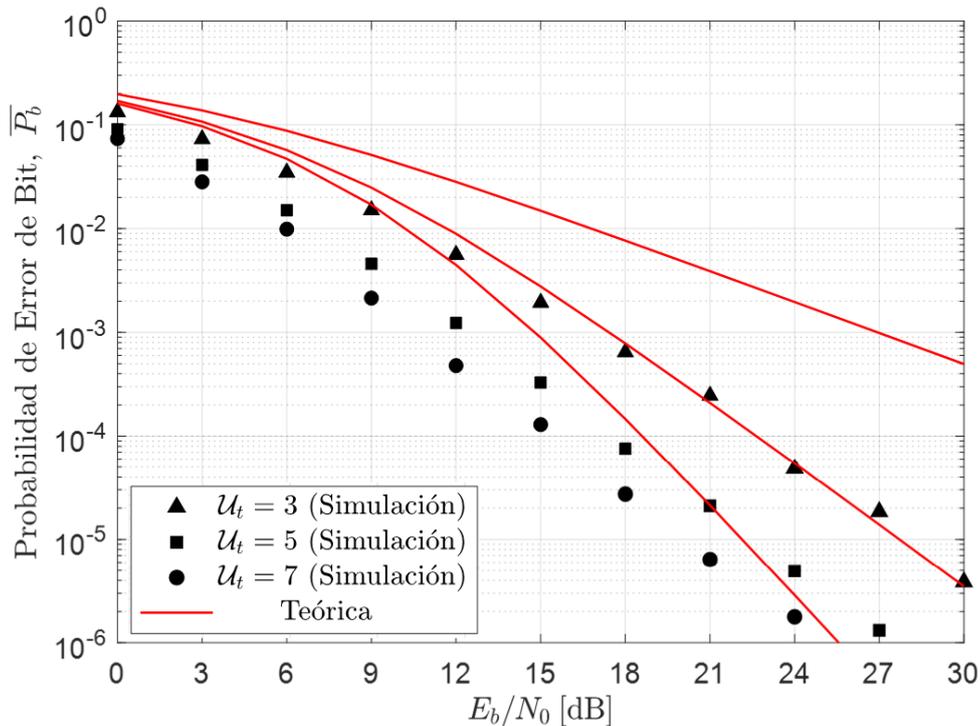


Figura. 26 BER para un sistema OFDMA/MIMO con ZF y *Scheduling* parametrizado por U_t considerando $\gamma_r = 2$, $u = 2$ y 16-QAM

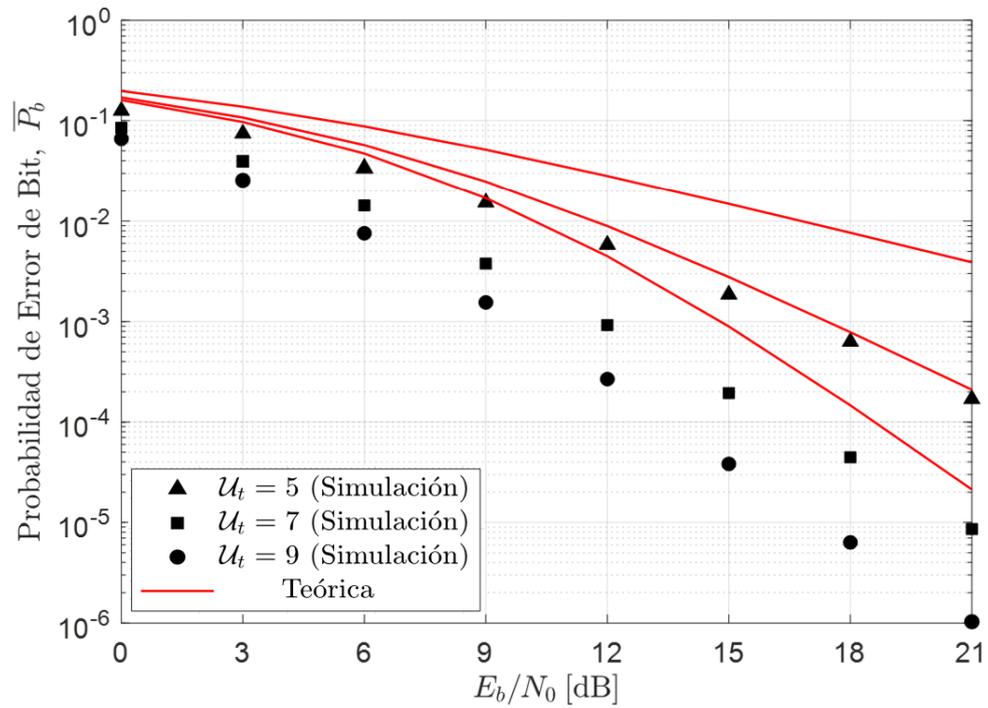


Figura. 27 BER para un sistema OFDMA/MIMO con ZF y *Scheduling* parametrizado por U_t considerando $\gamma_r = 4$, $u = 2$ y 16-QAM

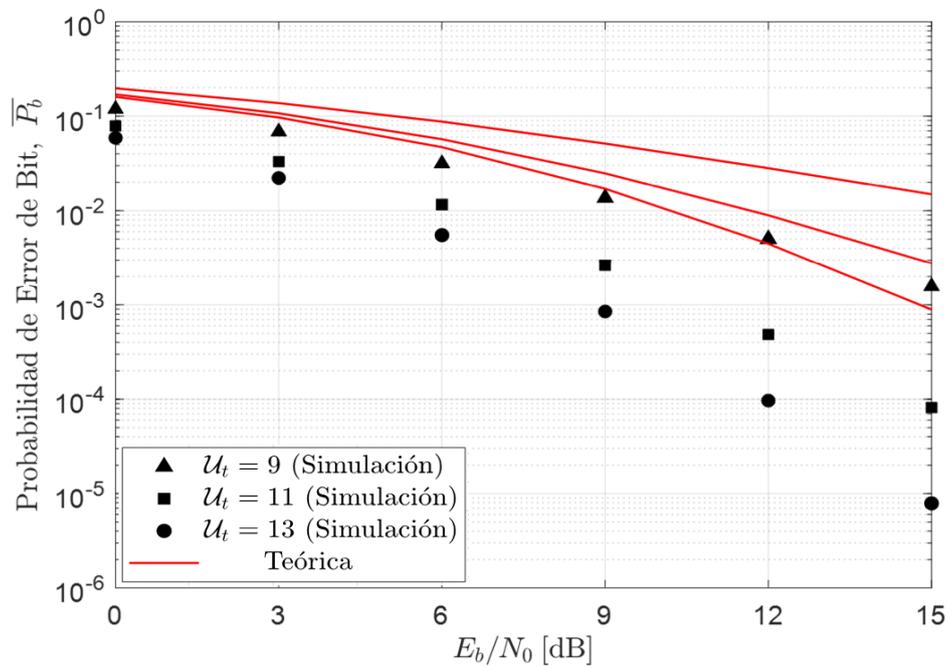


Figura. 28 BER para un sistema OFDMA/MIMO con ZF y *Scheduling* parametrizado por U_t considerando $\gamma_r = 8$, $u = 2$ y 16-QAM.

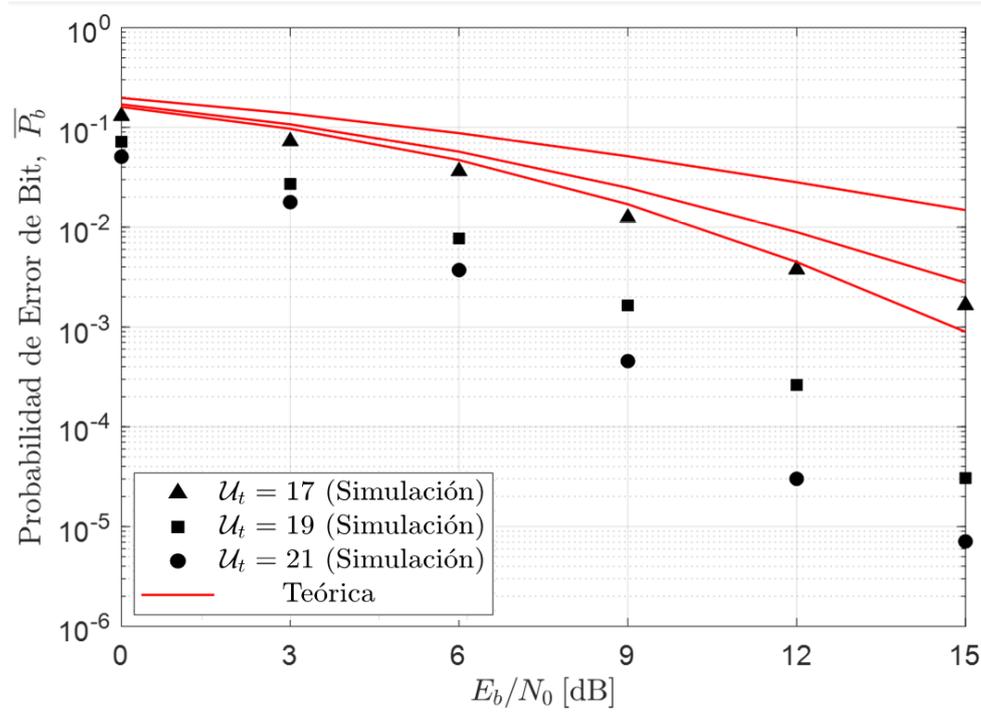


Figura. 29 BER para un sistema OFDMA/MIMO con ZF y *Scheduling* parametrizado por \mathcal{U}_t considerando $\Upsilon_r = 16$, $\mathcal{U} = 2$ y 16-QAM

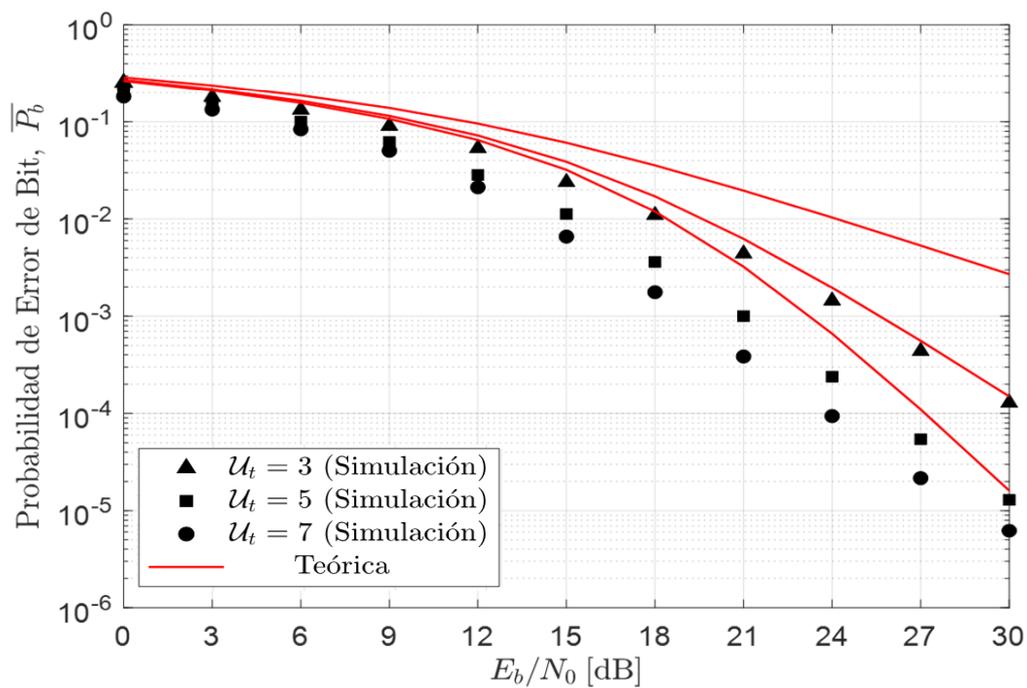


Figura. 30 BER para un sistema OFDMA/MIMO con ZF y *Scheduling* parametrizado por \mathcal{U}_t considerando $\Upsilon_r = 2$, $\mathcal{U} = 2$ y 256-QAM

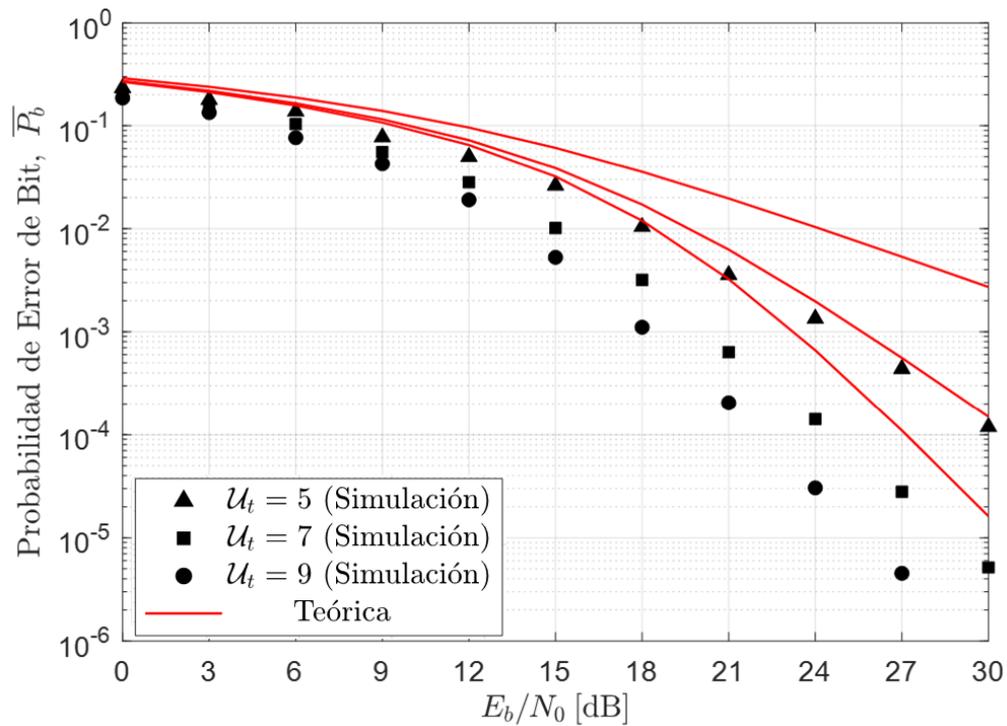


Figura. 31 BER para un sistema OFDMA/MIMO con ZF y *Scheduling* parametrizado por U_t considerando $\gamma_r = 4$, $u = 2$ y 256-QAM

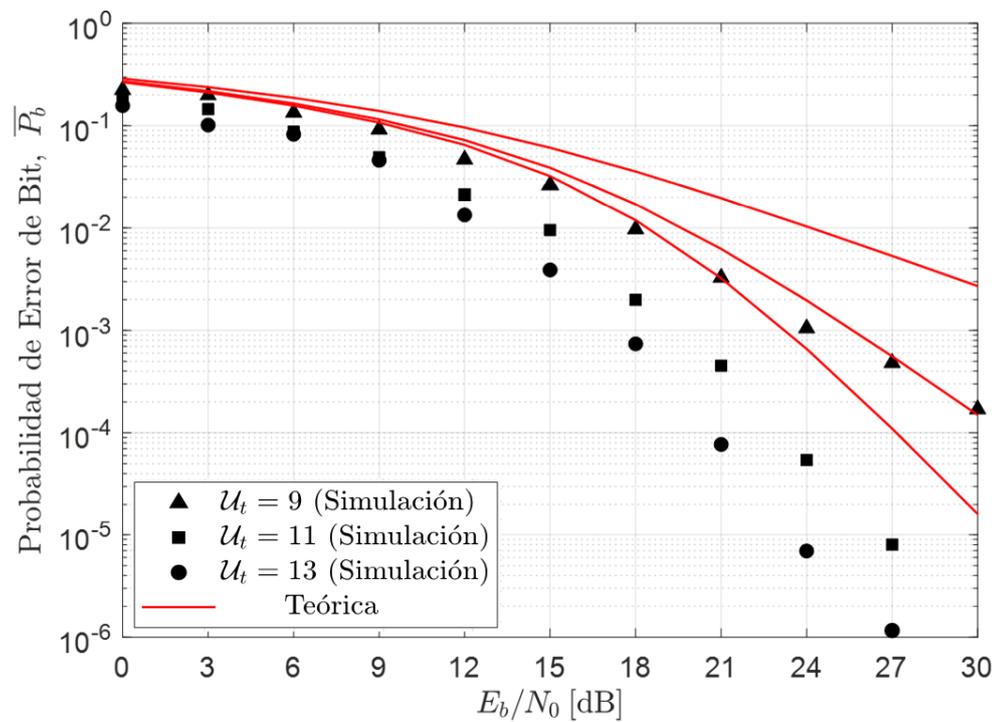


Figura. 32 BER para un sistema OFDMA/MIMO con ZF y *Scheduling* parametrizado por U_t considerando $\gamma_r = 8$, $u = 2$ y 256-QAM

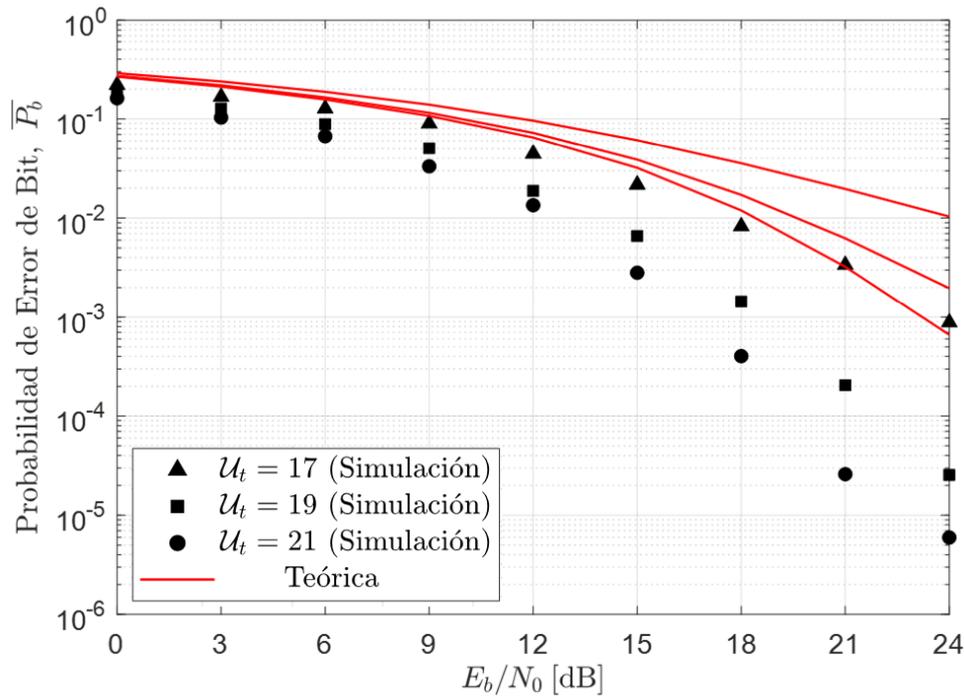


Figura. 33 BER para un sistema OFDMA/MIMO con ZF y *Scheduling* parametrizado por U_t considerando $Y_r = 16$, $u = 2$ y 256-QAM

4.3 Complejidad en función del número de operaciones.

La otra forma de analizar la propuesta planteada es determinando el número de operaciones que el algoritmo realiza, generalmente estas operaciones se miden en términos de sumas, restas, multiplicaciones y divisiones complejas, lo cual nos da una medida de la complejidad en la implementación, lo que se traduce directamente en el tamaño de los chips utilizados en las placas electrónicas situadas en el receptor.

Por lo tanto, no existe un enfoque unificado para caracterizar la complejidad computacional para el algoritmo de *Scheduling*. En primera instancia, en la Sección 3.2.1, se indicó el número total de operaciones que el esquema debía realizar donde se evidenció que el problema de asignación de recursos se formula como la optimización de una función de utilidad a nivel de sistema, sujeto a restricciones de presupuesto y de recursos. Esta función fue definida en la Ecuación 42.

En esta sección se analizará la complejidad del algoritmo de *Scheduling* propuesto en la Sección 3.3. Este análisis permitirá evidenciar el número de operaciones que el chip (procesador) usado en el receptor deberá calcular cuando el número de usuarios U_t es mayor que el número de antenas receptoras $U_t > Y_r$.

Las figuras 34, 35, 36 y 37 muestran el número de operaciones complejas realizadas con el algoritmo propuesto considerando $Y_r = 2, 4, 8$ y 16 , respectivamente. En todos los casos se grafican los resultados en función de U_t , Específicamente para $U_t = Y_r + 1, Y_r + 3$ y $Y_r + 5$.

Con base en los resultados se observa que cuando incrementa el número de antenas de recepción, el número de operaciones incrementa considerablemente. Por ejemplo, en las Figuras 34 y 35, cuando el número de usuarios totales $U_t = 7$, el número de operaciones de sumas y restas complejas en el caso de $Y_r = 2$ es 2×10^2 mientras que en multiplicaciones y divisiones complejas es igual a 3.5×10^2 . Por otra parte, en la Figura 35, cuando $U_t = 7$, las operaciones de sumas y restas incrementan considerablemente a 2.5×10^3 esto se debe al incremento de número de antenas ($Y_r = 4$), de igual manera en el caso de multiplicaciones y divisiones complejas se evidencia que aumentaron aproximadamente a 4×10^3 , lo que conlleva a un incremento de 20 veces más, estas operaciones nos permiten determinar el tamaño que ocupara el chip receptor en las placas electrónicas de las antenas (Liu, Peng, & Wei, 2019).

Un aspecto importante a resaltar es el hecho de que el número de operaciones es independiente del orden de la modulación utilizada, pues únicamente realizan operaciones con la matriz del canal, cuyo tamaño depende del número de usuarios y del número de antenas de recepción. Por lo indicado y observando en estas figuras, se evidencia que nuestro algoritmo es aplicable

cuando el número de antenas no es demasiado grande, pues esto implica un \mathcal{U}_t no muy grande y se consigue un buen desempeño con baja complejidad.

Claramente, los ahorros de complejidad pueden ser considerables para un número limitado de usuarios como por ejemplo $\mathcal{U}_t = 3$ y $\Upsilon_r = 2$. Así por ejemplo la Figura 34, nos indica que los valores de complejidad son menores a aquellas que se muestran en las Figuras 35, 36 y 37, cuando $\mathcal{U}_t = 5, 9$ y 17. En estos casos, \mathcal{U}_t sobrepasa en 1 al número de antenas de recepción.

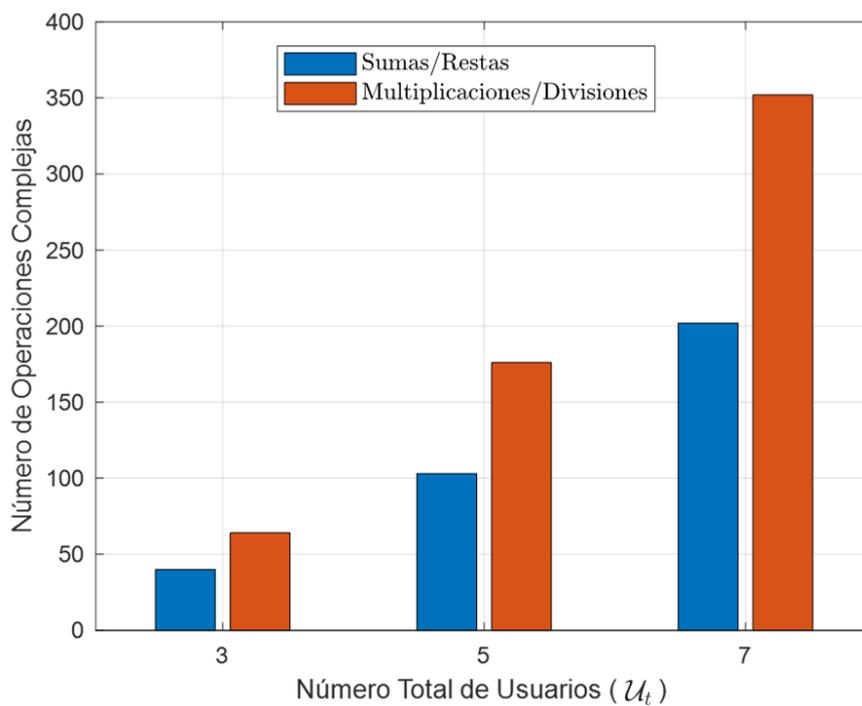


Figura. 34 Número de operaciones complejas parametrizado el número total de usuarios \mathcal{U}_t , considerando $\Upsilon_r = 2$, $\mathcal{U} = 2$.

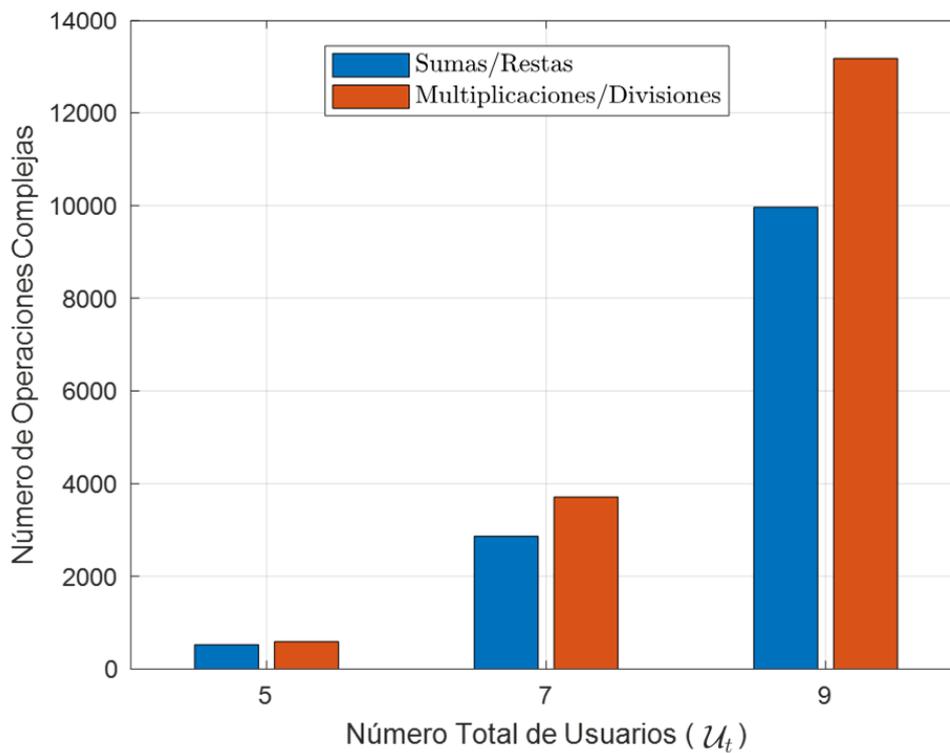


Figura. 35 Número de operaciones complejas parametrizado el número total de usuarios U_t , considerando $Y_r = 4$, $U = 2$.

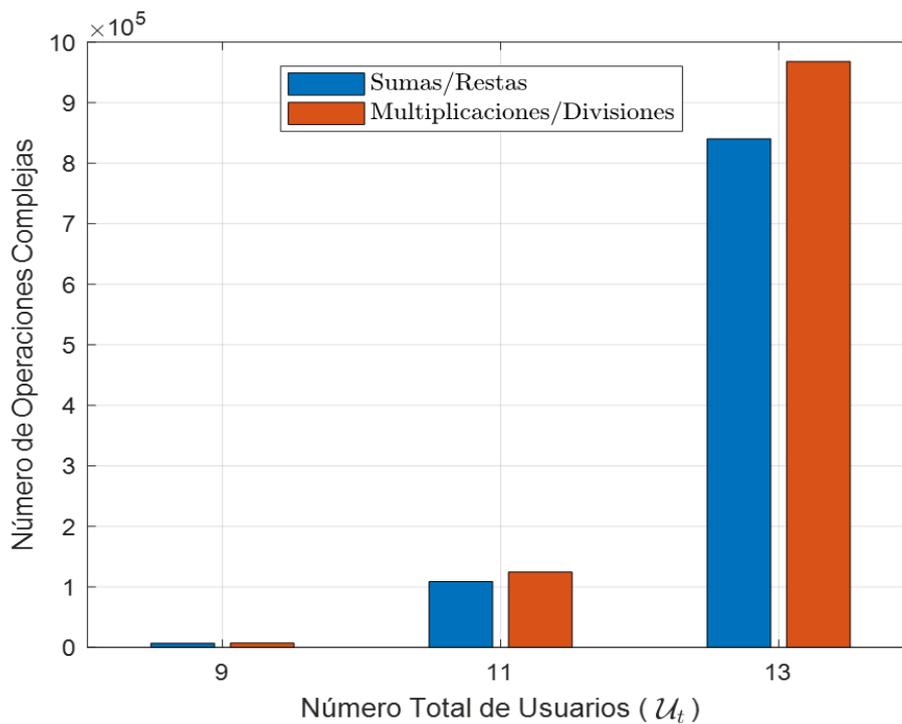


Figura. 36 Número de operaciones complejas parametrizado el número total de usuarios U_t , considerando $Y_r = 8$, $U = 2$.

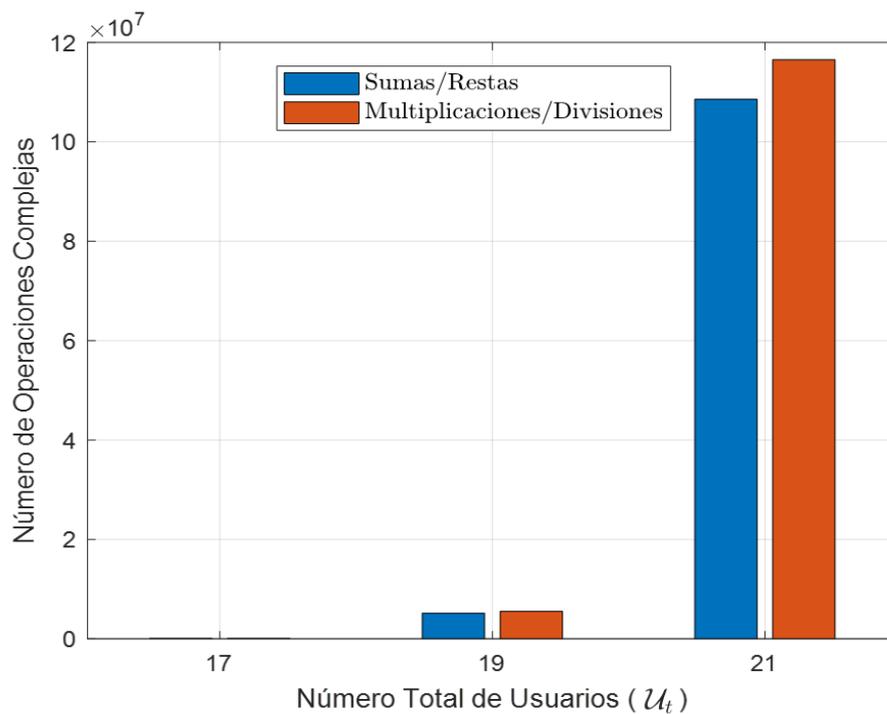


Figura. 37 Número de operaciones complejas parametrizado el número total de usuarios U_t , considerando $Y_r = 16$, $U = 2$.

5. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

5.1 Conclusiones

En el presente trabajo de titulación se propuso un esquema de asignación de canales o *Scheduling* para un sistema MIMO/OFDMA multiusuario. Específicamente, se propuso una métrica que permite establecer que usuarios deben transmitir en un canal de OFDMA a fin de maximizar la SNR y por consiguiente minimizar la BER media de los usuarios. Se consideró el uso del detector lineal ZF que es interesante por su buen desempeño y baja complejidad de implementación. Se conoce que el detector ZF sacrifica diversidad para minimizar la interferencia. Por este motivo el esquema de *Scheduling* propuesto permite recuperar esos grados de diversidad realizando operaciones simples en el receptor.

La métrica usada en el *Scheduling* logró disminuir la BER del sistema aprovechando la diversidad. Para validar la técnica propuesta graficamos curvas de la BER en función de la SNR. Comparamos para diferentes escenarios, la BER considerando diferentes modulaciones *M*-QAM. Se puede concluir que el desempeño de la BER se mejora con las distintas modulaciones *M*-QAM.

La propuesta del presente trabajo contribuye en superar la enorme complejidad del problema actual de detección multiusuario en las distintas tecnologías celulares siguiendo un enfoque con un detector lineal subóptimo que combina una simple partición de usuarios con una estrategia de asignación de canales.

Se evidenció que la técnica propuesta es viable (prácticamente) cuando el número de antenas no es demasiado grande, eso principalmente para garantizar una adecuada complejidad de implementación. Los resultados además evidencian que si bien, cuando el número de antenas es mayor se puede garantizar una BER menor, la complejidad puede aumentar demasiado.

Específicamente, el factor que define la complejidad es $\binom{u_t}{u}$ donde u_t es el

número de usuarios que compiten por transmitir en un canal y U es el número de usuarios que efectivamente transmiten en un canal OFDMA.

Es importante mencionar que si bien solo U de U_t usuarios se escogen para transmitir, esto no implica que $U_t - U$ usuarios no transmiten, pues se debe recordar que el sistema OFDMA dispone de varios canales (subportadoras). Consecuentemente, esos usuarios pueden transmitir en otras subportadoras del sistema.

5.2 Recomendaciones

Se recomienda usar las últimas versiones de Matlab ya que contiene funciones de telecomunicaciones que permiten reducir el tiempo empleado para crear los algoritmos desarrollados en el presente trabajo. Estos algoritmos se muestran en el apartado de Anexos.

Se puede utilizar el comando *parfor* en Matlab para paralelizar y ejecutar las simulaciones con mayor rapidez ya que permite la ejecución de múltiples tareas en el CPU.

Los análisis y resultados validan la combinación del detector *Zero-Forcing* y la técnica de *Scheduling* propuesta como un enfoque de baja complejidad para lograr tasas de datos altas para las comunicaciones inalámbricas de próxima generación. En el futuro, vale la pena seguir investigando el algoritmo de *Scheduling* asociado para el sistema MU-MIMO considerando otro tipo de detectores lineales.

Finalmente, se propone para trabajos futuros considerar el hecho de que las técnicas analizadas operan en entornos celulares. Así, la interferencia de las co-células debería ser incluida en el modelo del canal.

REFERENCIAS

- Argos, C. G. (2008). Cálculo de la BER y la relación S/N. Recuperado el 14 de mayo de 2019 de: <http://garciaargos.com/descargas/apuntes/5curso/ComunicacionesOpticas2/BER.pdf>
- Azizzadeh, R. M. (2017). "*BER Performance Analysis of Coarse Quantized Uplink Massive MIMO*". arXiv.
- Barry, J. R. (2004). *Digital Communication. New York: Kluwer Academic Publishers.*
- Benkhelifa, A. T. (2014). "*On the Low SNR Capacity of MIMO Fading Channels With Imperfect Channel State Information*". IEEE, 1921-1930.
- Cabrera, M. (2012). Teoría de la codificación y modulaciones avanzadas. Cataluña: Eureka Media.
- Carvajal, H. R. (2018). Universidad Estatal de Campinas (UNICAMP): Biblioteca Digital, Phd. Thesis.
- Castillo, F. S. G. (2016). La modulación espacial, una comparación de las técnicas básicas de transmisión. Recuperado el 14 de mayo 2019 de : <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1405774316300117>
- EPN. (2014). Estudio y Análisis Técnico Comparativo entre las Tecnologías LTE y LTE Advanced. Recuperado el 07 de mayo 2019 de: <http://ciecfie.epn.edu.ec/wss/VirtualDirectories/80/JIEE/historial/XXV/Telecomunicaciones/Memorias-258-269.pdf>
- Eslami, M. a Krzymien, W. A. (2008). *Efficient transmission technique for mimo-ofdm broadcast channels with limited feedback*. IEEE, 237 – 241.

- ESPOL. (2016). Implementación de un sistema de transmisión y recepción de texto encriptado en forma inalámbrica con modulaciones qpsk y 64-qam con una sola portadora. Recuperado el 08 de mayo de 2019 de: <https://www.dspace.espol.edu.ec/retrieve/97481/D-103482.pdf>
- Garcia, E. (2014). Radio Microondas. Recuperado el 11 de mayo de 2019 de: <https://unexpocom.files.wordpress.com/2010/02/tema-5radiomicroondas.ppt>
- Gibby, R. W. (1968). *Probabilty A Theoretical Study of Performance of an Orthogonal Multiplexing Data Transmission Scheme. IEEE Transactions on CommunicationTechnology*, 529-540.
- González, G. P. (2017). Análisis de las prestaciones de los sistemas LTE y LTE-Advanced a partir de procesos de simulación. Recuperado el 21 de julio de 2019 de: https://scielo.conicyt.cl/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0718-33052017000300364
- H. Holma, a. A. (2011). *Digital LTE for UMTS: Evolution to LTE-Advanced. John Wiley and Sons.*
- Jakes, W. (1974). *Microwave Mobile Communications. IEEE Press, Wiley Interscience.*
- Jalloul, S. A. (2015). "Soft-output MIMO Detectors With Channel Estimation Error". IEEE, 993-997.
- Jiang, C. L. (2017). "Stair Matrix and its Applications to Massive MIMO Uplink Detection" .
- Kaiser, S. (1998). *Probabilty Multi-Carrier CDMA Mobile Radio Systems - Analysis and Optimization of Detection, Decoding and Channel Estimation. PhD thesis, VDI-Verlag, Fortschrittberichte.*
- Kaiser, S. K. F. (2008). *Multi-Carrier and Spread Spectrum System. UK: West Sussex.*

- Katev, P. (2012). *Propagation Models for WiMAX at 3.5 GHz. In IEEE Elektro Conference.*
- Kwabena, A. A. (2013). *Multiple Input Multiple Output (MIMO) . Helsinki: Metropolia.*
- Kyongkuk C, a. Y. (2002). *On the General BER Expression of One- and Two-Dimensional Amplitude Modulations. IEEE, 1074-1080.*
- Liu, L., Peng, G., & Wei, S. (2019). *Massive MIMO Detection Algorithm and VLSI Architecture. Beijing: Science Press.*
- Manda, R. & Reddy, S. (2015). *Channel Estimation using Iterative Process for OFDMA based Wireless System. Channel Estimation using Iterative Process for OFDMA based Wireless System. HCTL Open International Journal of Technology Innovations and Research (IJTIR).*
- Marquet, A. a. F. (2014). *MIMO Processing for 4G and Beyond Fundamentals and Evolution. CRC Press.*
- Papoulis, A. (2002). *Probabilty Rndom Variables and Stochastic Processes. New York: Mc Graw Hill.*
- Patel, S. (2012). *Analysis & Implemetation of different detection techniques for Multiple Input Multiple Output communication system. Recuperado el 14 de mayo de 2019 https://www.researchgate.net/publication/271447272_Analysis_Impl emetation_of_different_detectiontechniques_for_Multiple_Input_Multiple_Output_communication_system*
- Pintos, C. (2014). *Diseño, Simulación e Implementación de códigos de canal en sistemas OFDM. Recuperado el 10 de mayo de 2019 de: https://www.researchgate.net/publication/305115171_Disenos_Simulacion_e_Implementacion_de_codigos_de_canal_en_sistemas_OFDM*

- Piziak, R. a. P. (2007). *Matrix Theory: From Generalized Inverses to Jordan Form*. FL: CRC.
- Proakis, J. G. (2001). *Digital Communications*. New York: McGraw-Hill.
- Saltzberg, B. R. (1967). *Probabilty Performance of an Efficient Parallel Data Transmission System*. *IEEE Transactions on Communication Technology*, 805-811.
- Schafer, A. O. (1999). *Probabilty Discrete-Time Signal Processing*. Prentice Hall, New Yersey, Second edition.
- Seybold, J. (2005). *Introduction to RF propagation*. John Wiley and Sons.
- Shah, C. R. (2017). *Performance and Comparative Analysis of SISO, SIMO, MISO, MIMO*. Recuperado el 14 de mayo de 2019 de: https://www.ripublication.com/ijwcs17/ijwcsv9n1_01.pdf
- Shannon, C. E. (1948). *A mathematical theory of communicactions*. *Journal*.
- Shen, Z., Chen, R., Andrews, J., Heath, R., a Evans, B. (2006). *Low complexity user selection algorithms for multiuser mimo systems with block diagonalization*. *IEEE*, 3658-3663.
- UDLAP. (2005). *Introducción a las Técnicas de Modulación Digital*. Recuperado el 11 de mayo 2019 de: http://catarina.udlap.mx/u_dl_a/tales/documentos/lem/alvarado_s_ja/capitulo2.pdf
- USFQ. (2017). *Implementación de un sistema de transmisión-recepción inalámbrico OFDM utilizando dispositivos NI USRP-2920*. Recuperado el 11 de mayo de 2019 de: <repositorio.usfq.edu.ec/bitstream/23000/6407/1/131184.pdf>
- Verdu, S. (1998). *Multiuser Detection*. UK: Cambridge Univ. Press.
- Wang, E. A. (2007). "On the Performance of the MIMO Zero-Forcing Receiver in the Presence of Channel Estimation Error". *IEEE*, 805-810.

- Yacoub, M. (2012). *Wireless Technology. Protocols, Standards and Techniques*. CRC-Press.
- Yoo, T. a Goldsmith, A. (2006). *On the optimality of multiantenna broadcast scheduling using zero-forcing beamforming*. IEEE, 528–541.
- Yoon, C. a. S. A. (2002). “*On the general BER Expression of One- and Two-dimensional Amplitude Modulations*” . IEEE, 1074–1080.
- Zhang, S. J. (2014). “*Power Scaling of Uplink Massive MIMO Systems With Arbitrary-Rank Channel Means*” . IEEE, 966–981.

ANEXOS

Anexo 1. Código Modulaciones M-QAM.

Se crea una función de la BER con sus respectivos cálculos, para las modulaciones utilizadas en el trabajo.

```
%%Probabilidad de Error de Bit PSK
%%Canal inalámbrico desvanecimiento reylegh

function [BER] = BER_QAM(M,Eb_No_dB, Total_Errors)

% clc; clearvars; close all;

|
%%Parametros calculados
Eb_No= 10.^(Eb_No_dB/10);
Es_No= Eb_No*log2(M);
Pot_med_const = 2*(M-1)/3;

%%Parametos del canal
Desv_pad_desv = 1/sqrt(2); %%desviacion estandar para desvanecimiento

%%Simulacion
Num_Errors = 0; Num_Bits_Tx = 0;
while Num_Errors <= Total_Errors

    %%Numero de Bits transmitidos
    Num_Bits_Tx = Num_Bits_Tx + log2 (M);

    %%Transmisor
    Bits_tx = round (rand(1, log2(M)));
    Bits_tx_dec = bi2de(Bits_tx,'left-msb');
    Simb_tx = qammod(Bits_tx_dec,M,'gray')/sqrt(Pot_med_const);

    %%Canal inalámbrico
    h = Desv_pad_desv*(randn(1,1) + li*randn(1,1)); %%Ganacia del canal (desvaneciimiento)
    H = abs (h); %%Desvanecimiento Rayleigh ---- abs = absoluto

    %%AWGN
    Desv_pad_ruido = sqrt (1/(2*Es_No));
    n= Desv_pad_ruido*(randn(1,1) + li*randn(1,1)); %%Ruido

    %%Señal recibida
    Sig_rx = H*Simb_tx + n;

    %%Deteccion del simbolo recibido
    Sig_rx = Sig_rx*sqrt(Pot_med_const)/H;
    Simb_rx_dec = qamdemod(Sig_rx,M,'gray');
    Bits_rx = de2bi(Simb_rx_dec,log2(M),'left-msb');

    %%Bits con error
    Num_Errors = Num_Errors + sum(Bits_tx ~= Bits_rx)
end

BER = Num_Errors/Num_Bits_Tx;
```

```

clc; clearvars; close all ;

%%Parametros de entrada

M = 16; %Cambiar modulaci3n aqu3
Eb_No_dB = 0:3:36;
Total_Errors = [1000 900 800 700 600 500 400 300 200 100 200 200 200 ];
savefile = 'BER_16QAM.mat';

%%llamar a la funcion
BER_sim = zeros(1,length(Eb_No_dB));
parfor kk = 1:length (Eb_No_dB)
    BER_sim(kk) = BER_QAM(M,Eb_No_dB(kk),Total_Errors(kk));
end
BER_teorica = berfading(Eb_No_dB, 'qam',M,1);
save(savefile);

figure(1)

close all;

%Codigo para graficar
f1 = semilogy(Eb_No_dB,BER_sim,'k','MarkerSize',6,'MarkerFaceColor','k'); grid on; hold on;
f2 = semilogy(Eb_No_dB,BER_teorica,'r-','LineWidth',1); grid on; hold on;

leyenda = legend([f1 f2],{'M = 16$ (Simulaci3n)' ,'\hspace{0.75cm}Te3rica});
set(leyenda,'Interpreter','latex','Position',[0.127838883105891 0.136758704053504 0.341746134603783 0.102142859322684],'FontSize',12);

xlabel('$E_b/N_0$: [\textnormal{dB}]$','Interpreter','latex','FontSize',15);
ylabel('$\textnormal{Probabilidad de Error de Bit,}\;\;\;\;\;\overline{P_b}$','Interpreter','latex','FontSize',15);
axis([-0.0000000001 max(Eb_No_dB) 0.999999999999999e-6 1]);
ax = gca; set(ax,'XTick',0:3:max(Eb_No_dB),'Position',[0.1125 0.116666666666667 0.866071428571428 0.830952380952382]);
set(gca,'fontSize',12);

```

Anexo 2. Código MRC

Se creo la función con todos los parámetros y cálculos del MRC, a la vez se la invocó a esa función para la ejecución

```
%%Probabilidad de Error de Bit PSK
%%Canal inalambrico desvanecimiento reylegh

function [BER] = BER_QAM_MRC(M,Eb_No_dB,A>Total_Errors)

%%Parametros calculados
Eb_No= 10.^(Eb_No_dB/10);
Es_No= Eb_No*log2(M);
Pot_med_const = 2*(M-1)/3;

%%Parametos del canal
Desv_pad_desv = 1/sqrt(2); %%desviacion estandar para desvanecimiento

%%Simulacion
Num_Errors = 0; Num_Bits_Tx = 0;
while Num_Errors <= Total_Errors

    %%Numero de Bits transmitidos
    Num_Bits_Tx = Num_Bits_Tx + log2 (M);

    %%Transmisor
    Bits_tx = round (rand(1, log2(M)));
    Bits_tx_dec = bi2de(Bits_tx, 'left-msb');
    Simb_tx = qammod(Bits_tx_dec,M, 'gray')/sqrt(Pot_med_const);

    %%Canal inalambrico
    h = Desv_pad_desv*(randn(A,1) + 1i*randn(A,1)); %%Ganacia del canal (desvaneciimiento)
    H = abs (h); %%Desvanecimiento Rayleigh ---- abs = absoluto

    %%AWGN
    Desv_pad_ruido = sqrt (1/(2*Es_No));
    n= Desv_pad_ruido*(randn(A,1) + 1i*randn(A,1)); %%Ruido

    %%Señal recibida
    Sig_rx = H*Simb_tx + n;

    %%MRC
    Sig_rx_MRC = Sig_rx.*H;
    Sig_rx_MRC_total = sum(Sig_rx_MRC);

    %%Deteccion del simbolo recibido
    Sig_rx = Sig_rx_MRC_total*sqrt(Pot_med_const)/sum(H.*H); %el . es para que se multiplique por cada H
    Simb_rx_dec = qamdemod(Sig_rx,M, 'gray');
    Bits_rx = de2bi(Simb_rx_dec,log2(M), 'left-msb');

    %%Bits con error
    Num_Errors = Num_Errors + sum(Bits_tx ~= Bits_rx)
end

BER = Num_Errors/Num_Bits_Tx;
```

```

clc; clearvars; close all ;

%%Parametros de entrada
A = 8; %%numero de antenas
M = 4; %%Modulacion
Eb_No_dB = 0:3:9;
Total_Errors = [700 650 600 550 500 450 400 350 200 100 200 200 200 ];
savefile = 'BER_4QAM_A8_MRC.mat';

%%llamar a la funcion
BER_sim = zeros(1,length(Eb_No_dB));
parfor kk = 1:length(Eb_No_dB)
    BER_sim(kk) = BER_QAM_MRC(M,Eb_No_dB(kk),A,Total_Errors(kk));
end
% llama a la función MCCDMA
%BER_teorica = berfading(Eb_No_dB,'qam',M,A);
BER_teorica = BER_Teorica_FiltroCasado_ArranjoAntenas_MCCDMA(M,1,A,1,Eb_No_dB,inf);

save(savefile);
figure(1)
close all;

%%Codigo para graficar
f1 = semilogy(Eb_No_dB,BER_sim,'k^','MarkerSize',6,'MarkerFaceColor','k'); grid on; hold on;
f2 = semilogy(Eb_No_dB,BER_teorica,'r-','LineWidth',1); grid on; hold on;

leyenda = legend([f1 f2],{'M = 4$ (Simulaci$on)', '\hspace{0.75cm}Te$orica'});
set(leyenda,'Interpreter','latex','Position',[0.127838883105891 0.136758704053504 0.341746134603783 0.102142859322684],'FontSize',12);

xlabel('$E_b/N_0$ : [\textnormal{dB}]$','Interpreter','latex','FontSize',15);
ylabel('$\textnormal{Probabilidad de Error de Bit}$ : \overline{P_b}$','Interpreter','latex','FontSize',15);
axis([-0.00000000001 max(Eb_No_dB) 0.9999999999999999e-6 1]);
ax = gca; set(ax,'XTick',0:3:max(Eb_No_dB),'Position',[0.1125 0.116666666666667 0.866071428571428 0.830952380952382]);
set(gca,'fontsize',12);

```

```

function [BER] = BER_Teorica_FiltroCasado_ArranjoAntenas_MCCDMA(M,G,A,Nu,Eb_No_dB,S_I_dB)

%%Parametros calculados
Eb_No = 10.^(Eb_No_dB/10);
S_I = 10^(S_I_dB/10);
fact_carga = (Nu-1)/(G);
gb_medio = (fact_carga/A + (1/log2(M))*(1./(Eb_No*A)) + 2*(1/S_I)*((A*G+1)/(A*G))).^-1;

if M == 2
    u = sqrt(gb_medio./(A*G+gb_medio));
    acum = 0;
    for kk = 0:A*G-1
        acum = acum + (((1+u)/2)^kk)*factorial(A*G-1+kk)/(factorial(kk)*factorial(A*G-1));
    end
    BER = (((1-u)/2)^(A*G))*acum;
else
    acum2 = 0;
    for k = 1:log2(sqrt(M))
        acum1 = 0;
        for i = 0:(1-2^-k)*sqrt(M)-1
            acum0 = 0;
            for j = 0:A*G-1
                w = (2*(M-1))/(3*(2*i+1).^2);
                u = sqrt(gb_medio./(A*G*w+gb_medio));
                acum0 = acum0+(((1+u)/2).^j)*factorial(A*G-1+j)/(factorial(j)*factorial(A*G-1));
            end

            end
            aux = 2*(((1-u)/2)^(A*G)).*acum0;
            acum1 = acum1 + ((-1)^floor((i*2^(k-1))/sqrt(M)))*(2^(k-1)-floor(((i*2^(k-1))/sqrt(M))+1/2)).*aux;
        end
        acum2 = acum2 + (1/(sqrt(M)*log2(sqrt(M)))*acum1;
    end
    BER = acum2;
end

```

Anexo 3. Código ZF-MIMO

En la función principal se llama a las funciones donde se realizan los cálculos respectivos del detector ZF en un sistema MIMO.

```
function [BER] = BER_Teorica_FiltroCasado_ArranjoAntenas_MCCDMA(M,G,A,Nu,Eb_No_dB,S_I_dB)

%Parametros calculados
Eb_No = 10.^(Eb_No_dB/10);
S_I = 10^(S_I_dB/10);
fact_carga = (Nu-1)/(G);
gb_medio = (fact_carga/A + (1/log2(M))*(1./(Eb_No*A)) + 2*(1/S_I)*((A*G+1)/(A*G))).^-1;

if M == 2
    u = sqrt(gb_medio./(A*G+gb_medio));
    acum = 0;
    for kk = 0:A*G-1
        acum = acum + (((1+u)/2)^kk)*factorial(A*G-1+kk)/(factorial(kk)*factorial(A*G-1));
    end
    BER = (((1-u)/2)^(A*G))*acum;
else
    acum2 = 0;
    for k = 1:log2(sqrt(M))
        acum1 = 0;
        for i = 0:(1-2^-k)*sqrt(M)-1
            acum0 = 0;
            for j = 0:A*G-1
                w = (2*(M-1))/(3*(2*i+1).^2);
                u = sqrt(gb_medio./(A*G*w+gb_medio));
                acum0 = acum0+(((1+u)/2).^j)*factorial(A*G-1+j)/(factorial(j)*factorial(A*G-1));
            end
            aux = 2*(((1-u)/2)^(A*G)).*acum0;
            acum1 = acum1 + ((-1)^floor((i*2^(k-1))/sqrt(M)))*(2^(k-1)-floor((i*2^(k-1))/sqrt(M)+1/2)).*aux;
        end
    end
end
```

```
clc; clearvars; close all;
function [BER] = Mimo_ZF(Ar,Nu,M,Eb_No_dB,Total_Errors)
% Parámetros de entrada
% Ar = 3; %Antenas de recepción
% Nu = 2; %Número de usuarios
% M = 4; %Orden de la modulación
% Eb_No_dB = 20;
% Total_Errors = 1000;

%%Parametros calculados
Eb_No = 10.^(Eb_No_dB/10);
Es_No = Eb_No*log2(M);
Pot_med_const = 2*(M-1)/3;

%%Parametros del canal
Desv_pad_desv = 1/sqrt(2); %%desviacion estandar para desvanecimiento

%%Simulacion
Num_Errors = 0; Num_Bits_Tx = 0;
while Num_Errors <= Total_Errors

    %%Numero de Bits transmitidos
    Num_Bits_Tx = Num_Bits_Tx + Nu*log2(M);

    %%Transmisor
    Bits_tx = round(rand(Nu,log2(M)));
    Bits_tx_dec = bi2de(Bits_tx,'left-msb');
    Simb_tx = qammod(Bits_tx_dec,M,'gray')/sqrt(Pot_med_const);
```

```

%%Transmisor
Bits_tx = round (rand(Nu,log2(M)));
Bits_tx_dec = bi2de(Bits_tx,'left-msb');
Simb_tx = qammod(Bits_tx_dec,M,'gray')/sqrt(Pot_med_const);

%%Canal inalambrico
H = Desv_pad_desv*(randn(Ar,Nu) + 1i*randn(Ar,Nu)); %%Ganacia del canal (desvanecimiento)

%%AWGN
Desv_pad_ruido = sqrt (1/(2*Es_No));
n = Desv_pad_ruido*(randn(Ar,1) + 1i*randn(Ar,1)); %%Ruido

%%Señal recibida
Sig_rx = H*Simb_tx + n;

%%Zero Forcing
W = pinv(H);
Sig_rx_ZF = W*Sig_rx;

%%Deteccion del simbolo recibido
Sig_rx = Sig_rx_ZF*sqrt(Pot_med_const); % Eliminando normalizaciones
Simb_rx_dec = qamdemod(Sig_rx,M,'gray');
Bits_rx = de2bi(Simb_rx_dec,log2(M),'left-msb');

%%Bits con error
Num_Errors = Num_Errors + sum(sum(Bits_tx ~= Bits_rx))
end
BER = Num_Errors/Num_Bits_Tx;

```

```

clc; clearvars; close all ;

%%Parametros de entrada
Ar = 4; %%Antenas de recepción
Nu = 4; %%Número de usuarios
M = 4;%%Modulacion
Eb_No_dB = 0:3:54;
Total_Errors = [800 750 700 650 600 550 500 450 350 300 250 200 200 200 200 200 200 200 200 350 200 350 200 200 ];
savefile = 'MIMO_4QAM_4user_4ar.mat';

%%llamar a la funcion
Mimo_sim = zeros(1,length(Eb_No_dB));
parfor kk = 1:length (Eb_No_dB)
    Mimo_sim(kk) = Mimo_ZF(Ar,Nu,M,Eb_No_dB(kk),Total_Errors(kk));
end
BER_teorica = BER_Teorica_FiltroCasado_ArranjoAntenas_MCCDMA(M,1,Ar-Nu+1,1,Eb_No_dB,inf);

save(savefile);

figure(1)

```

```

clc; clearvars; close all;
close all;
%%Grafico de Figuras

load('MIMO_4QAM_2user_4ar.mat');
Eb_No_dB_aux = Eb_No_dB;
f1 = semilogy(Eb_No_dB,Mimo_sim,'k^','MarkerSize',6,'MarkerFaceColor','k'); grid on; hold on;
f2 = semilogy(Eb_No_dB,BER_teorica,'r-','LineWidth',1); grid on; hold on;

load('MIMO_4QAM_4user_4ar.mat');
f3 = semilogy(Eb_No_dB,Mimo_sim,'ks','MarkerSize',6,'MarkerFaceColor','k'); grid on; hold on;
f4 = semilogy(Eb_No_dB,BER_teorica,'r-','LineWidth',1); grid on; hold on;

% load('BER_4QAM_A8_MRC.mat');
% f5 = semilogy(Eb_No_dB,Mimo_sim,'ko','MarkerSize',6,'MarkerFaceColor','k'); grid on; hold on;
% f6 = semilogy(Eb_No_dB,BER_teorica,'r-','LineWidth',1); grid on; hold on;

leyenda = legend([f1 f3 f2],{'\mathcal{U} = 3$ (Simulaci\''{o}n)', '\mathcal{U} = 5$ (Simulaci\''{o}n)', '\hspace{0.75cm}Te\''{o}rica}');
set(leyenda, 'Interpreter', 'latex', 'Position', [0.127838883105891 0.136758704053504 0.341746134603783 0.102142859322684], 'FontSize', 12);

xlabel('$E_b/N_0$: [\textnormal{dB}]$', 'Interpreter', 'latex', 'FontSize', 15);
ylabel('$\textnormal{Probabilidad de Error de Bit}$: \overline{P_b}$', 'Interpreter', 'latex', 'FontSize', 15);
axis([-0.0000000001 max(Eb_No_dB_aux) 0.999999999999999e-6 1]);
ax = gca; set(ax, 'XTick', 0:3:max(Eb_No_dB_aux), 'Position', [0.1125 0.116666666666667 0.866071428571428 0.830952380952382]);
set(gca, 'FontSize', 12);

```

Anexo 4. Código ZF y Scheduling

Se crearon funciones de demodulación, modulación y funciones matemáticas para los cálculos de la función principal del *Scheduling* con el detector ZF

```
function [z] = QAM_Demapper_MYGray(r,M_QAM)

%Parametros calculados
bits_x_symbol = log2(M_QAM);

%% Demodulacion
z = de2bi(qamdemod(r,M_QAM,'gray'),bits_x_symbol,'left-msb');
if M_QAM == 4
    z(:,2) = mod(z(:,2) + 1,2);
elseif M_QAM == 16
    z(:,3) = mod(z(:,3) + 1,2);
elseif M_QAM == 64
    z(:,4) = mod(z(:,4) + 1,2);
elseif M_QAM == 256
    z(:,5) = mod(z(:,5) + 1,2);
end

%Modulador QAM

function [symbol_mod] = QAM_Mapper_MYGray(symbols_in,M,format_in)

if format_in == 'b'
    loops = length(symbols_in)/log2(M);
    symbols_in = bi2de(vec2mat(symbols_in,log2(M)),'left-msb').';
else
    loops = length(symbols_in);
end

symbol_mod = zeros(1,loops);
if M == 4
    for kk = 1:loops
        if symbols_in(kk) == 0
            symbol_mod(kk) = -1 - 1i;
        elseif symbols_in(kk) == 1
            symbol_mod(kk) = -1 + 1i;
        elseif symbols_in(kk) == 2
            symbol_mod(kk) = +1 - 1i;
        elseif symbols_in(kk) == 3
            symbol_mod(kk) = +1 + 1i;
        end
    end
elseif M == 16
    for kk = 1:loops
        if symbols_in(kk) == 0
            symbol_mod(kk) = -3 - 3*1i;
        elseif symbols_in(kk) == 1
```

```

        symbol_mod(kk) = -3 - 1*1i;
elseif symbols_in(kk) == 2
        symbol_mod(kk) = -3 + 3*1i;
elseif symbols_in(kk) == 3
        symbol_mod(kk) = -3 + 1*1i;
elseif symbols_in(kk) == 4
        symbol_mod(kk) = -1 - 3*1i;
elseif symbols_in(kk) == 5
        symbol_mod(kk) = -1 - 1*1i;
elseif symbols_in(kk) == 6
        symbol_mod(kk) = -1 + 3*1i;
elseif symbols_in(kk) == 7
        symbol_mod(kk) = -1 + 1*1i;
elseif symbols_in(kk) == 8
        symbol_mod(kk) = +3 - 3*1i;
elseif symbols_in(kk) == 9
        symbol_mod(kk) = +3 - 1*1i;
elseif symbols_in(kk) == 10
        symbol_mod(kk) = +3 + 3*1i;
elseif symbols_in(kk) == 11
        symbol_mod(kk) = +3 + 1*1i;
elseif symbols_in(kk) == 12
        symbol_mod(kk) = +1 - 3*1i;
elseif symbols_in(kk) == 13
        symbol_mod(kk) = +1 - 1*1i;
elseif symbols_in(kk) == 14
        symbol_mod(kk) = +1 + 3*1i;
elseif symbols_in(kk) == 15
        symbol_mod(kk) = +1 + 1*1i;

```

```

        end
    end
elseif M >= 64
    for kk = 1:loops
        bits = de2bi(symbols_in(kk), log2(M), 'left-msb');
        symbol_Real = real(pammod(bi2de(bits(1:log2(M)/2), 'left-msb'), sqrt(M), 0, 'gray'));
        symbol_Imag = real(pammod(bi2de(bits(log2(M)/2+1:end), 'left-msb'), sqrt(M), 0, 'gray'));
        symbol_mod(kk) = symbol_Real + 1i*symbol_Imag;
    end
end
end

```

```

function [SIR_dB, Omega, w, Sigma_quad] = Calcula_SIR(A, G, Nu, Ni, Desv_pad_ruido, ro)

%% Parametros calculados
d = A*G;
Power = 1/G;
Var_CCI = Ni*(ro^2)/(2*G)*2/3;
Sigma_quad = Desv_pad_ruido^2 + Var_CCI;

%% Omega
M1 = 2*(exp(Sigma_quad/Power))*(Sigma_quad^(d-1))*((d-1)*Power+Sigma_quad)*Gamma_incompleta(2-d, Sigma_quad/Power)-Power^(d-1)*Sigma_quad/
M2 = 2/(Sigma_quad^2);
M3 = exp(2*Sigma_quad/Power)*Sigma_quad^(d-1)*ExpIntegralE(d, Sigma_quad/Power)*Gamma_incompleta(1-d, Sigma_quad/Power)/Power^(d+1);
M4 = exp(Sigma_quad/Power)*(Sigma_quad^(d-2))*Gamma_incompleta(1-d, Sigma_quad/Power)/(Power*d);
M5 = 1/(Sigma_quad^2);
Omega = ((Nu-1)*M1 + (d-(Nu-1))*M2 + (Nu-1)*(Nu-2)*M3 + 2*(Nu-1)*(d-(Nu-1))*M4 + (d-(Nu-1))*(d-(Nu-1)-1)*M5);

w = (exp(Sigma_quad/Power)*(Sigma_quad+(d-1)*Power)*ExpIntegralE(d-1, Sigma_quad/Power) - Power)/((d-1)*(Power^3));

SIR = 3*Omega/(Ni*(ro^2)*(Nu-1)*w + (d-Nu+1)/(Sigma_quad^2));
%SIR = 2*Omega/(Ni*(ro^2)*((Nu-1)*w + (d-Nu+1)/(Sigma_quad^2)));
SIR_dB = 10*log10(SIR);

```

```

function [BER_MUDD_Sim] = BERSim_MUDD_Sched_MCCDMA_CCI(A, Nu, Nu_total, Lambda, Ni, M, Ro, R, F, Beta, Eb_No_dB, erros, CCI_Flag, Possiveis_permuts)

Desv_pad_fading = 1/sqrt(2);

% Parametros calculados
Eb_No = 10^(Eb_No_dB/10);
Es_No = log2(M)*Eb_No;
Desv_pad_ruido = sqrt(1/(2*Es_No));
E_media_const = (2/3)*(M - 1);
Bits_x_symbol = log2(M);
Ni = 6*Lambda_Ni;

D = sqrt(3*F)*R;
fun_control=@(r, phi) (((1./r).*sqrt(D.^2 + r.^2 + 2.*D.*r.*cos(phi))).^-Beta).*(1/(2*pi)).*((2*r)./(R^2-Ro^2));
dr_mean = integral2(fun_control, Ro, R, 0, 2*pi);
ro = sqrt(dr_mean);

%% Simulacion
conta_erros = 0; loops = 0;
while conta_erros <= erros
    %Canal de desvanecimentos
    Canal_Fading = Desv_pad_fading*(randn(A, Nu_total) + li*randn(A, Nu_total)); %Canal com desvanecimentos
    Hc_total = Canal_Fading;
end

```

```

%%Escoge el mejor canal
sum_Z = zeros(1,nchoosek(Nu_total,Nu));
for kk = 1:nchoosek(Nu_total,Nu)
    Hc_aux = Hc_total(:,Possiveis_permuts(kk,:));
    Z = 1./real(diag(pinv(Hc_aux'*Hc_aux)));
    sum_Z(kk) = sum(Z);
end
[~,pos] = max(sum_Z);
Hc = Hc_total(:,Possiveis_permuts(pos,:));

%%Transmisor célula
Bits_tx = round(rand(Nu,Bits_x_symbol));
if M == 2
    Symbols_tx = 2*Bits_tx - 1;
    S_norm = Symbols_tx;
else
    Symbols_tx = QAM Mapper_MYGray(reshape(Bits_tx.',1,[]),M,'b').';
    S_norm = Symbols_tx./sqrt(E_media_const);
end

%%Canal
r_Hc = Hc*S_norm;

if CCI_Flag == 1

%%Transmisor co-células
for kk = 1:2
    Bits_tx_CCI = round(rand(Ni,Bits_x_symbol));
    if M == 2
        Symbols_tx_CCI = 2*Bits_tx_CCI - 1;
        S_norm_CCI = Symbols_tx_CCI;
    else
        if Ni ~= 0
            Symbols_tx_CCI = QAM Mapper_MYGray(reshape(Bits_tx_CCI.',1,[]),M,'b').';
        else
            Symbols_tx_CCI = round(rand(Ni,1));
        end
        S_norm_CCI = Symbols_tx_CCI./sqrt(E_media_const);
    end
    C_CCI = (2*round(rand(A,Ni)) - 1);
    Fading_CCI = Desv_pad_fading*(randn(A,Ni) + li*randn(A,Ni));
    Hc_CCI = C_CCI.*Fading_CCI;
    CCI(:,kk) = ro*Hc_CCI*S_norm_CCI;
end
amostras = 10;
CCI_Expand = circshift(kron(CCI,ones(1,amostras)),round(amostras*rand(1,1)),2);
CCI_Expand = CCI_Expand(:,1:amostras);

r_Hc_Expand = kron(r_Hc,ones(1,amostras));
r_Hc = sum(r_Hc_Expand + CCI_Expand,2)/amostras;

r_Hc = r_Hc + CCI;
end

```



```

clc; clearvars; close all;
close all;
%Graficar Figuras
load('ZF_SCH_256QAM_A2_Ut3_U2.mat');
Eb_No_dB_aux = Eb_No_dB;
sf1 = semilogy(Eb_No_dB,BERSim,'k^','MarkerSize',6,'MarkerFaceColor','k'); grid on; hold on;
sf2 = semilogy(Eb_No_dB,BER_teorica,'r-','LineWidth',1); grid on; hold on;

load('ZF_SCH_256QAM_A2_Ut5_U2.mat');
sf3 = semilogy(Eb_No_dB,BERSim,'ks','MarkerSize',6,'MarkerFaceColor','k'); grid on; hold on;
sf4 = semilogy(Eb_No_dB,BER_teorica,'r-','LineWidth',1); grid on; hold on;

load('ZF_SCH_256QAM_A2_Ut7_U2.mat');
sf5 = semilogy(Eb_No_dB,BERSim,'ko','MarkerSize',6,'MarkerFaceColor','k'); grid on; hold on;
sf6 = semilogy(Eb_No_dB,BER_teorica,'r-','LineWidth',1); grid on; hold on;

%leyenda = legend([f1 f3 f5 f2],{'$N_{ut} = 3$ (Simulaci\''{o}n)', '$N_{ut} = 5$ (Simulaci\''{o}n)', '$N_{ut} = 7$ (Simulaci\''{o}n)', '\hspace{1cm}$N_{ut} = 9$ (Simulaci\''{o}n)'}, 'Interpreter','latex','Position',[0.127838883105891 0.136758704053504 0.341746134603783 0.102142859322684], 'FontSize',12);
leyenda = legend([sf1 sf3 sf5 sf2],{'$\mathcal{U}_{t} = 17$ (Simulaci\''{o}n)', '$\mathcal{U}_{t} = 19$ (Simulaci\''{o}n)', '$\mathcal{U}_{t} = 21$ (Simulaci\''{o}n)', '$\mathcal{U}_{t} = 23$ (Simulaci\''{o}n)'}, 'Interpreter','latex','Position',[0.127838883105891 0.136758704053504 0.341746134603783 0.102142859322684], 'FontSize',12);

xlabel('$E_b/N_0$ (dB)', 'Interpreter','latex','FontSize',15);
ylabel('$\text{Probabilidad de Error de Bit}$ (BER)', 'Interpreter','latex','FontSize',15);
axis([-0.0000000001 max(Eb_No_dB_aux) 0.9999999999999999e-6 1]);
ax = gca; set(ax,'XTick',0:3:max(Eb_No_dB_aux),'Position',[0.1125 0.1166666666666667 0.866071428571428 0.830952380952382]);
set(gca,'fontSize',12);

```

Anexo 5. Número de Operaciones Complejas

Se crea el cálculo estadístico de la complejidad.

```
%% Grafico 1
clear; clc;
%variables u , r
u1=2;u2=4;u3=8;u4=16;
r1=2;r2=4;r3=8;r4=16;
G=1;
%titulo x , y
titulox='Número Total de Usuarios (U_t)';
tituloy='Número de Operaciones Complejas';

%resultado 1-----
resultado11=((1/3)*u1^3)+((2*r1*1-1/2)*u1^2)+(-11/6*u1);
resultado12=((1/3)*u2^3)+((2*r2*1-1/2)*u2^2)+(-11/6*u2);
resultado13=((1/3)*u3^3)+((2*r3*1-1/2)*u3^2)+(-11/6*u3);
resultado14=((1/3)*u4^3)+((2*r4*1-1/2)*u4^2)+(-11/6*u4);
%resultado 2-----
resultado2_1=(1/3*u1^3)+((2*r1*G+1)*u1)+((r1*G-1/3)*u1);
resultado2_2=(1/3*u2^3)+((2*r2*G+1)*u2)+((r2*G-1/3)*u2);
resultado2_3=(1/3*u3^3)+((2*r3*G+1)*u3)+((r3*G-1/3)*u3);
resultado2_4=(1/3*u4^3)+((2*r4*G+1)*u4)+((r4*G-1/3)*u4);

%resultado fig1
%parte 1; 1/3?u^3 %parte 2; (r?G-1/2)u^2 %parte 3; (-11/6?u)
% ut/u
ut1=3;ut2=5;ut3=7;
ufactorial1=factorial(ut1)/(factorial(u1)*factorial(ut1-u1));
ufactorial2=factorial(ut2)/(factorial(u1)*factorial(ut2-u1));
ufactorial3=factorial(ut3)/(factorial(u1)*factorial(ut3-u1));

resultado1Fig1=ufactorial1*((1/3)*u1^3)+((r1*G-1/2)*u1^2)+(1/6*u1);
resultado2Fig1=ufactorial2*((1/3)*u1^3)+((r1*G-1/2)*u1^2)+(1/6*u1);
resultado3Fig1=ufactorial3*((1/3)*u1^3)+((r1*G-1/2)*u1^2)+(1/6*u1);

sumalbarra1fig1=resultado11+resultado1Fig1;
sumalbarra2fig1=resultado11+resultado2Fig1;
sumalbarra3fig1=resultado11+resultado3Fig1;

%multiplicacione sy divisione
multiplicacionesDivisiones1= ufactorial1*((1/3*u1^3) +((r1*G+1)*u1^2) + (2/3*u1));
multiplicacionesDivisiones2= ufactorial2*((1/3*u1^3) +((r1*G+1)*u1^2) + (2/3*u1));
multiplicacionesDivisiones3= ufactorial3*((1/3*u1^3) +((r1*G+1)*u1^2) + (2/3*u1));
suma2barra1fig1=multiplicacionesDivisiones1+resultado2_1;
suma2barra2fig1=multiplicacionesDivisiones2+resultado2_1;
suma2barra3fig1=multiplicacionesDivisiones3+resultado2_1;
%plot grafico 1
Y = [sumalbarra1fig1,suma2barra1fig1
      sumalbarra2fig1,suma2barra2fig1
      sumalbarra3fig1,suma2barra3fig1];
figure
bar(Y)
% change the xticklabel with characters
newXticklabel = {num2str(ut1),num2str(ut2),num2str(ut3)};
set(gca,'XTickLabel',newXticklabel);
xlabel(titulox);
ylabel(tituloy);
title('')
legendal=legend({'Sumas/Restas','Multiplicaciones/Divisiones'},'Interpreter','latex','FontSize',10,'FontName','Times New Roman');
set(legendal,'Position',[0.5 0.85 0 0]);
grid on;grid on;
```

```

%% Grafico 2
ut1=5;ut2=7;ut3=9;

ufactorial2_1=factorial(ut1)/(factorial(u2)*factorial(ut1-u2));
ufactorial2_2=factorial(ut2)/(factorial(u2)*factorial(ut2-u2));
ufactorial2_3=factorial(ut3)/(factorial(u2)*factorial(ut3-u2));
%sumas restas
resultado1Fig2=ufactorial2_1*((1/3)*u2^3)+((r2*G-1/2)*u2^2)+(1/6*u2);
resultado2Fig2=ufactorial2_2*((1/3)*u2^3)+((r2*G-1/2)*u2^2)+(1/6*u2);
resultado3Fig2=ufactorial2_3*((1/3)*u2^3)+((r2*G-1/2)*u2^2)+(1/6*u2);

sumalbarra1fig2=resultado12+resultado1Fig2;
sumalbarra2fig2=resultado12+resultado2Fig2;
sumalbarra3fig2=resultado12+resultado3Fig2;

%divisiones multiplicaciones
multiplicacionesDivisiones1fig2= ufactorial2_1*((1/3*u2^3) +(r2*G+1)*u2^2) +(2/3*u2);
multiplicacionesDivisiones2fig2= ufactorial2_2*((1/3*u2^3) +(r2*G+1)*u2^2) +(2/3*u2);
multiplicacionesDivisiones3fig2= ufactorial2_3*((1/3*u2^3) +(r2*G+1)*u2^2) +(2/3*u2);
suma2barra1fig2=multiplicacionesDivisiones1fig2+resultado2_2;
suma2barra2fig2=multiplicacionesDivisiones2fig2+resultado2_2;
suma2barra3fig2=multiplicacionesDivisiones3fig2+resultado2_2;
%grafico 2
Y = [sumalbarra1fig2,suma2barra1fig2
      sumalbarra2fig2,suma2barra2fig2
      sumalbarra3fig2,suma2barra3fig2];
figure
bar(Y)

% change the xticklabel with characters
newXticklabel = {num2str(ut1),num2str(ut2),num2str(ut3)};
set(gca,'XtickLabel',newXticklabel);
xlabel(titulox);
ylabel(tituloY);
title('')
leyenda=legend({'Sumas/Restas','Multiplicaciones/Divisiones'],'Interpreter','latex','FontSize',10,'FontName','Times New Roman');
set(leyenda,'Position',[0.5 0.85 0 0]);
grid on;grid on;

%% Grafico 3
ut1=9;ut2=11;ut3=13;

ufactorial3_1=factorial(ut1)/(factorial(u3)*factorial(ut1-u3));
ufactorial3_2=factorial(ut2)/(factorial(u3)*factorial(ut2-u3));
ufactorial3_3=factorial(ut3)/(factorial(u3)*factorial(ut3-u3));
%sumas restas
resultado1Fig3=ufactorial3_1*((1/3)*u3^3)+((r3*G-1/2)*u3^2)+(1/6*u3);
resultado2Fig3=ufactorial3_2*((1/3)*u3^3)+((r3*G-1/2)*u3^2)+(1/6*u3);
resultado3Fig3=ufactorial3_3*((1/3)*u3^3)+((r3*G-1/2)*u3^2)+(1/6*u3);

sumalbarra1fig3=resultado13+resultado1Fig3;
sumalbarra2fig3=resultado13+resultado2Fig3;
sumalbarra3fig3=resultado13+resultado3Fig3;

```

```

figure
bar(Y)
% change the xticklabel with characters
newXticklabel = {num2str(ut1), num2str(ut2), num2str(ut3)};
set(gca, 'XTickLabel', newXticklabel);
xlabel(titulox);
ylabel(tituloy);
title('')
leyenda=legend({'Sumas/Restas', 'Multiplicaciones/Divisiones'}, 'Interpreter', 'latex', 'FontSize', 10, 'FontName', 'Times New Roman');
set(leyenda, 'Position', [0.5 0.85 0 0]);
grid on; grid on;
%% Grafico 4
ut1=17; ut2=19; ut3=21;

ufactorial4_1=factorial(ut1)/(factorial(u4)*factorial(ut1-u4));
ufactorial4_2=factorial(ut2)/(factorial(u4)*factorial(ut2-u4));
ufactorial4_3=factorial(ut3)/(factorial(u4)*factorial(ut3-u4));
%sumas restas
resultado1Fig4=ufactorial4_1*((1/3)*u4^3)+((r4*G-1/2)*u4^2)+(1/6*u4);
resultado2Fig4=ufactorial4_2*((1/3)*u4^3)+((r4*G-1/2)*u4^2)+(1/6*u4);
resultado3Fig4=ufactorial4_3*((1/3)*u4^3)+((r4*G-1/2)*u4^2)+(1/6*u4);

sumalbarra1fig4=resultado14+resultado1Fig4;
sumalbarra2fig4=resultado14+resultado2Fig4;
sumalbarra3fig4=resultado14+resultado3Fig4;

%divisione smultiplicaciones
multiplicacionesDivisiones1fig4= ufactorial4_1*((1/3*u4^3) +((r4*G+1)*u4^2) + (2/3*u4));
multiplicacionesDivisiones2fig4= ufactorial4_2*((1/3*u4^3) +((r4*G+1)*u4^2) + (2/3*u4));
multiplicacionesDivisiones3fig4= ufactorial4_3*((1/3*u4^3) +((r4*G+1)*u4^2) + (2/3*u4));
suma2barra1fig4=multiplicacionesDivisiones1fig4+resultado2_4;
suma2barra2fig4=multiplicacionesDivisiones2fig4+resultado2_4;
suma2barra3fig4=multiplicacionesDivisiones3fig4+resultado2_4;
%grafico 3
Y = [sumalbarra1fig4, suma2barra1fig4
      sumalbarra2fig4, suma2barra2fig4
      sumalbarra3fig4, suma2barra3fig4];
figure
bar(Y)
% change the xticklabel with characters
newXticklabel = {num2str(ut1), num2str(ut2), num2str(ut3)};
set(gca, 'XTickLabel', newXticklabel);
xlabel(titulox);
ylabel(tituloy);
title('')
leyenda=legend({'Sumas/Restas', 'Multiplicaciones/Divisiones'}, 'Interpreter', 'latex', 'FontSize', 10, 'FontName', 'Times New Roman');
set(leyenda, 'Position', [0.5 0.85 0 0]);
grid on; grid on;

```

