

FACULTAD DE INGENIERÍA Y CIENCIAS APLICADAS

DISEÑO, DESARROLLO Y EVALUACIÓN DE UN ACELERÓMETRO UNIAXIAL

Autor
Gabriel Alexander Diaz Luna

Año 2018



FACULTAD DE INGENIERÍAS Y CIENCIAS APLICADAS

DISEÑO, DESARROLLO Y EVALUACIÓN DE UN ACELERÓMETRO UNIAXIAL

Trabajo de Titulación presentado en conformidad con los requisitos establecidos para optar por el título de Ingeniero de Sonido y Acústica

Profesor guía

MSc. Juan Sebastián Vizuete Déley

Autor

Gabriel Alexander Diaz Luna

Año

2018

DECLARACIÓN DEL PROFESOR GUÍA

"Declaro haber dirigido este trabajo, Diseño, desarrollo y evaluación de un

acelerómetro uniaxial, del estudiante Gabriel Alexander Díaz Luna, en el semestre

2018-2, a través de reuniones periódicas con el estudiante, orientando sus

conocimientos y competencias para un eficiente desarrollo del tema escogido y

dando cumplimiento a todas las disposiciones vigentes que regulan los Trabajos de

Titulación."

Juan Sebastián Vizuete Déley

Msc. Ingeniería Acústica

C.I 0604086769

DELCARACIÓN DEL PROFESOR CORRECTOR

"Declaro haber revisado este trabajo, Diseño, desarrollo y evaluación de un acelerómetro uniaxial, del estudiante Gabriel Alexander Díaz Luna, en el semestre 2018-2, dando cumplimiento a todas las disposiciones vigentes que regulan los Trabajos de Titulación".

Christiam Santiago Garzón Pico

Máster en Acústica Arquitectónica y Medio Ambiental

CI: 1711364462-1

DECLARACIÓN DE AUTORÍA DEL ESTUDIANTE

"Declaro que este trabajo es original, de mi autoría, que se han citado las fuentes correspondientes y que en su ejecución se respetaron las disposiciones legales que protegen los derechos de autor vigentes."

Gabriel Alexander Diaz Luna

C.I. 1722553318

AGRADECIMIENTOS

Agradezco a mis padres que siempre estuvieron a mi lado para todo y me sirvieron como guía, a mis hermanos, a mis profesores que me mostraron el camino a la meta.

DEDICATORIA

Se lo dedico a mis abuelos y a mis padres que siempre me quisieron ver progresar en la vida.

RESUMEN

El presente trabajo se enfoca en la caracterización eléctrica del núcleo piezoeléctrico del acelerómetro, el diseño del sistema masa resorte y compliancia del sensor y su comprobación. La medición de parámetros del elemento piezoeléctrico se realiza mediante un generador de señales, un multímetro y un osciloscopio. Mediante software de simulación de circuitos eléctricos realizamos la evaluación de los elementos del acelerómetro, estimando su comportamiento de trabajo en conjunto como un sistema. La finalidad del prototipo será para mediciones de baja frecuencia de estructuras y superficies.

ABSTRACT

The present work will focus on the electrical characterization of the piezoelectric core of the accelerometer, the design of the spring mass system and the compliance of the sensor and its verification. Piezoelectric element parameters were measured using a signal generator, a multimeter and an oscilloscope. Using the simulation software of electrical circuits Proteuss we perform the evaluation of the elements of the accelerometer, estimating their working behavior together as a system. The purpose of the prototype will be for low frequency measurements of structures and surfaces.

ÍNDICE

1. Introduccion	1
1.1 Antecedentes	2
1.2 Hipótesis	3
1.3 Alcance	3
1.4 Justificación	3
2. Objetivos	4
2.1 Objetivo General	4
2.2 Objetivos Específicos	4
3. Marco Teórico	4
3.1 Piezoeléctricos	4
3.1.1 Piezoelectricidad	5
3.1.2 Parámetros piezoeléctricos	5
3.1.2.1 Impedancia	7
3.1.2.2 Curvas de impedancia del piezoeléctrico	8
3.1.2.3 Medición de curva de impedancia	9
3.1.3 Modelado eléctrico de cerámicas piezoeléctricas (analogía de	
impedancia mecánico – eléctrica)	12
3.1.3.1 Impedancia mecánica	15
3.1.3.2 Resistencia mecánica	15

3.1.3.3 Masa mecánica	16
3.1.3.4 Compliancia mecánica	17
3.1.3.4.1 Determinación de la constante de elasticidad	18
3.2 Modelos eléctricos equivalentes del piezoeléctrico	20
3.2.1 Como sensor de vibración	22
3.2.2 Modelado del sensor piezoeléctrico	26
3.3 Normativas ISO	28
3.3.1 ISO 5348	28
3.3.2 ISO 16063	29
4. Metodología	30
4.1 Selección del núcleo del acelerómetro	30
4.1.1 Selección del transductor piezoeléctrico	30
4.2 Modelado y simulación	37
4.2.1 Piezoeléctrico	37
4.2.2 Acelerómetro	38
4.3 Construcción del acelerómetro	40
4.4 Comprobación del funcionamiento del acelerómetro	44
4.4.1 Determinación de constante de rigidez del resorte	45
4.4.2 Aplicación de normas ISO para la comprobación del acelerón	netro46
4.4.2.1 Montaje del acelerómetro	46
4.4.2.2 Sensibilidad	48

	4.4.2.3 Rango de frecuencia	51
5.	Resultados	53
	5.1 Mediciones de la curva de impedancia del piezoeléctrico	53
	5.1.1 Método del fabricante	54
	5.1.2 Método Tektronix	58
	5.2 Simulaciones	60
	5.2.1 Piezoeléctrico en sistema masa-resorte (acelerómetro)	61
	5.3 Mediciones experimentales	66
	5.4 Comparaciones	69
	5.4.1 Fabricante vs. Tektronix	70
	5.4.2 Comparación de piezoeléctricos dentro del sistema	
	masa-resorte mediante simulación	74
	5.5 Selección de los elementos del prototipo	76
	5.6 Resultados de comprobación y análisis	77
	5.6.1 Diagrama pre-comprobación del acelerómetro	77
	5.6.2 Resultados de sensibilidad y respuesta de frecuencia	78
	5.7 Comprobación de la evaluación	83
	5.8 Costos del proyecto	85
	5.9 Futuras líneas de trabajo	87
	5.9.1 Curva de calibración	87
	5.9.2 Sistemas de compensación	87

6. Conclusiones y recomendaciones	88
6.1 Conclusiones	88
6.2 Recomendaciones	90
Referencias	92
Anexos	94

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1: Cristal piezoelectrico	5
Figura 2: Curva característica de impedancia de una cerámica piezoeléctrica	9
Figura 3: Diagrama eléctrico de conexión para obtención de curva de impedancia	10
Figura 4: Representación eléctrica de un elemento inductivo y un elemento capacitivo en serie a una resistencia	11
Figura 5: Diagramas análogos de circuito eléctrico con elementos mecánicos	13
Figura 6: Circuito mecánico masa-resorte con coeficiente de rozamiento	13
Figura 7: Circuito mecánico masa-resorte con coeficiente de rozamiento	14
Figura 8: Diagrama de resorte vs. Fuerza	19
Figura 9: Circuito equivalente de cerámica piezoeléctrica (modelo Van Dyke)	20
Figura 10: Circuito equivalente de cerámica piezoeléctrica (modelo Sherrit)	20
Figura 11: Circuito equivalente de cerámica piezoeléctrica (modelo Guan)	21
Figura 12: Circuito equivalente de cerámica piezoeléctrica en resonancia	22
Figura 13: Modelo mecánico de un acelerómetro por compresión	23
Figura 14: Grafica del comportamiento estándar de un acelerómetro	25
Figura 15: Circuito equivalente de acelerómetro con elementos de amortiguamiento y masa	26
Figura 16: Esquema de elementos en el montaje de un acelerómetro	28
Figura 17: Fotografía de piezoeléctrico con cables soldados	33
Figura 18: Diagrama de medición de impedancia según el manual de Tektronix	34
Figura 19: Fotografía de conexión del circuito de medición de impedancia	34
Figura 20: Fotografía de conexión del circuito de medición de impedancia	35

Figura 21: F	otografía de generador se señales marca Tektronix	.35
Figura 22: F	otografía de osciloscopio marca Tektronix	.36
Figura 23: D	Diagrama eléctrico equivalente del elemento piezoeléctrico	.37
	Diagrama eléctrico equivalente del elemento acelerómetro con todos sus elementos	.38
	Diagrama eléctrico equivalente del circuito de un acelerómetro con valores reales de capacitancia e inductancia	.39
	Semejanza de simulación con valores reales con respuesta típica de un acelerómetro	.40
Figura 27: N	Modelo de un acelerómetro por compresión	.40
Figura 28: V	/ista superior y lateral de la base del acelerómetro	.41
	/ista lateral de la base del acelerómetro junto con la estructura de sujeción y tornillo	.41
	otografía de vista lateral de la base del acelerómetro junto con la estructura de sujeción y tornillo	.42
Figura 31: S	Sujeción de la base del acelerómetro al terminal del calibrador	.42
Figura 32: T	Fornillo de sujeción de la base del acelerómetro	.43
Figura 33: E	Elementos del prototipo	.43
Figura 34: E	Elementos que interactúan con el piezoeléctrico	.44
Figura 35: N	Masa destinada al acelerómetro y resorte	.44
Figura 36: N	Masas adjuntas a resorte	.45
Figura 37: E	Esquema de elementos en el montaje de un acelerómetro	.46
Figura 38: A	Atornillado del acelerómetro al shaker según la norma ISO 5348	.47
Figura 39: S	Sistema con su masa y resorte en su base dedicada	.49
Figura 40: N	Montaje del transductor sobre el calibrador	.49

Figura 41: Piezoeléctrico adjunto a masa	50
Figura 42: Visualización de forma de onda, frecuencia y voltaje en osciloscopio	50
Figura 43: Generador de vibraciones PASCO SF-9324	51
Figura 44: Amplificador PYLE modelo PTA2	52
Figura 45: Imagen de tono puro registrado por el transductor durante la prueba	52
Figura 46: Prototipo montado sobre shaker para prueba de rango de frecuencia	53
Figura 47: Circuito guía de <i>AmericanPiezo</i> para determinación de frecuencia de resonancia de un piezoeléctrico	54
Figura 48: Curva de impedancia de los piezoeléctricos	59
Figura 49: Circuito equivalente del acelerómetro con valores reales	63
Figura 50: Análisis frecuencial en Proteuss	64
Figura 51: Comparación de curvas de impedancia por método fabricante (rojo) y Tektronix (azul)	71
Figura 52: Comparación de curvas de impedancia por método fabricante (rojo) y Tektronix (azul)	72
Figura 53: Comparación de curvas de impedancia por método fabricante (rojo) y Tektronix (azul)	72
Figura 54: Comparación de curvas de impedancia por método fabricante (rojo) y Tektronix (azul)	
Figura 55: Masa de 0.025Kg destinada al prototipo	76
Figura 56: Resorte de 490 N/m destinado al prototipo	76
Figura 57: Diagrama de conexión del acelerómetro	77
Figura 58: Amplificador de instrumentación implementado en baquelita	78
Figura 59: Amplificador de instrumentación conectado a osciloscopio	78

Figura 60: Diferente sistema con su respectivo piezoeléctrico	81
Figura 61: Zoom a zona lineal	81
Figura 62: Zoom a zona lineal	82
Figura 63: Zoom a zona lineal y marca de rango de trabajo (punto naranja)	82
Figura 64: Respuesta de sensibilidad de sistema 1082	84
Figura 65: Curva característica del acelerómetro simulada en MATLAB	85
Figura 66: Elementos empleados en la construcción y evaluación del prototipo	85

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 1: Tabla de características de los materiales disponibles en APC	31
Tabla 2.: Elementos piezoeléctricos con su numeración y dimensiones	32
Tabla 3: Tabla de 29 modos de funcionamiento de calibrador CESVA CV211. Frecuencia y Aceleración	48
Tabla 4. Resultados de voltajes en R3 de piezoeléctrico 1082	55
Tabla 5. Resultados de voltajes en R3 de piezoeléctrico 581	55
Tabla 6. Resultados de voltajes en R3 del piezoeléctrico 344	56
Tabla 7. Resultados de voltajes en R3 del piezoeléctrico 967	56
Tabla 8. Piezoeléctricos junto a su frecuencia de resonancia	57
Tabla 9: Elementos piezoeléctricos con su capacitancia y frecuencia de resonancia	58
Tabla 10: Elementos piezoeléctricos con su frecuencia de resonancia registrada en la curva de impedancia	60
Tabla 11: Valores combinados de compliancias y masas	62
Tabla 12: Valores convertidos de compliancia y masa	63
Tabla 13: Frecuencias de cada sistema con su respectiva combinación	65
Tabla 14: Medición experimental de piezoeléctrico 1082 con aumento de masa de 0,025Kg	.67
Tabla 15: Medición experimental de piezoeléctrico 344 con aumento de masa de 0,025Kg	68
Tabla 16: Medición experimental de piezoeléctrico 967 con aumento de masa de 0,025Kg	.68
Tabla 17: Medición experimental de piezoeléctrico 581 con aumento de masa de 0,025Kg	68
Tabla 18: Comparación de valores obtenidos por los métodos fabricante y Tektronix	70

Tabla 19: Valores de frecuencia de corte obtenidos después de cada combinación	.74
Tabla 20: Valores de voltaje por modo del calibrador (Aceleración vs. Frecuencia)	.79
Tabla 21: Valores en dB/g	.79
Tabla 22: Características del prototipo final con los sistemas para cada núcleo	.83
Tabla 23: Costos del proyecto	.86

1. Introducción

El acelerómetro piezoeléctrico es uno de los sensores más extendidos y aceptados para medición de vibraciones, debido a que puede ser usado en un rango extendido de frecuencias, tiene una excelente linealidad y posee una alta sensibilidad.

De un acelerómetro piezoeléctrico obtenemos la medida de aceleración, la cual es la segunda derivada del desplazamiento, la primera derivada sería la velocidad. La calidad del núcleo piezoeléctrico define la calidad final del dispositivo.

La composición de un piezoeléctrico está basada en aleaciones cerámicas con propiedades ferro eléctricas, mientras mejores sean estas propiedades, más eficiente será el transductor.

La linealidad de un acelerómetro se define por cuan extendida sea la zona entre la resonancia y su estabilidad de impedancia. Se tienen varios tipos de acelerómetros, magnéticos, piezoeléctricos, según su sensibilidad, según su masa; para altas, medias y bajas frecuencias. Todas son características que dependen de su núcleo central, su construcción y componentes internos.

El acelerómetro piezoeléctrico se basa en el principio físico de un sistema masaresorte-amortiguador, o su análogo eléctrico el cual se refiere a una fuente de voltaje-resistencia-bobina-capacitor.

Este sistema análogo eléctrico puede ser simulado de manera simplificada en el software de simulación eléctrico Proteuss, en el cual es posible realizar cambios de diseño sin mayor esfuerzo que el de probar valores reales en un modelo ideal y así predecir su comportamiento. Toda simulación será comprobada de manera real con instrumentación de medición. La evaluación se dará de manera real mediante mediciones y después será comprobada en un simulador.

1.1 Antecedentes

La piezoelectricidad fue descubierta en 1880 por Pierre y Jacques Curié. El nombre piezoelectricidad se refiere al fenómeno de generación de electricidad de ciertos materiales al someterlos a un esfuerzo mecánico. Estos materiales presentan un efecto inverso, es decir, se deforman al aplicarles una tensión eléctrica. Entre los materiales piezoeléctricos encontramos a la turmalina, el cuarzo, la sal de Rochelle. El descubrimiento de materiales cerámicos piezoeléctricos mejoro las posibilidades de estos en cuanto a aplicaciones.

Debido a su naturaleza cerámica, los nuevos materiales piezoeléctricos pueden ser diseñados con cualquier forma que se adapte a las necesidades de aplicación. También son capaces de producir y soportar grandes esfuerzos.

En 1943, Brüel & Kjær (B & K) diseñó sus primeros acelerómetros piezoeléctricos hechos de cristales de sal de Rochelle (solubles en agua) montados como placas de curvado cuadrado con una esquina o un lado libre y a veces cargado con pesos fijos. Sus sensibilidades fueron 35-50 mV/g y sus frecuencias resonantes fueron 2-3 kHz. El modelo B & K 4303 probablemente representa el primer acelerómetro piezoeléctrico comercial. Los elementos cerámicos reemplazaron los cristales de sal de Rochelle a principios de los años cincuenta. Como resultado, la sensibilidad del acelerómetro se duplicó aproximadamente y la resonancia aumentó a 5 kHz. (Brüel & Kjær, 1943)

Se conoce al acelerómetro como un dispositivo electromecánico que mide las fuerzas de aceleración, estos se encuentran a escalas de décimas de micrones con niveles de sensibilidad y error muy pequeños, la unidad de medida son la gravedad (g's). Por lo tanto, los acelerómetros serán conocidos quizás como el dispositivo micro electro mecánico más simple, a veces consistiendo en poco más que una masa suspendida de la viga de prueba (también conocida como masa sísmica), con un cierto tipo de detección y del trazado de la desviación del circuito. Los

acelerómetros están disponibles en una amplia variedad de gamas que puede llegar hasta los miles de g's y además de modelos compuestos por uno, dos y tres ejes de censado. Estos dispositivos son utilizados para medir los cambios de velocidad con respecto al tiempo y para el control de mecanismos de vibración. Los acelerómetros se pueden utilizar para medir la vibración en los vehículos, máquinas, edificios, sistemas de control de proceso y las instalaciones de seguridad entre otros. Pueden también ser utilizados para medir la actividad sísmica, la inclinación, la vibración de las máquinas, la distancia dinámica y la velocidad con o sin la influencia de la gravedad. Los acelerómetros usados para medir la gravedad se llaman gravímetros. (Rincon-Jara, 2010)

1.2 Hipótesis

Es posible diseñar y construir un prototipo de acelerómetro uniaxial piezoeléctrico funcional de manera simplificada utilizando analogías mecánico - eléctricas y software de simulación de circuitos.

1.3 Alcance

En este proyecto se pretende el diseño y construcción de un acelerómetro uniaxial. Con mediciones se realizará la caracterización de su núcleo piezoeléctrico mediante la obtención de su curva de impedancia en función de la frecuencia. Utilizando analogías mecánico - eléctricas se llegará hasta el montaje del acelerómetro y se pondrá a prueba su funcionamiento para corroborar el resultado empírico con los datos resultantes del diseño original.

1.4 Justificación

En el Ecuador no existe industria especializada en la fabricación de elementos piezoeléctricos ni acelerómetros, por lo cual, el desarrollo tecnológico local debe ser

puesto a prueba para considerar la reducción de dependencia de mercados externos.

2. Objetivos

2.1 Objetivo general

Diseño y construcción de un prototipo de acelerómetro piezoeléctrico uniaxial, verificar su funcionamiento.

2.2 Objetivos específicos

- Obtención de la curva de impedancia del elemento piezoeléctrico para determinar un rango de frecuencias con comportamiento lineal.
- Mediante simulaciones determinar la masa y compliancia mecánica del sensor.
- Seleccionar componentes apropiados para el correcto funcionamiento del prototipo.
- Evaluar el prototipo mediante pruebas diseñadas para estos dispositivos.

3. Marco teórico

3.1 Piezoeléctricos

Un piezoeléctrico es un material que posee la propiedad de generar energía al ser deformado y viceversa. Existen diferentes tipos de materiales como cuarzo, sal de Rochelle y aleaciones cerámicas como Titanato de Bario, entre otros.

Se puede dar una forma definida a este material y colocarle electrodos los cuales permiten la utilización de la energía que producen.

3.1.1 Piezoelectricidad

Se refiere a la capacidad de ciertos materiales para generar electricidad al ser sometidos a un esfuerzo mecánico. Estos materiales presentan también un efecto inverso, lo cual quiere decir que cambian su forma al ser sometidos a un campo eléctrico.

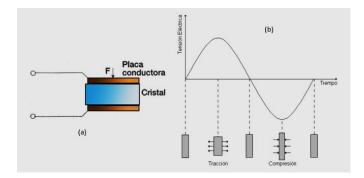


Figura 1: Cristal piezoeléctrico. Tomado de Willaeva Electronica, 2018.

Estos materiales han sido perfeccionados con el tiempo para lograr mejores prestaciones para el fin que se les dé. Años atrás se utilizaron cristales como el cuarzo o sal de Rochelle, pero debido a que su sensibilidad era muy pequeña se buscaron nuevas alternativas resistentes a altas tensiones y diferentes condiciones ambientales.

3.1.2 Parámetros piezoeléctricos

Los factores de interés al considerarse los efectos electromecánicos de los materiales piezoeléctricos son: el factor de acoplamiento k, el factor mecánico de calidad Q, la constante de frecuencia N1 y los coeficientes piezoeléctricos d y g los cuales describen la interacción entre el comportamiento mecánico y eléctrico de las

cerámicas piezoeléctricas. El coeficiente keff se refiere a la habilidad del transductor cerámico para convertir una energía en otra y se define por la ecuación. Las ecuaciones siguientes nos permiten identificar al piezoeléctrico.

$$k_{eff} = \frac{\textit{energia mecanica convertida en energia electrica}}{\textit{energia mecanica aplicada}} \tag{Ecuación 1}$$

0

$$k_{eff} \frac{\textit{energia electrica convertida en energia mecanica}}{\textit{energia electrica aplicada}} \tag{Ecuación 2}$$

El coeficiente keff (coeficiente de acoplamiento efectivo) está relacionado con los valores fm y fn y se puede describir como:

$$k_{eff} = \frac{f_n^2 - f_m^2}{f_n^2}$$
 (Ecuación 3)

Los valores de fm y fn se refieren a las frecuencias en mínima y máxima impedancia Z las cuales pueden ser medidas en un circuito de representación. Las aproximaciones en la ecuación (3) son buenas siempre que el valor Qm del resonador sea suficientemente alto, por ejemplo, más alto que 100.

El coeficiente de acoplamiento plano **kp** está relacionado con las frecuencias de resonancia en serie y paralelo dada por:

$$\frac{k_p^2}{1 - k_p^2} = f(J_0, J_1, v \frac{f_p - f_s}{f_s})$$
 (Ecuación 4)

En donde **J0** y **J1** son funciones de Bessel y **v** es una proporción de Poisson. **K31** puede ser calculado por:

$$k_{31}^2 = \frac{1-v}{2}k_p^2$$
 (Ecuación 5)

Tl factor mecánico de calidad **Qm**, representa el grado de perdida mecánica de un resonador piezoeléctrico se define como:

$$Q_m = 2\pi \frac{energia\ mecanica\ almacenada\ en\ resonancia}{energia\ mecanica\ disipada\ por\ ciclo\ resonante} \tag{Ecuación 6}$$

Qm puede ser obtenido por la ecuación

$$Q_m = \frac{f_p^2}{2\pi f_s |Z_m|(C_0 + C_1)(f_p^2 - f_s^2)}$$
 (Ecuación 7)

En donde **Zm** es la impedancia mínima en resonancia, **C0** y **C1** son la capacitancia.

Estos valores de las propiedades piezoeléctricas de un material pueden ser derivadas del comportamiento en resonancia de especímenes con forma definida sujetos a un campo eléctrico variable sinusoidal.

3.1.2.1 Impedancia

La impedancia se define en términos mecánicos como la oposición de un medio a la propagación de una onda, en términos eléctricos la impedancia eléctrica se refiere a la oposición de los elementos eléctricos al paso de corriente a través de ellos.

Enfocándonos en la parte eléctrica, la impedancia se mide en Ohms y se compone de una parte real llamada resistencia, y una parte imaginaria o compleja que se llama reactancia. Reactancia se denomina a la oposición que ofrecen los inductores y capacitores al paso de corriente alterna. Por lo tanto, tenemos dos tipos de reactancia: reactancia inductiva y reactancia capacitiva.

La reactancia capacitiva se refiere a un capacitor y su fórmula es:

$$X_C = -\frac{1}{j\omega C} = -\frac{1}{2\pi f C}$$
 (Ecuación 8)

En donde **Xc** es la reactancia capacitiva en Ohms, **C** la capacitancia en farads, **f** la frecuencia en Hertz y ω es la frecuencia angular de la onda.

La reactancia inductiva se refiere a un inductor y su fórmula es:

$$X_L = j\omega L = 2\pi f L$$
 (Ecuación 9)

En donde **XL** es la reactancia inductiva en Ohms, **L** la inductancia en Henry, **f** la frecuencia en Hertz y ω la frecuencia angular de la onda.

3.1.2.2 Curvas de impedancia del piezoeléctrico

Mediante un generador de señal y un osciloscopio podemos obtener las curvas de impedancia del piezoeléctrico, estas son necesarias para determinar el comportamiento de este y así establecer un rango de frecuencias en que el elemento piezoeléctrico tenga un comportamiento lineal en frecuencias.

Los sensores de vibración, al trabajar como acelerómetros enfocan su funcionamiento en bajas frecuencias, por lo cual, un elemento piezoeléctrico específico para esta función debe trabajar en la zona lineal bajo su frecuencia de resonancia.

Esta zona debe ser lo más extendida posible y debe encontrarse alejada de dicha zona.

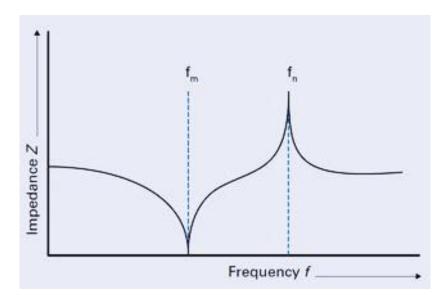


Figura 2: Curva característica de impedancia de una cerámica piezoeléctrica. Tomado de AmericanPiezo, 2018.

3.1.2.3 Medición de curva de impedancia

La marca de osciloscopios Tektronix ofrece una prueba de medición la cual nos permite obtener la impedancia de un elemento reactivo e inductivo, esta prueba puede realizarse también para el piezoeléctrico.

Esta medición se realiza para cada frecuencia estandarizada en bandas de tercio de octava.

Las frecuencias de tercio de octava poseen una frecuencia central y dos frecuencias aledañas las cuales se refieren a una frecuencia inferior y superior.

La prueba consiste en conectar el generador de señales a una resistencia de mil ohmios en serie al elemento a determinar impedancia, y según el voltaje medido antes (VA1) y después de la resistencia (VA2) además del desfase entre estas dos señales de voltaje determinar la misma. El modelo de prueba se muestra en la figura (3.3).

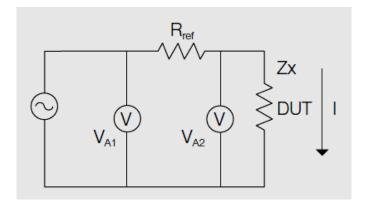


Figura 3: Diagrama eléctrico de conexión para obtención de curva de impedancia. Dispositivo bajo prueba (DUT- Device Under Test). Tomado de Power, 2018.

El circuito de la figura (3) se basa en la medición de la caída de voltaje y corriente en el circuito para calcular la impedancia desconocida. También se basa en la resta de la medición del desfase (θ) que existe entre el voltaje VA1 y VA2 para implementar la ecuación (10).

$$\alpha = \theta - tan^{-1} \frac{-V_{A2}\sin\theta}{V_{A1} - V_{A2}\cos\theta}$$
 (Ecuación 10)

Teniendo los voltajes y el desfase podemos convertir la impedancia a su forma rectangular (ecuación 11).

$$Z = \frac{V_{A2}R_{ref}}{\sqrt{V_{A1}^2 - 2V_{A1}V_{A2}\cos\theta + V_{A2}^2}}$$
 (Ecuación 11)

Es necesaria la conversión de la impedancia a su forma rectangular para encontrar la resistencia y capacitancia/inductancia (ecuación 12-13).

$$Z = R_{ESR} - \frac{j}{2\pi f C}$$
 (Ecuación 12)

$$Z = Z \cos \alpha + jZ \sin \alpha$$
 (Ecuación 13)

Usando las ecuaciones 12-13 podemos encontrar la resistencia equivalente ESR modelada en el circuito de la figura (4).

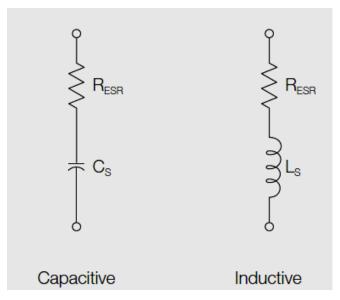


Figura 4: Representación eléctrica de un elemento inductivo y un elemento capacitivo en serie a una resistencia. Tomado de Power, 2018.

Las ecuaciones 14-16 nos permiten encontrar la resistencia y capacitancia/inductancia por separado.

$$R_{ESR} = Z \cos \alpha$$
 (Ecuación 14)

$$C = \frac{-1}{2\pi f Z \sin \alpha}$$
 (Ecuación 15)

$$L = \frac{Z \sin \alpha}{2\pi f}$$
 (Ecuación 16)

Las mediciones se deben realizar para cada frecuencia en bandas de tercios de octava, el realizar un barrido en estas frecuencias nos garantiza una mayor cantidad de datos y una gráfica con mayor resolución.

Al diseñar un acelerómetro, debemos tener en cuenta que será dedicado para bajas frecuencias, por lo tanto, nuestro rango de frecuencia de barrido empieza desde los 0,5 Hz.

También, los elementos piezoeléctricos poseen frecuencias de resonancia muy altas en el orden de los kHz (kilo Hertz), en los cientos de kHz y hasta en MHz (mega Hertz), por lo cual, nuestro rango de barrido se extenderá hasta los 20 MHz.

Así cubrirá todo el espectro de funcionamiento de nuestro piezoeléctrico y entregar un análisis más detallado.

3.1.3 Modelado eléctrico de cerámicas piezoeléctricas (analogía de impedancia mecánico - eléctrica)

Es necesario el modelado de un piezo-cerámico para conocer su comportamiento solo o en interacción con alguna estructura, todo esto en términos de un circuito equivalente.

Lo que se usa para realizar este modelado son analogías mecánico-eléctricas las cuales nos permiten representar un sistema mecánico en forma eléctrica con todos sus componentes.

Para un circuito eléctrico tenemos los componentes RLC (Resistencia, capacitor e inductor), mientras que para un sistema mecánico tenemos AMR (compliancia mecánica, masa mecánica y resistencia mecánica).

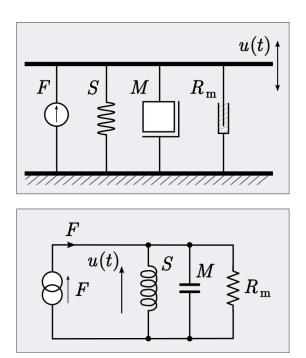


Figura 5: Diagramas análogos de circuito eléctrico con elementos mecánicos. Tomado de Revolvy, 2018.

Es necesario analizar un circuito mecánico y las ecuaciones que lo rigen para comprender los elementos que intervienen en esta analogía. Teniendo el sistema mecánico de la figura 3.7:

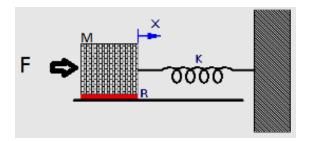


Figura 6: Circuito mecánico masa-resorte con coeficiente de rozamiento. Tomado de Gonzales-Longatt, 2018.

M se refiere a la masa del sistema, R es el coeficiente de rozamiento o amortiguamiento, k se refiere a la constante de elasticidad o rigidez del resorte, X es el desplazamiento lineal y F la fuerza aplicada.

Su comportamiento está definido por la ecuación (17).

$$M\frac{d^2x}{dt^2} + R\frac{dx}{dt} + Kx = F$$
 (Ecuación 17)

Teniendo el siguiente sistema eléctrico RLC según analogía mecánico - eléctrica refiriéndose a la figura 6:

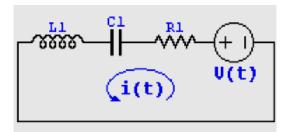


Figura 7: Circuito mecánico masa-resorte con coeficiente de rozamiento. Tomado de Gonzales-Longatt, 2018.

L se refiere a la inductancia de la bobina, R es la resistencia, C la capacidad del condensador, i la corriente y V el voltaje aplicado.

Su comportamiento está definido por la ecuación (18).

$$L\frac{di}{dt} + Ri + \frac{1}{C} \int idt = v$$
 (Ecuación 18)

Escribiéndola en términos de carga eléctrica q tenemos la ecuación (19).

$$L\frac{d^2q}{dt^2} + R\frac{dq}{dt} + \frac{1}{c}q = v$$
 (Ecuación 19)

Es sencillo darse cuenta de que la ecuación que rige al sistema mecánico es idéntica a la ecuación que rige al sistema eléctrico, ya sea por voltaje (ecuación 20).

$$M\frac{d^2x}{dt^2} + R\frac{dx}{dt} + Kx = F = L\frac{di}{dt} + Ri + \frac{1}{c}\int idt = v \quad \text{(Ecuación 20)}$$

Ò por carga eléctrica (ecuación 21).

$$M\frac{d^2x}{dt^2} + R\frac{dx}{dt} + Kx = F = L\frac{d^2q}{dt^2} + R\frac{dq}{dt} + \frac{1}{c}q = v$$
 (Ecuación 21)

3.1.3.1 Impedancia mecánica

Impedancia mecánica Zm es definida como la relación entre una fuerza eficaz que actúa en un área de un dispositivo mecánico y la velocidad eficaz lineal compleja resultante a través del área.

Su unidad es el Ohmio mecánico (N*seg)/m y se define en la ecuación (22).

$$Zm = \frac{F}{u}$$
 $\frac{N*seg}{m}$ (Ecuación 22)

En los circuitos mecánicos son manejados tres elementos básicos, los cuales son componentes de la impedancia mecánica: resistencia mecánica Rm, masa mecánica Mm y compliancia mecánica Cm.

3.1.3.2 Resistencia mecánica Rm

La resistencia se asocia a la parte real de la impedancia, es en donde se disipa la potencia entregada a un dispositivo. Un dispositivo se comportará como resistencia cuando la velocidad que adquiere es proporcional a la fuerza que lo acciona:

$$f(t) = Rm \ x \ u(t)$$
 (Ecuación 23)

Reemplazando en N, obtenemos Kilogramo/segundo. Siendo esta igual la unidad de resistencia mecánica.

Según la analogía:

Fuerza = Resistencia mecánica * velocidad

Se convierte en:

Tensión = Resistencia eléctrica * Corriente

3.1.3.3 Masa mecánica Mm

Se la asocia a la parte imaginaria positiva de la impedancia. Un dispositivo se comporta como masa si al ser accionado por una fuerza resulta acelerado en proporción directa con la fuerza:

$$f(t) = Mm \frac{du(t)}{dt}$$
 (Ecuación 24)

Aplicando la analogía, sustituimos Fuerza por tensión, Masa por inductancia y la velocidad por la corriente obteniendo:

$$e(t) = L \frac{di(t)}{dt}$$
 (Ecuación 25)

También, despejando u(t) de f(t):

$$u(t) = \frac{1}{Mm} \int f(t) * \frac{du(t)}{dt}$$
 (Ecuación 26)

Aplicando la analogía, sustituimos velocidad por tensión, masa por capacidad y fuerza por corriente:

$$e(t) = \frac{1}{c} \int i(t)dt$$
 (Ecuación 27)

El análogo de la masa será el capacitor.

3.1.3.4 Compliancia mecánica Cm

Se relaciona a la parte imaginaria negativa de la parte compleja de la impedancia. Un dispositivo o elemento se comporta como una compliancia cuando al ser accionado por una fuerza sufre un desplazamiento directamente proporcional a la fuerza aplicada.

$$x(t) = Cm * f(t)$$
 (Ecuación 28)

Υ

$$u(t) = \frac{dx(t)}{dt}$$
 (Ecuación 29)

Aplicando la analogía de impedancia obtenemos:

$$f(t) = \frac{1}{cm} \int u(t)dt$$
 <=> $e = \frac{1}{c} \int i(t)dt$ (Ecuación 30)

Comprobamos que el análogo de la compliancia mecánica es el capacitor.

El inverso de la compliancia se define como elasticidad K:

3.1.3.4.1 Determinación de la constante de elasticidad

La constante de elasticidad es un atributo perteneciente a los resortes. Esta constante determina la capacidad de estiramiento al aplicarse una fuerza directamente sobre estos. Si el resorte se estira o comprime, se desplaza de su posición de equilibrio o reposo una distancia x. Esta distancia x es proporcional a la fuerza aplicada y se define por la siguiente ecuación:

$$F = k * x$$
 (Ecuación 32)

La expresión de la fuerza es conocida como Ley de Hooke y para encontrar la constante de elasticidad es necesario despejarla quedando de la siguiente forma:

$$k = \frac{F}{x} = \frac{m*a}{x2-x1}$$
 (Ecuación 33)

Tenemos que k es igual a la fuerza aplicada sobre el desplazamiento, pero teniendo en cuenta que la fuerza es igual a la masa que se le aplique por la aceleración a la que se le someta, esto dividido por la magnitud del desplazamiento del resorte desde su punto de reposo.

Para realizar la medición de la constante de elasticidad fijamos al resorte una masa conocida y medimos su desplazamiento a parir de su posición de reposo.

La fuerza en este caso es la masa fijada al resorte interactuando con la aceleración de la fuerza gravitatoria que tiene una magnitud de 9,8 m/s2. Teniendo todos los valores podemos despejar el valor de la constante de elasticidad.

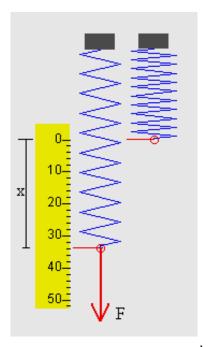


Figura 8: Diagrama de resorte vs. Fuerza. Tomado de Àgoston, 2010.

Un piezoeléctrico es comúnmente modelado como un generador de voltaje en serie a un capacitor con una resistencia en paralelo.

Un sensor de vibración es modelado como un filtro pasivo pasa bajo de segundo orden.

Al modelar todo un sistema de forma eléctrica reducimos el análisis físico y podemos interpretar estos elementos y modificarlos a nuestra conveniencia sin que se alejen del comportamiento mecánico.

En los sistemas electromecánicos se tiene una ventaja aun mayor, debido a que se puede representar el sistema entero como una unidad.

El comportamiento matemático de los sistemas eléctricos simulados es idéntico al comportamiento matemático del sistema mecánico que se represente por este método.

3.2 Modelos eléctricos equivalentes del piezoeléctrico

El modelo Van Dyke es el más básico y generalizado de los modelos de equivalencia de un piezoeléctrico. Este modelo a menudo es adoptado para modelar cristales osciladores.

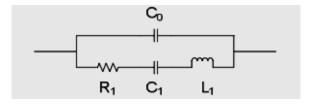


Figura 9: Circuito equivalente de cerámica piezoeléctrica (modelo Van Dyke). Tomado de Àgoston, 2010.

El modelo Van Dyke (figura 9) es una conexión en paralelo RLC (resistencia, bobina y capacitor) el cual representa amortiguamiento mecánico, masa y conformidad elástica, y un capacitor representando la capacitancia electroestática entre las dos placas paralelas del PZT (piezo cerámico). (Àgoston, 2010).

El modelo Van Dyke no puede modelar de una manera precisa las características del material, particularmente para materiales con pérdidas significantes.

El modelo Sherrit (figura 10) emplea circuitos más complejos para modelar el piezo cerámico con pérdidas piezoeléctricas.

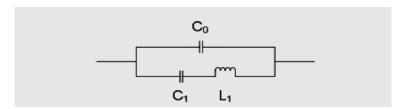


Figura 10: Circuito equivalente de cerámica piezoeléctrica (modelo Sherrit). Tomado de Àgoston, 2010.

Los valores de los componentes del modelo Sherrit son números complejos al igual que los valores del modelo Van Dyke.

El modelo Guan (figura 11) calcula los valores de los componentes eléctricos basándose en el comportamiento de las cerámicas piezoeléctricas. El modelo Guan adiciona una resistencia en serie Rs y una resistencia en paralelo Rp al capacitor C0 del modelo Van Dyke para tomar en cuenta la disipación de energía.

La determinación de los valores de los componentes eléctricos C0, C1, L1 y R1 se basa en la inspección visual de la fase y magnitud de la impedancia, y los valores de Rs y Rp están decididos por la cantidad de disipación de energía.

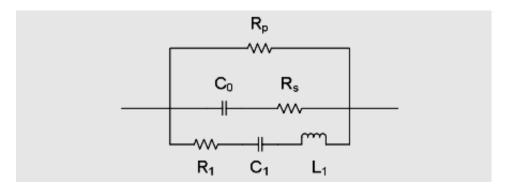


Figura 11: Circuito equivalente de cerámica piezoeléctrica (modelo Guan). Tomado de Àgoston, 2010.

El modelo Guan intenta mejorar la precisión del modelo Van Dyke al abarcar Rs y Rp como una consideración de disipación de energía. Sin embargo, los valores de Rs y Rp pueden introducir inexactitud, como la perdida de energía es dependiente de la amplitud y la frecuencia de la señal de excitación.

El piezoeléctrico se representa de la manera más sencilla y general con el modelo de Van Dyke el cual muestra un circuito para el piezoeléctrico en resonancia y para su zona fuera de resonancia (figura 12).

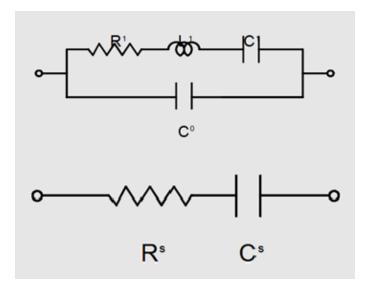


Figura 12: Circuito equivalente de cerámica piezoeléctrica en resonancia (RLC serie en paralelo a C) y fuera de resonancia (RC en serie). Tomado de Àgoston, 2010.

3.2.1 Como sensor de vibración

Debemos tener en cuenta que todo el funcionamiento de nuestro acelerómetro se basa en el desglose en análisis físico del desplazamiento, a partir de su primera derivada obtenemos la velocidad; a partir de su segunda derivada obtenemos la aceleración. La ecuación (33) (ecuación de movimiento) junta todas estas variables.

El sensor de vibración nos entrega la medida de aceleración, mediante integración y derivación podemos despejar el desplazamiento y velocidad. También, dicha ecuación define la ecuación de onda de un sistema masa, resorte y amortiguador siendo excitado por una fuerza externa.

En esta ecuación interviene el desplazamiento, la velocidad y la aceleración. Estos tres factores se encuentran ligados ya que uno se deriva del otro.

$$m\frac{d^2y}{dt^2} + c\frac{dy}{dt} + ky = F x a = -m\frac{d^2x}{dt^2}$$
 (Ecuación 33)

La ecuación (33) es la representación matemática del modelo mecánico expresado en la figura 3.10, esta se compone por **m** que es la masa sísmica, **k** la rigidez, **c** es el coeficiente de amortiguamiento, **a** es la aceleración y **F** la fuerza.

La función de transferencia del sistema del sensor se define por la ecuación (34).

$$H(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{-s^2}{s^2 + 2\xi\omega_0 s + \omega_0^2}$$
 (Ecuación 34)

Esta función corresponde a la función de transferencia de un filtro pasa bajo pasivo de segundo orden.

En donde:

$$\omega_o = \sqrt{\frac{k}{m}}$$
 (Ecuación 35)

Se refiere a la frecuencia natural del sistema y:

$$\xi = \frac{c}{2\sqrt{km}}$$
 (Ecuación 36)

Se refiere al factor de amortiguamiento.

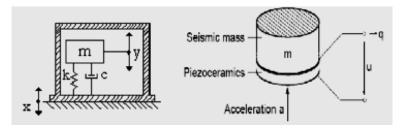


Figura 13: Modelo mecánico de un acelerómetro por compresión. Tomado de Àgoston, 2010.

El movimiento, aceleración y velocidad son proporcionales a la relación entre m, k y c. Para la medición de la aceleración, m y c deben ser pequeños, muy pequeños en comparación a k.

$$ky \approx -m \frac{d^2x}{dt^2} : y \approx -\frac{m}{k} \frac{d^2x}{dt^2}$$
 (Ecuación 37)

El elemento piezoeléctrico del sensor es un material con comportamiento ferro eléctrico y se encuentra entre dos electrodos. Al aplicar fuerza de manera perpendicular entre estos dos electrodos se genera carga y voltaje la cual es proporcional a la aceleración a la que se le someta.

Esto es posible debido a que asumimos una masa sísmica constante que funciona en conjunto con el elemento piezoeléctrico. La sensibilidad de carga del elemento piezoeléctrico se define por:

$$S_q = \frac{q}{a}$$
 (Ecuación 38)

En donde q es el espesor del piezoeléctrico y a la aceleración.

Y la sensibilidad de voltaje:

$$S_q = \frac{u}{a}$$
 (Ecuación 39)

En donde **u** esa la compresión del piezoeléctrico y **a** la aceleración. A través de un amplio rango de frecuencia, la base del sensor de vibración y la masa sísmica se encontrarán a la misma aceleración, por lo tanto, se podrá medir las vibraciones requeridas. El elemento piezo-cerámico y la masa forman un sistema masa-resorte-amortiguador (masa-rigidez-compliancia), y la frecuencia de resonancia de este sistema define la frecuencia límite de trabajo del acelerómetro. Para obtener un

rango mucho más amplio de frecuencia de trabajo del acelerómetro deberíamos aumentar su frecuencia de resonancia, lo cual se logra generalmente reduciendo su masa sísmica, pero al reducir su masa se reduce su sensibilidad. Según la aplicación que se le quiera dar al acelerómetro podemos encontrar un equilibrio entre sus sensibilidad y rango de frecuencia de trabajo.

La respuesta típica de un acelerómetro es la siguiente:

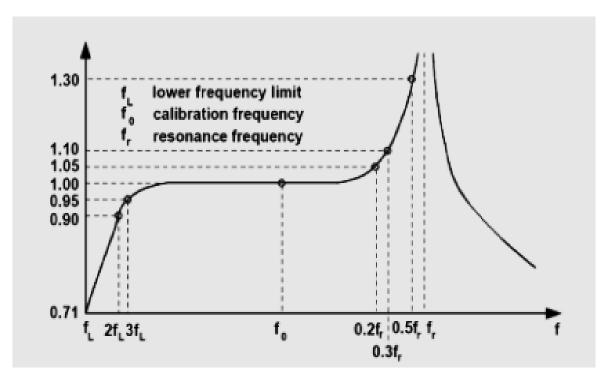


Figura 14: Grafica del comportamiento estándar de un acelerómetro. Tomado de Beranek & Mellow, 2013.

Esta grafica se refiere a una curva típica de respuesta de un acelerómetro al estar excitado por una aceleración constante. Aproximadamente a 1/5 de la frecuencia de resonancia de respuesta del sensor es 1.05. Esto significa que hay un 5% de error en la medición. En cuanto al aproximarse a 1/3 de la frecuencia de resonancia se tiene un error del 10%. El rango lineal de frecuencia de trabajo de un acelerómetro debe considerarse hasta 1/3 de la frecuencia de resonancia con un máximo de 10%

de error, si excedemos esto y consideramos frecuencias respecto a ½ de la frecuencia de resonancia entraremos en un rango entre el 30 % de error.

3.2.2 Modelado del sensor piezoeléctrico

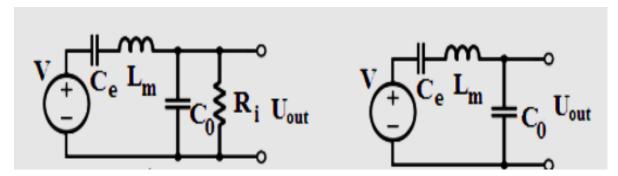


Figura 15: Circuito equivalente de acelerómetro con elementos de amortiguamiento y masa. Tomado de Beranek & Mellow, 2013.

La inductancia Lm representa a la inercia del sensor y la masa sísmica, Ce es inversamente proporcional a la elasticidad mecánica del sensor, Co representa la capacitancia estática del piezoeléctrico, Ri es la resistencia representando una fuga de carga o disipación de energía. Si el sensor se conecta a un instrumento de medición el cual tiene una impedancia de carga, se la podría considerar en paralelo con Ri lo cual aumentaría la frecuencia superior de corte del sensor (aumento de rango de trabajo).

La siguiente función de transferencia describe el comportamiento del modelo eléctrico del sensor.

$$H(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{\frac{R_i C_e}{L_m C_e + 1} s}{\left(\frac{R_i C_e}{L_m C_e} + C_o\right) s + 1} = \frac{a \times s}{a + C_o s + 1}$$
 (Ecuación 40)

Esta función de transferencia se refiere a un circuito pasa bajo de segundo orden RLC. Donde las ecuaciones de diseño son:

$$Lm = \frac{1}{(2\pi f_c)^2 C}$$
 (Ecuación 41)

$$Ri = \frac{1}{2\pi f_c QC}$$
 (Ecuación 42)

En donde fc es la frecuencia de corte, C la capacitancia y Q es el factor de calidad.

En el caso de que se omita Ri se puede usar la siguiente función de transferencia:

$$H(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{s}{L_m C_0 s^3 + \left(\frac{C_0}{C_\rho} + 1\right) s} = \frac{s}{a_1 s^3 + b_1 s}$$
 (Ecuación 43)

Esta función de transferencia se refiere a un filtro pasa bajos pasivo de segundo orden de un circuito LC.

En donde Lm Co representan la frecuencia de resonancia del sistema (ωο) e influyen directamente en el rango de trabajo del acelerómetro. Y tendríamos:

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$
 (Ecuación 44)

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$
 (Ecuación 45)

Para ω<ωο (una distancia de una octava y media) el sensor puede ser usado como un acelerómetro ya que en este rango de frecuencia tenemos una señal lineal.

Si la masa sísmica Lm disminuye, el rango de trabajo de frecuencia del acelerómetro aumenta, pero su sensibilidad disminuye. Generalmente los acelerómetros se calibran a un tercio de la frecuencia de resonancia del sistema(ω =0,3 ω 0). La masa sísmica influye totalmente en el acelerómetro.

3.3 Normativas ISO

Las normativas ISO hacen referencia a documentación de requerimientos específicos, los cuales pueden ser utilizados para garantizar que un servicio o producto ofrecido cumplen con el objetivo especificado.

Para la comprobación del acelerómetro se ha considerado las especificaciones de la norma ISO 5348 "Mechanical vibration and shock – Mechanical mounting of accelerometers" referente al montaje de un acelerómetro en una superficie en diferentes condiciones y la norma ISO 16063 "Methods for the calibration of vibration and shock transducers" referente a la calibración de un acelerómetro, evaluado en las partes 16, 21, 22, 32, 46 enfocándose en el rango de frecuencia y sensibilidad.

3.3.1 ISO 5348

La norma ISO 5348 se enfoca en: "Vibración mecánica e impactos – Montaje mecánico de acelerómetros" y el protocolo a seguir para una correcta medición.

El siguiente esquema nos indica la interacción del acelerómetro con la superficie sobre la cual es colocado.

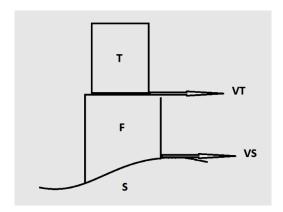


Figura 16: Esquema de elementos en el montaje de un acelerómetro. Tomado de ISO, 2016.

En donde: **S** estructura, **F** montaje, **T** acelerómetro, **Vs** Movimiento vibratorio de la estructura y **Vt** movimiento vibratorio del acelerómetro.

La norma nos da ejemplos validos de montaje del acelerómetro entre los cuales tenemos: atornillado, cera de abeja, montaje rápido, imán, cemento, cinta doble faz, al vacío y sostenido a mano. En orden de fiabilidad tenemos el atornillado y la cera de abeja como montajes más eficientes en cuanto a sujeción del dispositivo. Las pruebas se realizarán mediante el atornillado para asegurar la fiabilidad de los datos de medición.

3.3.2 ISO 16063

La norma ISO 16063 muestra los "Métodos para la calibración de transductores de vibración e impacto".

Es una norma muy extensa por lo cual para la evaluación rápida de un transductor aplicamos las partes 16, 21, 22, 32, 46 enfocándose en el rango de frecuencia y sensibilidad.

La prueba recopilada de estas partes dice lo siguiente en cuanto a sensibilidad y rango de frecuencia: "Se sugiere realizar la prueba de rango de frecuencia desde la frecuencia de 20 Hz hasta 5000 Hz, como prueba opcional se puede evaluar este rango desde 0,4 Hz hasta 10000Hz.". (ISO, 2008)

A partir de estos valores de voltaje podemos calcular los valores de sensibilidad. La norma ISO 16063 parte 21 nos dice que la sensibilidad debe ser medida a una frecuencia de 160 Hz (80 Hz como segunda opción). En cuanto a la aceleración es preferible el valor de 100 m/s2 (10m/s2, 20m/s2 o 50m/s2 como otras opciones) y luego determinar en otras frecuencias y aceleraciones. Estas guías garantizan un producto final de calidad estandarizada.

4. Metodología

4.1 Selección del núcleo del acelerómetro

A partir de aquí se realizarán pruebas para conocer las características de los núcleos (cerámicas piezoeléctricas o piezoeléctricos) del prototipo. El prototipo(acelerómetro) se basa en un sistema masa-resorte unido dicho núcleo.

4.1.1 Selección del transductor piezoeléctrico

Un transductor piezoeléctrico convierte aceleración en una señal eléctrica útil para un analizador ya sea este un osciloscopio o un vibrómetro. Es necesario que este elemento entregue esta señal eléctrica de manera proporcional a la fuerza que se le aplique (masa sometida a aceleración comprimiendo el piezoeléctrico). El mejor elemento y más adecuado para nuestro prototipo es aquel que posea la mayor sensibilidad (entrega de mayor voltaje a menor fuerza aplicada) y se comporte de manera lineal a lo largo de frecuencias útiles para procesos de medición específicos, en este caso vibraciones de estructuras o superficies. Estas vibraciones generalmente se encuentran en el rango de muy baja frecuencia, desde 0,1 Hz o menos generalmente. Debido a nuestra limitación de mercado, fue necesario contactar a empresas extranjeras especializadas en estos dispositivos. Empresas como Plceramic.com o AmericanPiezo.com, ofrecen el servicio de consulta para pedidos lo cual nos da una guía de inicio solida en cuanto al diseño de nuestro acelerómetro. Se solicito información y solo una de ellas respondió. American Piezo confirmó tener una cantidad inmensa de opciones de transductores para distintos fines pero que un material específico se utilizaba para la construcción de acelerómetros. El material APC 850 fue sugerido para la construcción de nuestro prototipo debido a sus características piezoeléctricas superiores como alta sensibilidad, alta densidad, resistencia, alta pureza debido a su composición de zirconato titanato.

Tabla 1.

Tabla de características de los materiales disponibles en APC.

APC Material:	840	841	850	854	855	880			
Navy Equivalent	Navy I		Navy II	Navy V	Navy VI	Navy III			
Relative Dielectric Constant									
K ^T	1275	1375	1900	2750	3300	1050			
Dielectric Dissipation Factor (Dielectric Loss(%))*									
tan δ	0.60	0.40	≤ 2.00	≤ 2.00	≤ 2.50	0.40			
Curie Point (°C)**									
T _c	325	320	360	250	200	310			
Electromechanical Coupling Factor									
k _p	0.59	0.60	0.63	0.66	0.68	0.50			
k ₃₃	0.72	0.68	0.72	0.68	0.76	0.62			
k ₃₁	0.35	0.33	0.36	-	0.40	0.30			
k ₁₅	0.70	0.67	0.68	-	0.66	0.55			
Piezoelectric Charge Constant (10 ⁻¹² C/N or 10 ⁻¹² m/V)									
d ₃₃	290	300	400	600	630	215			
-d ₃₁	125	109	175	260	276	95			
d ₁₅	480	450	590	625	720	330			
Piezoelectric Voltage	Piezoelectric Voltage Constant (10 ⁻³ Vm/N or 10 ⁻³ m ² /C)								
g ₃₃	26.5	25.5	24.8	25.5	21.0	25.0			
-g ₃₁	11.0	10.5	12.4	-	9.0	10.0			
g ₁₅	38.0	35.0	36.0	-	27.0	28.0			
Young's Modulus (10	¹⁰ N/m²)								
Y ^E ₁₁	8.0	7.6	6.3	6.0	5.9	9.0			
Y ^E 33	6.8	6.3	5.4	5.2	5.1	7.2			
Frequency Constants (Hz*m or m/s)									
N _L (longitudinal)	1524	1700	1500	-	1390	1725			
N _T (thickness)	2005	2005	2040	2000	2079	2110			
N _p (planar)	2130	2055	1980	1972	1920	2120			
Density (g/cm³)									
ρ	7.6	7.6	7.6	7.6	7.6	7.6			
Mechanical Quality Factor									
Q _m	500	1400	80	70	65	1000			

Nota: Tomado de AmericanPiezo, 2018.

Es entregada la tabla (1) con las propiedades físicas y mecánicas del material, las cuales nos ayudan para cálculos como su frecuencia de resonancia y su capacitancia.

Estos cálculos serán realizados para comparar el modelo simulado con el modelo real del acelerómetro.

AmericanPiezo posee una sección de ventas (tabla 2) en la cual nos muestran los distintos elementos a disposición y nos indican la forma, dimensiones, tipo de material y cantidad disponible.

Su tienda está dedicada a garantizar el obtener el mejor de sus productos dedicados.

Según la guía de la tabla (2) escogimos 4 elementos piezoeléctricos distintos los cuales se evaluaron para seleccionar el más apto para nuestro acelerómetro. Es decir, aquel piezoeléctrico que posea una respuesta más lineal.

Se solicitaron los elementos piezoeléctricos 581, 967, 1082 y 344. Estos elementos fueron enviados con su duplicado, uno nos será útil para medición y otro para implementación.

En la tabla (2) tenemos los elementos los cuales a partir de ahora serán identificados con su número.

Tabla 2.

Elementos piezoeléctricos con su numeración y dimensiones.

Número	Material	Diámetro	Espesor	Imagen	
		(mm)	(mm)		
581	APC 850	4,9	0,75	0	
967	APC 850	4,9	5	1	
1082	APC 850	10,6	2,6	(
344	APC 850	25,4	0,5	0	

Identificados nuestros elementos para la medición es necesario prepararlos, por lo cual es necesario soldar los electrodos a un cable para facilitar el manejo de estos y la conexión a los instrumentos de medición.



Figura 17: Fotografía de piezoeléctrico con cables soldados.

Según lo mencionado en la sección 3.1.2.2, la respuesta característica de impedancia de un piezoeléctrico se define por zonas de comportamiento lineal; y las zonas de resonancia y anti-resonancia.

Mediante el manual de Tektronix mediremos el módulo y la fase de la impedancia. El manual sugiere conectar un generador de señales a una resistencia de referencia, en este caso una resistencia de mil ohmios en serie al elemento a evaluar.

Luego es necesario conectar las dos entradas de un osciloscopio a dos puntos del circuito, una antes de la resistencia y otra después de esta. La entrada 1 medirá en voltaje VA1 y la otra medirá el voltaje VA2.

El osciloscopio posee la capacidad de medir la diferencia de fase entre estos dos puntos y nos entregará un valor en grados lo cual no servirá para evaluar las ecuaciones entregadas en el manual.

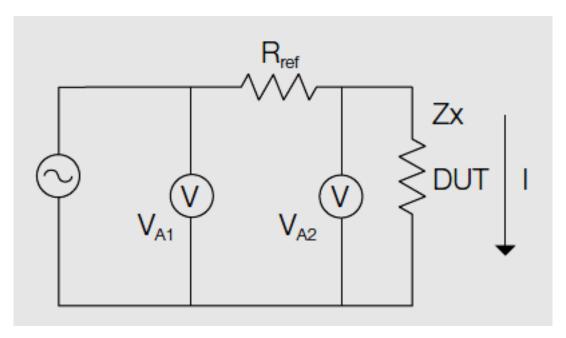


Figura 18: Diagrama de medición de impedancia según el manual de Tektronix. Tomado de AmericanPiezo, 2018.

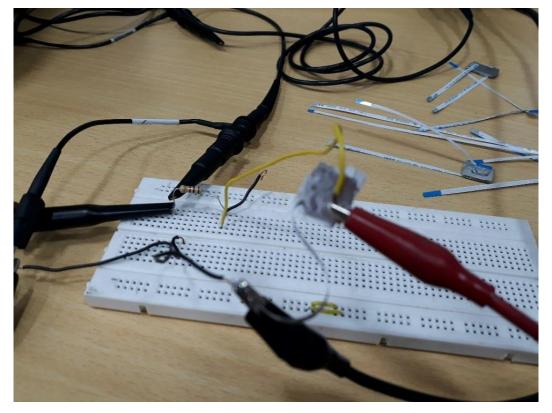


Figura 19: Fotografía de conexión del circuito de medición de impedancia.

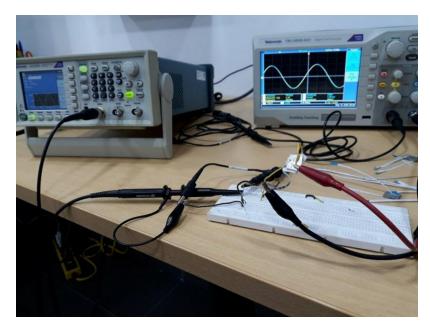


Figura 20: Fotografía de conexión del circuito de medición de impedancia.

Se utiliza el generador de señales para enviar señales sinusoidales con distinta frecuencia al circuito. El voltaje se mantiene constante en cada una de las frecuencias seleccionadas. El generador de señales utilizado es el dispositivo marca TEKTRONIX modelo AFG2021 con una frecuencia máxima de 20 MHz.



Figura 21: Fotografía de generador se señales marca Tektronix.

Los voltajes en los dos puntos de medición son mostrados en el osciloscopio de marca TEKTRONIX modelo TBS 1052B-EDU el cual posee dos canales. El osciloscopio nos muestra la amplitud de voltaje de ambos canales, la frecuencia de la señal que atraviesa el circuito y el desfase que existe entre las señales que entran a los dos canales.

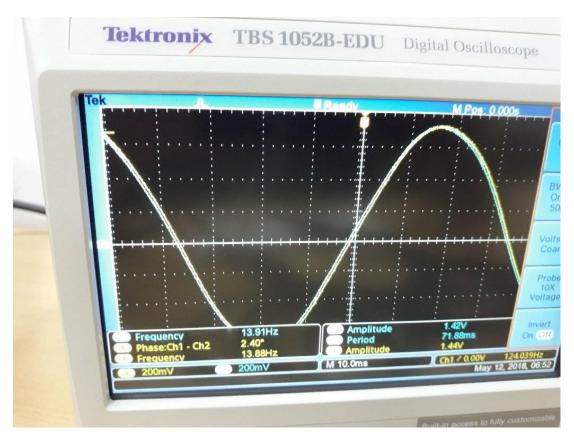


Figura 22: Fotografía de osciloscopio marca Tektronix.

Los puntos seleccionados para la evaluación del piezoeléctrico se encontraron en un rango desde los 0,5 Hz hasta los 20MHz en bandas de tercio de octava.

Se realizo también la medición de la capacitancia (C0) de cada uno de los elementos piezoeléctricos. Estos valores nos servirán para realizar la simulación del sistema completo del acelerómetro y poder lograr un dispositivo con un rango de frecuencia de trabajo y una sensibilidad extendidos.

4.2 Modelado y simulación

Se modela al piezoeléctrico como una fuente unida a un capacitor y se modela al acelerómetro como esta misma fuente y capacitor en serie a una bobina(inductancia) y otro capacitor(capacitancia) los cuales según la analogía mecánica-eléctrica representan a una masa y resorte respectivamente.

4.2.1 Piezoeléctrico

El primer paso antes de la implementación el acelerómetro, es conocer el comportamiento que tendrán sus elementos trabajando en conjunto.

El elemento piezoeléctrico es conocido tener un comportamiento capacitivo por debajo de su zona de resonancia y sobre la frecuencia de anti-resonancia, y como un inductor en la zona entre resonancia y anti-resonancia (figura 3.2). Ya que solo trabajaremos con el rango de frecuencias bajo la zona de resonancia podemos modelar al elemento piezoeléctrico como una fuente de voltaje con un capacitor en serie.

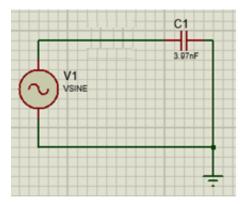


Figura 23: Diagrama eléctrico equivalente del elemento piezoeléctrico.

Este modelo es la representación más básica del comportamiento de un elemento piezoeléctrico (sección 3.1.5), una fuente de voltaje en serie a un capacitor. Los

valores de C que constan en el circuito (figura 24), se refieren a valores reales de capacitancia propias del elemento piezoeléctrico.

4.2.2 Acelerómetro

Un acelerómetro es un sistema mecánico-eléctrico, el cual consta de un transductor piezoeléctrico, encargado de convertir energía mecánica en señales de voltaje. El transductor se encuentra comprimido por una masa sísmica unida a un resorte. Este sistema masa-resorte se mueve con misma aceleración a la que es sometido el transductor, trabajando como una unidad. Esta unidad puede ser representada según la analogía mecánico - eléctrica explicada en la sección 3.1.3 y 3.2.2, como una red de elementos eléctricos que interactúan entre sí.

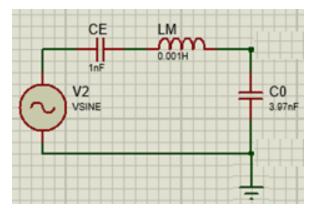


Figura 24: Diagrama eléctrico equivalente del elemento acelerómetro con todos sus elementos.

Tenemos los componentes: C0 que es la capacitancia del piezoeléctrico, los elementos Ce y Lm que según la analogía mecánico – eléctrica se refieren a la rigidez del sistema (k) y la masa sísmica (m).

El valor de C0 se obtuvo en conjunto con la medición de la impedancia. Ce y Lm se refieren a k y m los cuales forman un sistema masa-resorte, y su interacción puede afectar directamente el rango de trabajo de nuestro sensor. Definimos el valor de

Lm como punto de partida en el diseño del sistema, 15 mH (0,015 Kg según la analogía mecánico - eléctrica). A partir de esto tenemos, Ce=1/k y Lm=m según la analogía mecánico-eléctrica que usamos para modelar nuestro acelerómetro. Estos valores son sensibles a nuestra interpretación es decir que si consideramos un valor de 1nF obtendríamos un valor de k = 1000000000 y si consideramos un valor de 1H tendríamos m=1Kg lo cual no es viable para nuestro dispositivo ya que nuestro fin seria hacerlo lo más compacto y portable posible.

Con el software Proteuss simulamos el comportamiento del piezoeléctrico número 1082 conociendo C0= 0,5707nF; como inicio de diseño definimos Lm=0,015H (0,015Kg) para encontrar valores óptimos de Ce (k rigidez del sistema).

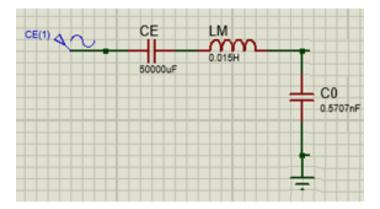


Figura 25: Diagrama eléctrico equivalente del circuito de un acelerómetro con valores reales de capacitancia e inductancia.

Con Ce= 50000uF tenemos k=20 N/m y con Lm=0,015 H tenemos m= 0,015 Kg. Estos valores definen elementos que pueden ser colocados en un modelo compacto de acelerómetro y brindar una respuesta plana a la salida del sistema.

Mediante la función *Frequency Response* de Proteuss obtenemos el comportamiento del circuito frente a la función de transferencia F(Vo/Vi), esto se refiere a la respuesta que obtendríamos a la salida del circuito equivalente del acelerómetro (figura 25). Esta función evalúa el circuito a través de un rango de

valores de frecuencia, desde 0,5Hz hasta 20MHz en bandas de octava. La respuesta mostrada en la figura 25, se asemeja a la respuesta ideal de la figura 14.

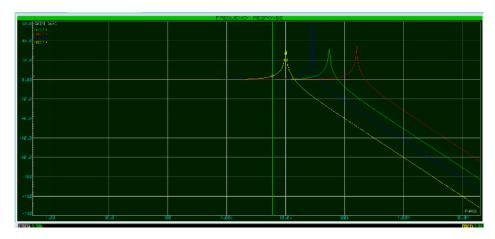


Figura 26: Semejanza de simulación con valores reales con respuesta típica de un acelerómetro (figura 14).

4.3 Construcción del acelerómetro

La construcción del prototipo del acelerómetro uniaxial sigue el ejemplo de la figura 13 y 27, la cual indica un cristal piezoeléctrico comprimido por una masa fijada a un resorte.

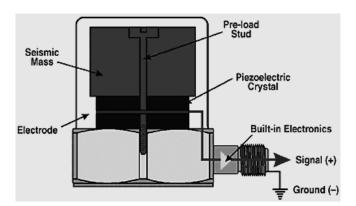


Figura 27: Modelo de un acelerómetro por compresión. Recuperado de: Studying and modeling vibration transducers and accelerometers.pdf

Empezaremos por la base la cual contendrá y soportará todos los elementos de acelerómetro. La base posee un diámetro total de 60 mm y un espesor de 20 mm. Sobre esta se encontrará una extensión circular de 50mm de diámetro y 5 mm de espesor.

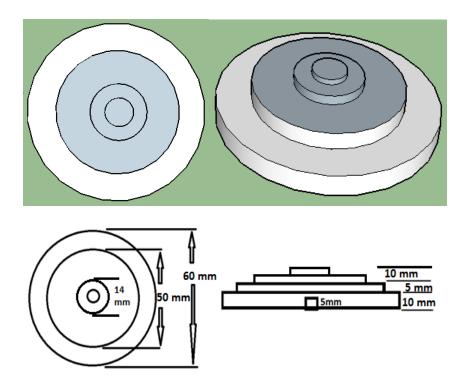


Figura 28: Vista superior y lateral de la base del acelerómetro.

La base estará unida a una estructura la cual consta de un tornillo que ajustará la presión ejercida sobre el resorte sobre la masa sísmica y el elemento piezoeléctrico.

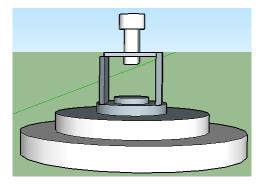


Figura 29: Vista lateral de la base del acelerómetro junto con la estructura de sujeción y tornillo.

La base del acelerómetro fue construida de un material solido resistente a golpes y a la corrosión por lo cual se escogió el aluminio como materia prima. Se envió el diseño al torno el cual se encargó de darle la forma específica



Figura 30: Fotografía de vista lateral de la base del acelerómetro junto con la estructura de sujeción y tornillo.

La base debe ser capaz de sujetarse firmemente a la superficie vibrante por lo cual es necesario implementar un tornillo que nos permita realizar esto. La siguiente figura nos muestra como:

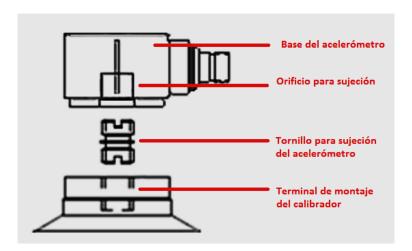


Figura 31: Sujeción de la base del acelerómetro al terminal del calibrador. Tomado de AmericanPiezo, 2018.

Colocamos el tornillo en la base para poder sujetarlo ya sea al calibrador o a maquinaria que requiera esta función por parte del acelerómetro.



Figura 32: Tornillo de sujeción de la base del acelerómetro.

Los elementos piezoeléctricos van colocados sobre la base, los cuales descansará la masa sísmica de valor ajustado para cada elemento sujeta a un resorte de k igualmente específico para el elemento.

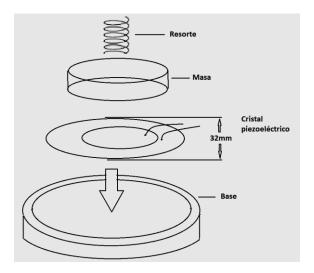


Figura 33: Elementos del prototipo.



Figura 34: Elementos que interactúan con el piezoeléctrico.

Los 4 piezoeléctricos serán evaluados para escoger el que posea mayor sensibilidad y linealidad.

4.4 Comprobación del funcionamiento del acelerómetro

Aquí se implementará el sistema en forma real, es decir los piezoeléctricos funcionando en conjunto con sus respectiva masa y resorte sobre la base diseñada para contenerlos. Se evalúa la sensibilidad del sistema y su respuesta en frecuencia. Mediante una corta revisión de normas ISO 5348 y 16063, aplicamos las formas más comunes de comprobación de un acelerómetro.



Figura 35: Masa destinada al acelerómetro y resorte.

4.4.1 Determinación de constante de rigidez del resorte

Para determinar la rigidez del resorte se necesita comprimirlo o estirarlo de tal forma que podamos medir el desplazamiento que este posee a partir de su estado de equilibrio. Mediante masas calibradas y ganchos podemos realizar esta prueba. Consiste en medir el resorte desde su posición de equilibrio (sin compresión ni elongación) y determinar cuál es su desplazamiento desde este punto acorde a la masa que se le aplique. Se usaron masas de 100gr.



Figura 36: Masas adjuntas a resorte.

Mediante la ecuación que define el desplazamiento que causa las masas se tiene la rigidez total del resorte. Evalúa la masa por la gravedad y lo divide para el desplazamiento en metros.

$$k = \frac{m x g}{x_2 - x_1}$$
 (Ecuación 46)

4.4.2 Aplicación de normas ISO para la comprobación del acelerómetro

Para la comprobación del acelerómetro se ha considerado las especificaciones de la norma ISO 5348 "Mechanical vibration and shock – Mechanical mounting of accelerometers" referente al montaje de un acelerómetro en una superficie en diferentes condiciones y la norma ISO 16063 "Methods for the calibration of vibration and shock transducers" referente a la calibración de un acelerómetro, evaluado en las partes 16, 21, 22, 32, 46 enfocándose en el rango de frecuencia y sensibilidad.

4.4.2.1 Montaje del acelerómetro

El montaje del acelerómetro se realizó de acuerdo con la norma ISO 5348 la cual se refiere al montaje mecánico de acelerómetros y el protocolo a seguir para una correcta medición.

El siguiente esquema nos indica la interacción del acelerómetro con la superficie sobre la cual es colocado.

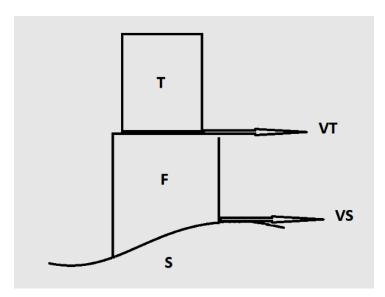


Figura 37: Esquema de elementos en el montaje de un acelerómetro. Tomado de ISO, 2016.

En donde: **S** estructura, **F** montaje, **T** acelerómetro, **Vs** Movimiento vibratorio de la estructura y **Vt** movimiento vibratorio del acelerómetro.

La norma nos da ejemplos validos de montaje del acelerómetro entre los cuales tenemos: atornillado, cera de abeja, montaje rápido, imán, cemento, cinta doble faz, al vacío y sostenido a mano.

En orden de fiabilidad tenemos el atornillado y la cera de abeja como montajes más eficientes en cuanto a sujeción del dispositivo. Las pruebas se realizaron mediante el atornillado para asegurar la fiabilidad de los datos de medición.

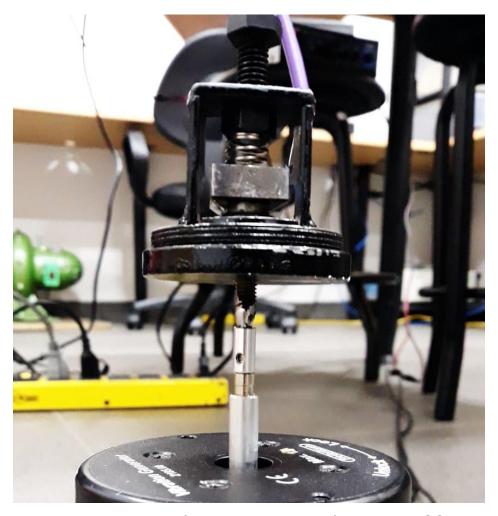


Figura 38: Atornillado del acelerómetro al shaker según la norma ISO 5348.

4.4.2.2 Sensibilidad

Para comprobar la sensibilidad se utilizó un calibrador CESVA de serie CV211 al cual se fija el acelerómetro. El calibrador nos permite la verificación de un acelerómetro con cinco magnitudes distintas que son de 1, 2, 5, 10 y 20 m/s2 RMS. Además, tiene 7 frecuencias de vibración: 15.915Hz, 40Hz, 80Hz, 159.15Hz, 320Hz, 640Hz y 1280Hz.

Las combinaciones de frecuencia y aceleración en total del calibrador son 29 (tabla 14), las cuales usaremos para medir la sensibilidad de los sistemas mediante un osciloscopio.

Tabla 3.

Tabla de 29 modos de funcionamiento de calibrador CESVA CV211. Frecuencia y Aceleración.

Frequency [Hz]	15.915	40	80	159.15	320	640	1280
Acceleration (RMS)	1	1	1	1	1	1	1
[m/s ²]	2	2	2	2	2	2	2
		5	5	5	5	5	5
			10	10	10	10	10
				20	20	20	20

Nota: Modalidades de funcionamiento de calibrador CESVA CV211. Tomado de AmericanPiezo, 2018.

La **sensibilidad S** por lo general se mide en **mV/g** por lo cual convertimos los valores de **m/s2** a valores de **g** dividiendo el valor de aceleración que nos entrega el calibrador para la aceleración gravitacional **9,8m/s2** equivalente a **1g**. Los valores de voltaje nos serán entregados al momento de evaluar los sistemas por cada una de las combinaciones disponibles en el calibrador. La sensibilidad se da por la siguiente ecuación (47):

S = Vs/a [mV/g]

(Ecuación 47)

En donde: Vs Voltaje señal [mV] y a aceleración [g].



Figura 39: Sistema con su masa y resorte en su base dedicada.

Todo esto se fijó mediante atornillado, que según la norma ISO 5348 es el montaje más seguro para mediciones con transductores de vibraciones.



Figura 40: Montaje del transductor sobre el calibrador.

Teniendo los piezoeléctricos adjuntos a su respectiva masa inercial de prueba, se procedió a realizar la comprobación con el modo que exige la norma y el calibrador podía entregarnos, es decir, una frecuencia de 160 Hz y una aceleración de 10 m/s2 o lo que es igual a 1.02 G.



Figura 41: Piezoeléctrico adjunto a masa.

Las salidas del circuito se conectaron al osciloscopio el cual nos entregó los datos de medición. Al ser una señal análoga, obtenemos la forma de onda respectiva a la frecuencia aplicada y la amplitud en voltaje que entrega el cristal piezoeléctrico proporcional a la fuerza (masa conocida y aceleración aplicada) excitadora del calibrador. Los valores que nos interesan son: la frecuencia, la cual se comprueba sea la misma que la del excitador y el valor de amplitud del voltaje que nos sirve para gráficos posteriores.

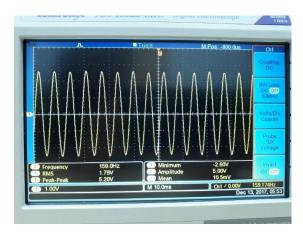


Figura 42: Visualización de forma de onda, frecuencia y voltaje en osciloscopio.

Posterior a la comprobación de conexiones del circuito, se realizó la prueba respectiva con el modo requerido entregado por el calibrador (tabla 14), revisando que la medición se realice sin distorsionar la forma de onda y afecte el valor de la medición.

4.4.2.3 Rango de frecuencia

La prueba de rango de funcionamiento se realizó con una frecuencia que varía desde los 16 Hz hasta 40000 Hz en bandas de tercio de octava, es decir: 16, 20, 25, 32, 40, 80, 160, 320, 640, 1280, 2560... y 40000 Hz.

Esta prueba se realizó mediante el shaker PASCO SF-9324 (figura 4.27) con una frecuencia de trabajo desde 0.1 Hz.



Figura 43: Generador de vibraciones PASCO SF-9324.

El generador de vibraciones fue conectado a un amplificador de potencia marca PYLE modelo PTA2 (figura 44) el cual proporcionaría la energía suficiente y constante requerida por el generador para realizar la prueba.

Mediante el generador de señales se realizará la prueba con el envío de señales sinusoidales en tercios de octava desde 16 Hz hasta 40000 Hz.



Figura 44: Amplificador PYLE modelo PTA2.

Se comprobó que el amplificador entregue una señal constante en el rango de frecuencias requerido para la prueba, se comprobó la ganancia máxima que podía entregar este enviando una señal de 100 mV. A la salida de la etapa de amplificación obtuvimos una salida de 3500 mV, es decir, una ganancia de 35.

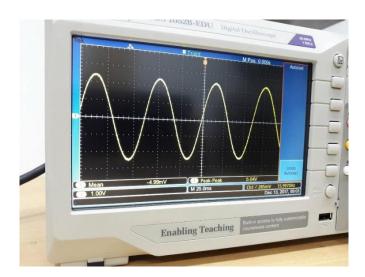


Figura 45: Imagen de tono puro registrado por el transductor durante la prueba.

Comprobados los sistemas de amplificación y circuitos se procederá a excitar el shaker PASCO (figura 42), el cual se encuentra sujeto al sistema de masa-resorte-piezoeléctrico, es decir, nuestro prototipo montado.

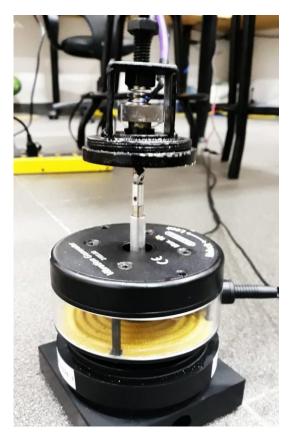


Figura 46: Prototipo montado sobre shaker para prueba de rango de frecuencia.

5. Resultados

5.1 Mediciones de la curva de impedancia del piezoeléctrico.

En esta sección se obtendrán las frecuencias de resonancia de los piezoeléctricos mediante dos métodos de mediciones, el método del fabricante y el método Tektronix.

Estos métodos solo se aplican para la caracterización de los núcleos piezoeléctricos.

Mediante el uso de diferentes masas se determina la desviación de la frecuencia de resonancia y así se podrá conocer el rango espectral donde el sistema será lineal.

5.1.1 Método del fabricante

A través de un osciloscopio y la guía del circuito presentado por el fabricante de los piezoeléctricos (figura 47) fue realizada la medición de la frecuencia de resonancia. Se utilizó el circuito de la figura a continuación la cual explica de manera clara la conexión de todos los elementos necesarios. Estos elementos se refieren a resistencias conectadas en serie y paralelo al piezoeléctrico.

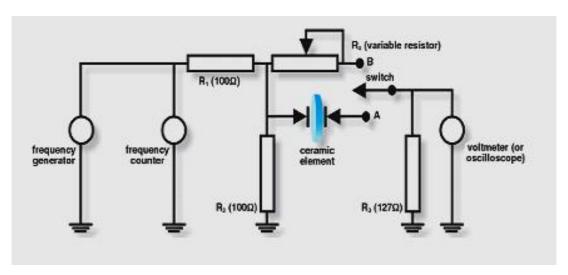


Figura 47: Circuito guía de AmericanPiezo para determinación de frecuencia de resonancia de un piezoeléctrico. Tomado de AmericanPiezo, 2018.

Implementado el circuito en una placa, el cual se refiere a un divisor de tensión conectado al piezoeléctrico en serie a una resistencia (R3), se realizó un barrido de frecuencia para cada uno de los cuatro piezoeléctricos.

La amplitud de la onda sinusoidal entregada por el generador de señales Tektronix fue de 2 Vpp (dos voltios pico pico).

La medición de voltajes se realizó en la resistencia R3. En las tablas 4-7 se registraron los voltajes más altos acompañados de la frecuencia a la cual se produjeron.

Tabla 4. Resultados de voltajes en R3 de piezoeléctrico 1082

Frecuencia (kHz)	Vrms (mV)
10.8MHz	139
7,7MHz	136
6MHz	130
4,306MHz	124
2,55MHz	116
659,6kHz	78
412kHz	<mark>54</mark>

Tabla 5.

Resultados de voltajes en R3 de piezoeléctrico 581

Frecuencia	Vrms
10,9MHz	124
8,8MHz	134
2,62MHz	109
2,34MHz	103
2,3MHz	101
2,19MHz	100
420kHz	<mark>128</mark>

Tabla 6.

Resultados de voltajes en R3 del piezoeléctrico 344

Frecuencia	Vrms
13,9MHz	143
8,72MHz	178
3,5MHz	178
1,17MHz	<mark>188</mark>
950kHz	190
80,4kHz	180

Tabla 7.

Resultados de voltajes en R3 del piezoeléctrico 967

Frecuencia	Vrms
10,9MHz	41
2,13MHz	16
1,44MHz	11
890kHz	7
399kHz	12
209,1kHz	<mark>49</mark>

Tenemos un conjunto de voltajes, estos valores se identifican como valores pico de voltajes que se producen al realizar un barrido de frecuencia. En las tablas 4-7 los valores resaltados en color amarillo representan a los voltajes más altos registrados

para el modo thickness. Tenemos también valores resaltados en celeste, estos valores pertenecen a los en modo radial. Las mediciones de las frecuencias se realizaron con los piezoeléctricos suspendidos, es decir, sin contacto con ninguna superficie, por lo cual vibraron en todos sus modos principales (*radial* y *thickness*). Las frecuencias de resonancia del modo thickness que son las que resultan más importantes para el diseño del dispositivo se exponen junto con el piezoeléctrico al que pertenecen en la tabla (8) y en su totalidad los valores de vibración de ambos modos en la tabla (9).

Tabla 8.

Piezoeléctricos junto a su frecuencia de resonancia

Piezoeléctrico	Frecuencia
1082	10,8MHz
581	8,8MHz
344	1,17MHz
967	209,1kHz

El fabricante (AmericanPiezo) posee en su sitio virtual una calculadora que utiliza los valores entregados en la tabla (1). La calculadora del fabricante utiliza los valores de NT entregados en esta tabla y los valores de espesor (h) del piezoeléctrico en milímetros (ecuación 46). La tabla tiene valores de NT para distintos modos de vibración, en este caso el modo de vibración será la compresión de su espesor (modo *thickness*). Este valor se refiere a la constante de frecuencia con una magnitud de 2040 específico del tipo de material APC 850 el cual fue recomendado por la misma empresa por sus características aptas para acelerómetros. Los resultados de la ecuación (48) están expuestos en la tabla (9).

$$f_r = \frac{N_T}{h}$$
 (Ecuación 48)

Tabla 9.

Elementos piezoeléctricos con su capacitancia C0 y frecuencia de resonancia Fr.

Númer	Fr [Hz]	Fr [Hz]	Diámetr	Espesor	C0 [nF]
o de	Calculadora	Calculadora	o (mm)	(mm)	
piezoel	Fabricante	Fabricante			
éctrico	Modo	Modo			
	Thickness	Radial			
581	2,72 MHz	404,0816	4,9	0,75	2,2242
		kHz			
967	408,00 kHz	404,0816	4,9	5,00	0,0660
		kHz			
1082	784,61 kHz	186,7925	10,6	2,60	0,5707
		kHz			
344	4,08 MHz	77,9528 kHz	25,4	0,50	17,0406

La tabla (9) recopila las frecuencias de resonancia que nos entrega el fabricante, estas frecuencias coinciden con las frecuencias de las tablas 4-7 medidas en laboratorio con el circuito del fabricante (figura 47). Reiteramos que, al realizarse las mediciones de la frecuencia de resonancia de los piezoeléctricos, estos se encontraban suspendidos, por lo cual al ser excitados estos vibraron en sus modos característicos (*radial* y *thickness*).

5.1.2 Método Tektronix

Las curvas de impedancia nos muestran el comportamiento de un elemento piezoeléctrico y nos permiten identificar que tan lineal es su respuesta dentro de un rango determinado de frecuencias. También nos permiten observar las zonas de

resonancia y anti-resonancia, y con ello modelar de una mejor forma nuestro producto final el cual es el acelerómetro. Las curvas de impedancia resultantes de las mediciones de los elementos piezoeléctricos se muestran en la figura 48 y con extra-detalle en la sección de anexos.

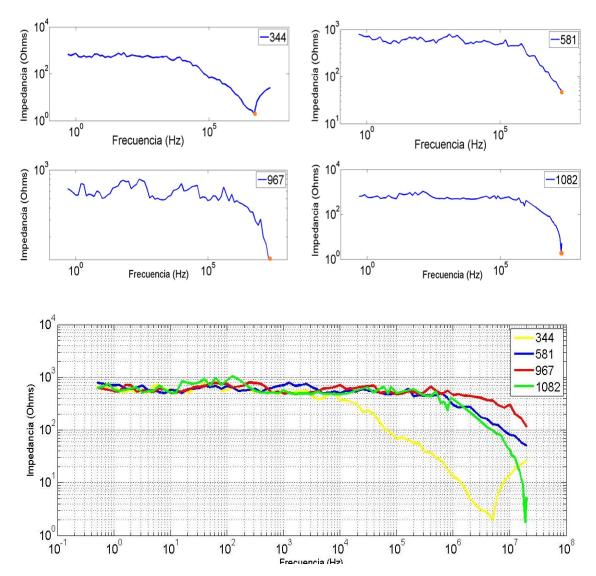


Figura 48: Curva de impedancia de los piezoeléctricos.

Los piezoeléctricos provienen del mismo fabricante y comparten el mismo tipo de material (APC 850), por lo tanto, sus características mecánicas y eléctricas mostradas en la tabla (1).

Al ser sus únicas diferencias de carácter físico (su radio y espesor), podemos decir que la variación de sus frecuencias de resonancia se debe a dichas características físicas. Sus proporciones influyen en el ancho de banda disponible para el uso de nuestro acelerómetro, es decir, que tan alta se encontrará la frecuencia de resonancia del piezoeléctrico. La curva de impedancia nos entrega una guía visual del comportamiento de nuestros transductores y nos indican mediante una caída de la magnitud de la impedancia (valle), donde se encuentra la frecuencia de resonancia.

En la figura 5.2 se indican estos valles con un punto de color rojo y se exponen los valores resultantes en la tabla (10).

Tabla 10.

Elementos piezoeléctricos con su frecuencia de resonancia registrada en la curva de impedancia.

Número	Fr [Hz] Curva de		
	impedancia		
581	15,1MHz		
967	10,9MHz		
1082	16,0MHz		
344	3,15MHz		

5.2 Simulaciones

Mediante los datos experimentales obtenidos en la sección anterior (5.1), nos basamos en la caracterización del piezoeléctrico para poder proceder a simular todo el sistema. El sistema consta de un elemento piezoeléctrico(núcleo), una masa y un resorte. Este sistema fue modelado usando el software de simulación después de la aplicación de la analogía mecánico – eléctrica en Proteuss obteniendo el rango de frecuencias en donde se comportará de manera lineal.

Consecuentemente, se realizaron arreglos con diferentes condiciones para obtener un sistema con el espectro más lineal y respuesta más extendida.

5.2.1 Piezoeléctrico en sistema masa-resorte (acelerómetro)

Partimos con el valor de C0(capacitancia del piezoeléctrico) para encontrar los valores más aptos de Lm (masa m) y Ce (rigidez k).

Como criterio inicial de diseño, empezamos definiendo una constante, la cual pertenece a la masa sísmica del acelerómetro m (Lm según analogía mecánico - eléctrica).

Se definió un valor de Lm=0,015H y de Ce=20000uF equivalentes a m=0,015Kg y rigidez k=50 N/m, respectivamente.

Dicho criterio está basado en que estos valores sean bajos, casi despreciables especialmente el que corresponde a la masa.

La razón radica en que si la masa del transductor (acelerómetro) no es despreciable en comparación a la masa del medio de propagación o de la muestra que está siendo medida, este desplazará la respuesta de frecuencia de todo el sistema hacia las bajas frecuencias. En otras palabras, sesgará los resultados obtenidos contaminándolos. El sistema del acelerómetro puede verse comprometido por un problema semejante, si sobrepasamos cierto valor de su masa sísmica, su ancho de banda se verá desplazado, es decir, su frecuencia de resonancia se recorrerá hacia frecuencias más bajas, por lo cual es preferible no comprometer nuestro rango de trabajo. Así, se tendría un prototipo final con un ancho de banda definido, tal que no interfiera con los resultados de las mediciones y satisfaga nuestra necesidad de medición de bajas frecuencias. Definido un valor inicial, continuamos con

combinaciones, es decir, una masa fija y dos compliancias distintas; y una compliancia fija y dos masas distintas. Los valores escogidos en la tabla (11).

Tabla 11.

Valores combinados de compliancias y masas.

Combinación	Compliancia (N/m)	Masa (Kg)
1	50	0,015
2	100	0,015
3	50	0,025
4	50	0,040
5	80	0,025
6	120	0,025
7	1000	0,050
8	1000	0,080

Para colocar los valores en el simulador, debemos transformarlos por la analogía mecánico – eléctrica. La transformación de valores de masa (m) a inductancia (Lm) es sencillo debido a que Lm=m, en cuanto a la conversión de compliancia (k) a capacitancia (C) tenemos que C=1/k. La tabla (12) nos indica los valores convertidos mediante una calculadora utilizando las respectivas ecuaciones sencillas que nos entrega la analogía utilizada para realizar toda la prueba.

Estos valores se usaran en los diferentes elementos análogos para obtener los respectivos gráficos de frecuencia y observa como se comportará el sistema.

Tabla 12.

Valores convertidos de compliancia y masa

Combinación	Capacitancia (uF)	Inductancia (H)
1	20000	0,015
2	10000	0,015
3	20000	0,025
4	20000	0,040
5	12500	0,025
6	8300	0,025
7	1000	0,050
8	1000	0,080

Se simuló en el circuito equivalente del acelerómetro (figura 49), los valores de capacitancia propios del piezoeléctrico junto a valores combinados de masa y rigidez para observar su funcionamiento.

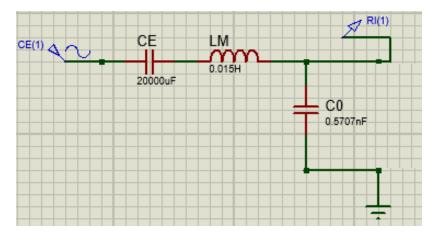


Figura 49: Circuito equivalente del acelerómetro con valores reales.

Al conservar la misma masa y rigidez podemos comparar en una gráfica el comportamiento de cada piezoeléctrico sometido a las mismas condiciones. Este criterio fue aplicado para cada una de las 8 combinaciones propuestas. Los resultados del modelo de la figura (49) se muestran como ejemplo en la figura (50) y en su totalidad en la tabla (13).

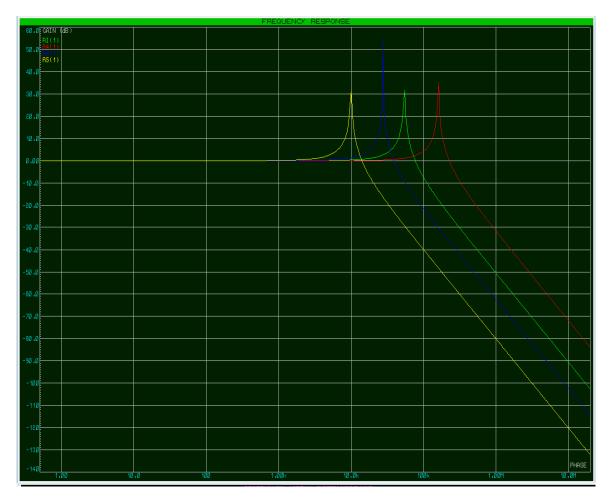


Figura 50: Análisis frecuencial en Proteuss.

La única manera de extraer las gráficas del simulador es mediante una impresión de pantalla (figura 50), pero la resolución entregada no nos permite visualizar de manera óptima los resultados obtenidos, por lo cual, para un mejor detalle, las imágenes obtenidas de todas las combinaciones se muestran en el anexo 1. Las combinaciones evaluadas en el simulador entregaron resultados de frecuencia para

cada sistema. Estos resultados son comparables entre sí, ya que fueron sometidos a condiciones iguales. La tabla (13) recopila los resultados obtenidos.

Tabla 13.

Frecuencias de cada sistema con su respectiva combinación.

Combinaci	Capacitancia	Inductanc	344	581	1082	967
ón	(uF)	ia (H)				
1	20000	0,015	9,9	28,1	53,0	156,0
			kHz	kHz	kHz	kHz
2	10000	0,015	10,1	27,7	54,3	160,0
			kHz	kHz	kHz	kHz
3	20000	0,025	7,7	21,8	41,0	122,0
			kHz	kHz	kHz	kHz
4	20000	0,040	6,0	17,1	33,0	98,4
			kHz	kHz	kHz	kHz
5	12500	0,025	7,6	21,8	42,1	124,0
			kHz	kHz	kHz	kHz
6	8300	0,025	7,7	21,5	42,1	122,0
			kHz	kHz	kHz	kHz
7	1000	0,050	5,4	15,4	29,7	87,0
			kHz	kHz	kHz	kHz
8	1000	0,080	4,3	12,0	23,9	70,3
			kHz	kHz	kHz	kHz

Nota: Cada color se refiere a la frecuencia de resonancia propia del sistema con cada número de piezoeléctrico.

Tomando como referencia nuestra combinación 1 (criterio inicial de diseño), podemos ver en la tabla (12) el desplazamiento de la frecuencia límite de cada sistema sometido a cada condición. Tenemos una desviación máxima de 5.7 kHz con respecto a la referencia de 9.9 kHz para el piezoeléctrico 344(amarillo), 16.1

kHz para el piezoeléctrico 581(azul) con respecto a 28.1 kHz, 29.1 kHz para el 1082(verde) con respecto a 53 kHz y 85.7 kHz para el 967(rojo) con respecto a 156 kHz. Podemos notar también que mientras más extendida es la frecuencia del sistema con los diferentes piezoeléctricos, es más susceptible al desplazamiento.

La condición para determinar la mejor combinación será aquella que desplaza ligeramente la frecuencia de corte y conserve el mismo valor para la inductancia. Consecuentemente, observando las combinaciones 3, 5 y 6 podemos notar que conservando una misma inductancia (masa) de 0,025H y variando el valor de capacitancia la desviación entre frecuencias resultantes es mínima (menor a 2 kHz). Notar que el factor de cambio entre estas capacitancias es de 1.51 entre sí. La inductancia Lm, equivale a una masa de 0,025 Kg, el cual es un parámetro que no afecta de manera significativa a la masa final de nuestro acelerómetro, ni a la obtención de datos de medición. Por lo tanto, las mejores combinaciones son la 3, 5 y 6.

5.3 Mediciones experimentales

Las mediciones experimentales corroboran o refutan las simulaciones previas de un diseño. En teoría estas no deberían diferir mucho de nuestras predicciones, pero siempre pueden surgir errores como resultado de asumir condiciones ideales.

Estas condiciones pueden omitir pérdidas de energía (eléctrica o mecánica), las cuales a la final pueden influir de forma poco positiva en los resultados finales del diseño.

La mejor combinación obtenida en el inciso anterior 5.2.1, se usará para los 4 piezoeléctricos. Entonces mediante mediciones experimentales se sabrá que tanto ha influenciado esta combinación en un sistema real. Estas mediciones se enfocan en medir el comportamiento del piezoeléctrico al ser adjunto a una masa.

Al aumentarse la masa de un transductor su frecuencia de resonancia tiende a desplazarse, por lo cual es necesaria una verificación del impacto que este cambio producirá en el modelo final del acelerómetro.

Considerando las previas simulaciones realizadas en el software podemos decir que las combinaciones 3, 5 y 6 mostradas en las tablas 14-17 indican un ligero desplazamiento de la frecuencia de resonancia de los piezoeléctricos siendo 1 la referencia sin masa y 2 la medición con masa de 0,025Kg.

Podemos notar que estas combinaciones comparten una misma inductancia (masa) y varían su compliancia (capacitancia).

Tabla 14.

Medición experimental de piezoeléctrico 1082 con aumento de masa de 0,025Kg.

	1		2
Frecuencia (kHz)	Vrms (mV)	Frecuencia (kHz)	Vrms (mV)
409,3	497	412	54
489	450	485,6	50
664	524	659,6	78
2550	509	2548	116
4310	470	4306	124
7690	458	7700	136

Tabla 15.

Medición experimental de piezoeléctrico 344 con aumento de masa de 0,025Kg

1		2	
Frecuencia (kHz)	Vrms (mV)	Frecuencia (kHz)	Vrms (mV)
76	675	80,4	180
160	669	950	190
440	674	1170	188
4435	634	3500	178
9400	653	8720	178

Tabla 16.

Medición experimental de piezoeléctrico 967 con aumento de masa de 0,025Kg

	1		2
Frecuencia (kHz)	Vrms (mV)	Frecuencia (kHz)	Vrms (mV)
208,7	409	209,1	49
393,7	187	399	12
2080	142	2130	16

Tabla 17.

Medición experimental de piezoeléctrico 581 con aumento de masa de 0,025Kg

	1		2
Frecuencia	Vrms	Frecuencia	Vrms
(kHz)	(mV)	(kHz)	(mV)

418	630	400	83
448	479	420	128
662	361	2190	100
713	396	2300	101
816	446	2340	103
1026	487	2540	103
1720	455	2620	109
2910	486	8800	134
8800	452	10900	124

Las tablas (13-16) indican un ligero desplazamiento de frecuencias en los picos registrados para estas, esto comprueba el efecto de una masa adjunta al piezoeléctrico y nos permite entender de una mejor manera el funcionamiento de nuestro dispositivo final.

5.4 Comparaciones

Se realiza la comparación de los resultados de la frecuencia de resonancia de los piezoeléctricos, obtenidos por dos métodos. Siendo el primer método el del fabricante, el cual nos pide realizar un barrido de frecuencia mediante un generador de señales conectado al circuito de la figura (47) y el segundo método se refiere al método entregado por el manual de la instrumentación de Tektronix, el cual nos pide la medición de dos voltajes y la diferencia de fase entre estos, para así realizar el grafico de una curva de impedancia y obtener una guía visual de la frecuencia de resonancia de los elementos piezoeléctricos y observar su comportamiento bajo dicha frecuencia.

También, más adelante en la sección 5.4.2, podemos observar los valores obtenidos de la simulación del circuito del acelerómetro de la figura 26. Estos valores son obtenidos del análisis frecuencial el cual aplica la función F(Vo/Vi). Esta función se

refiere a la función de transferencia que evalúa al circuito a través de un barrido de frecuencia desde 0,5Hz hasta 20MHz en bandas de octava.

5.4.1 Fabricante vs. Tektronix

El fabricante de los piezoeléctricos nos entrega un circuito con el cual mediante un barrido de frecuencia con un generador de señales podemos encontrar la frecuencia de resonancia. También el fabricante posee en su página web una calculadora que utiliza los parámetros de la tabla (1) para calcular dicha frecuencia. En tercer lugar, tenemos el método por el manual de Tektronix el cual nos permite realizar la gráfica de una curva de impedancia para visualizar esta frecuencia. Los resultados se exponen a la par en la tabla (18).

Cabe recalcar que estos métodos se utilizan sólo para la caracterización de nuestros piezoeléctricos y conocer su comportamiento.

Tabla 18.

Comparación de valores obtenidos por los métodos fabricante y Tektronix.

Número	Fr [Hz]	Fr [Hz]	Fr [Hz]	
	Calculadora	Circuito	Curva de	
	Fabricante	Fabricante	impedancia	
581	2,72MHz	8,8MHz	15,1MHz	
967	408kHz	209,1kHz	10,9MHz	
1082	784,61kHz	10,8MHz	16,0MHz	
344	4,08MHz	1,17MHz	3,15MHz	

Podemos observar que algunos valores difieren uno del otro, incluso de los del fabricante por sus mismos métodos, lo cual diría que uno de los métodos esta errado, pero si revisamos las tablas (4), (5), (6) y (7), podemos ver que estos valores de frecuencia (tabla 18) se encuentran en dichas tablas.

Estos valores podemos deducir que se refieren a armónicos que acompañan a la frecuencia principal de resonancia de los piezoeléctricos.

La medición de las características del piezoeléctrico se enfoca en excitarlo y encontrar sus frecuencias fundamentales, esto se hizo con el piezoeléctrico suspendido.

Al encontrase suspendido este vibra en todos sus modos, por lo cual tenemos distintas frecuencias de resonancia mostradas en la tabla (18).

A continuación, en las figuras 51-54 se muestran las curvas de impedancia obtenidas mediante los métodos Tektronix y Fabricante.

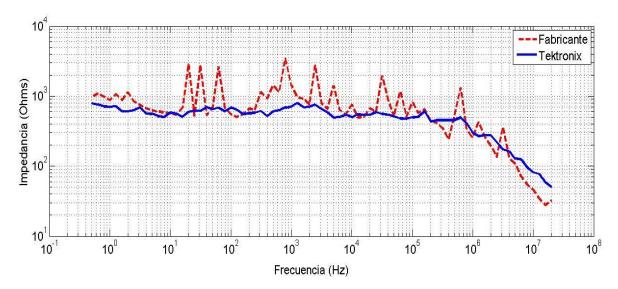


Figura 51: Comparación de curvas de impedancia por método fabricante (rojo) y Tektronix (azul).

Según la figura 51, tenemos una frecuencia de resonancia en 19,8 MHz.

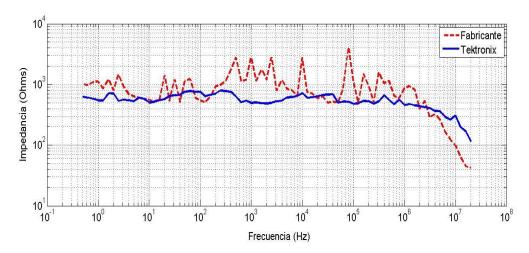


Figura 52: Comparación de curvas de impedancia por método fabricante (rojo) y Tektronix (azul).

Según la figura 52, tenemos una frecuencia de resonancia de 19,9 MHz.

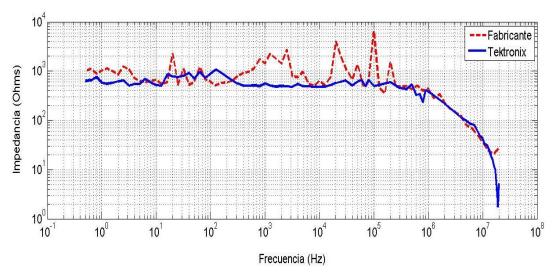


Figura 53: Comparación de curvas de impedancia por método fabricante (rojo) y Tektronix (azul).

Según la figura 53, tenemos una frecuencia de resonancia de 18 MHz.

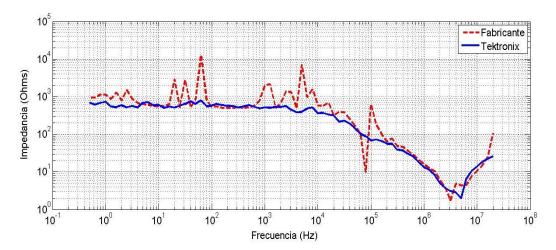


Figura 54: Comparación de curvas de impedancia por método fabricante (rojo) y Tektronix (azul).

Según la figura 54, tenemos una frecuencia de resonancia en 3 MHz(rojo) y 5 MHz (azul).

Observando las curvas de impedancia indicadas en las figuras (51), (52), (53) y (54), podemos darnos cuenta de una tendencia entre los dos métodos que hemos seguido. Esta tendencia indica similitud de resultados en cuanto a la caída de impedancia, esta caída de impedancia se da en la frecuencia de resonancia propia del dispositivo.

Podemos notar también que la curva realizada por el método del fabricante (línea de color rojo) posee muchos picos, diferenciándose de la curva realizada por el método de Tektronix (línea de color azul) la cual puede observarse mucho más suave y estilizada. Esta diferencia de linealidad entre curvas se debe a un error del operador al momento de la toma de datos, especialmente en la toma de datos de fase, esto hace que, al momento de introducir estos datos en las fórmulas del método, se generen picos de impedancia que no son propios de los piezoeléctricos evaluados. En la curva azul se tiene mayor linealidad debido a que los datos se tomaron con mayor meticulosidad.

5.4.2 Comparación de piezoeléctricos dentro del sistema masa-resorte mediante simulación

La simulación se enfoca en la comparación de los cuatro piezoeléctricos sometidos a las mismas condiciones, es decir, se colocan en un mismo sistema con una misma masa y compliancia, y se observa su respuesta.

Esta simulación fue realizada con los valores mostrados en la tabla (12), es decir, se realizaron 8 simulaciones para cada piezoeléctrico.

Cada simulación corresponde a una combinación de la tabla y nos entrega un resultado esperado. El resultado esperado se refiere a la visualización de la variación del ancho de banda de trabajo de nuestro acelerómetro. El ancho de banda de se encuentra delimitado por las frecuencias de resonancia señaladas en la tabla (19).

Tabla 19. Valores de frecuencia de resonancia obtenidos después de cada combinación

Combinación/Número	344	581	1082	967
1	9,9 kHz	28,1 kHz	53,0 kHz	156,0
				kHz
2	10,1 kHz	27,7 kHz	54,3 kHz	160,0
				kHz
3	7,7 kHz	21,8 kHz	41,0 kHz	122,0
				kHz
4	6,0 kHz	17,1 kHz	33,0 kHz	98,4 kHz
5	7,6 kHz	21,8 kHz	42,1 kHz	124,0
				kHz

6	7,7 kHz	21,5 kHz	42,1 kHz	122,0
				kHz
7	5,4 kHz	15,4 kHz	29,7 kHz	87,0 kHz
8	4,3 kHz	12,0 kHz	23,9 kHz	70,3 kHz

Esta tabla de valores es importante debido a que el sistema que posea un mayor ancho de banda será considerado para nuestro prototipo final. Cabe recalcar que el piezoeléctrico con una respuesta más lineal será colocado en el dispositivo, pero si este piezoeléctrico posee un gran ancho de banda y una buena linealidad, superará las expectativas de la calidad final de nuestro dispositivo.

Tomando como referencia nuestra combinación 1 (criterio inicial de diseño), podemos ver en la tabla (13) el desplazamiento de la frecuencia límite de cada sistema sometido a cada condición.

Tenemos una desviación máxima de 5.7 kHz con respecto a la referencia de 9.9 kHz para el piezoeléctrico 344(amarillo), 16.1 kHz para el piezoeléctrico 581(azul) con respecto a 28.1 kHz, 29.1 kHz para el 1082(verde) con respecto a 53 kHz y 85.7 kHz para el 967(rojo) con respecto a 156 kHz. Podemos notar también que mientras más extendida es la frecuencia del sistema con los diferentes piezoeléctricos, es más susceptible al desplazamiento.

La condición para determinar la mejor combinación será aquella que desplaza ligeramente la frecuencia de corte y conserve el mismo valor para la inductancia. Consecuentemente, observando las combinaciones 3, 5 y 6 podemos notar que conservando una misma inductancia (masa) de 0,025H y variando el valor de capacitancia la desviación entre frecuencias resultantes es mínima (menor a 2 kHz). Notar que el factor de cambio entre estas capacitancias es de 1.51 entre sí. La inductancia Lm, equivale a una masa de 0,025 Kg, el cual es un parámetro que no

afecta de manera significativa a la masa final de nuestro acelerómetro, ni a la obtención de datos de medición. Por lo tanto, las mejores combinaciones son la 3, 5 y 6.

5.5 Selección de los elementos del prototipo

Estos elementos se refieren al resorte, y la masa de nuestro acelerómetro la cual tiene una magnitud de 0,025 Kg o lo que es igual a 25gr. Es una masa solida de hierro de proporciones 0,02x0,02x0,0075m.



Figura 55: Masa de 0.025Kg destinada al prototipo.

En cuanto al resorte, tenemos las siguientes características: largo de 14mm, diámetro de 7,5mm, diámetro de alambre de espira 0,75mm, numero de vueltas activas 5 y su constante de rigidez calculada de 489 N/m.



Figura 56: Resorte de 490 N/m destinado al prototipo.

Estos elementos formaran parte de la evaluación de nuestros 4 sistemas con los diferentes nucleos y definiran nuestro prototipo final.

5.6 Resultados de comprobación y análisis

En este inciso se escriben en tablas y se explican con gráficos todos los valores obtenidos en la medición. Aquí se evalúan 4 sistemas que comparten la misma masa y rigidez ya seleccionados con anterioridad y nos enfocamos en el comportamiento final estos.

5.6.1 Diagrama pre-comprobación del acelerómetro

Los datos de sensibilidad y respuesta de frecuencia (inciso 5.6.2) son producto de la señal entregada por un amplificador de instrumentación conectado a los diferentes sistemas.

Los datos captados por el instrumento de medición se refieren a la señal eléctrica procesada por el amplificador la cual fue aumentada en un numero N de veces.

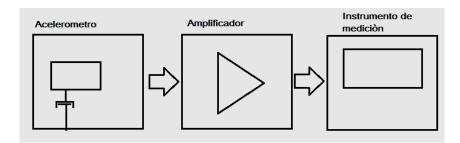


Figura 57: Diagrama de conexión del acelerómetro.

El acelerómetro es sometido a una aceleración que interactúa con la masa inercial de este y es traducida como fuerza (masa por aceleración). Esta fuerza aplicada al núcleo piezoeléctrico es convertida en una señal eléctrica recibida por el amplificador.

Como ejemplo tenemos una aceleración de 10 m/s2 en una frecuencia de 160 Hz. Al someter al acelerómetro a esta aceleración el instrumento de medición entrega

una medida de voltaje de 690.15 mV en la respectiva frecuencia. Esta medida de voltaje se refiere a la señal que acaba de atravesar el amplificador y fue aumentada en una magnitud de 535. Con estos datos podemos encontrar el valor de señal real entregada por el acelerómetro que seria 1.29 mV para una aceleración de 10 m/s2.

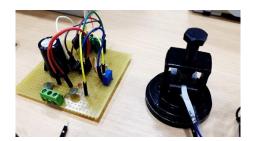


Figura 58: Amplificador de instrumentación implementado en baquelita.

La magnitud de aumento del amplificador fue comprobada insertando una señal de 20 mV y obteniendo a la salida una señal de 10707 mV.

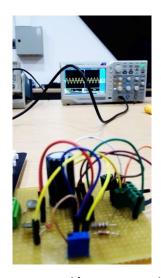


Figura 59: Amplificador de instrumentación conectado a osciloscopio.

5.6.2 Resultados de sensibilidad y respuesta de frecuencia

Realizadas las mediciones con los sistemas completamos la respectiva tabla en las cual escribimos los valores de voltaje entregados por los sistemas en la frecuencia

que exige la norma ISO 16063 parte 21 la cual nos dice que: "la sensibilidad debe ser medida a una frecuencia de 160 Hz (80 Hz como segunda opción). En cuanto a la aceleración es preferible el valor de 100 m/s2 (10m/s2, 20m/s2 o 50m/s2 como otras opciones) y luego determinar en otras frecuencias y aceleraciones". (ISO, 2016). Escogimos concretar la prueba con la aceleración de 10m/s2, satisfaciendo la petición de la norma referenciada. Los valores de sensibilidad se exponen en la tabla (20) en mV/g.

Tabla 20.

Valores de voltaje por modo del calibrador (Aceleración vs. Frecuencia)

Número de sistema	344	581	1082	967
Sensibilidad [mV/g]	0.2927	0.1245	0.1758	0.1890

Se realizó la conversión de unidades y mediante la ecuación (47) se obtuvo la sensibilidad de los sistemas en unidades dB/g.

Tabla 21.

Valores en dB/g

Número de sistema	344	581	1082	967
Sensibilidad [dB/g]	-70.67	-78.09	-75.09	-74.46

Los valores de la tabla (20) representan los valores de sensibilidad en conformidad a la norma ISO 16063.

Estos valores nos muestran el sistema más sensible, el cual en este caso es el 344 con una sensibilidad en voltaje de 0.2927 mV/g o lo que es igual -70.67 dB/g.

Estos valores nos permitirán escoger el prototipo final.

Después de haber realizado las pruebas de medición de voltaje y cálculo de sensibilidad con los sistemas.

Se realizara un barrido de frecuencias en conformidad a la norma ISO 16063.

De acuerdo a la norma ISO 16063 parte 21 es posible: "Realizar la prueba de rango de frecuencia desde la frecuencia de 20 Hz hasta 5000 Hz, como prueba opcional se puede evaluar este rango desde 0,4 Hz hasta 10000Hz." Por lo cual escogimos un rango desde 16 Hz hasta 40000 Hz lo cual cubre el rango de sugerencia de la norma y la sobrepasa brindándonos datos extra sobre el comportamiento de los sistemas.

Los resultados obtenidos se exponen en la figura (60) y nos muestran el comportamiento real de cada uno de los diferentes sistemas con su respectivo núcleo.

Esta medición cumple con el objetivo de recopilación de datos de evaluación del sistema masa-resorte colocados con cada piezoeléctrico.

La figura 60 muestra la no linealidad de nuestros sistemas, es decir, que tenemos una sensibilidad en función de la frecuencia, por lo cual descubrimos que conforme va aumentando una, aumenta la otra hasta llegar a su frecuencia de resonancia.

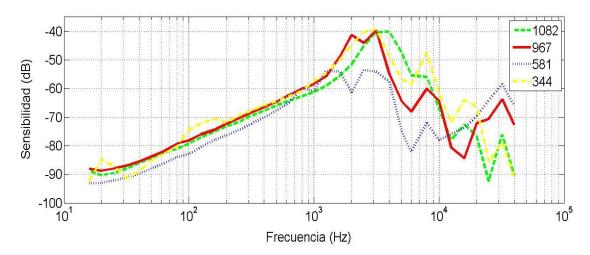


Figura 60: Diferente sistema con su respectivo piezoeléctrico.

El proyecto se enfoca en un prototipo para bajas frecuencia por lo cual buscamos la zona con mayor linealidad.

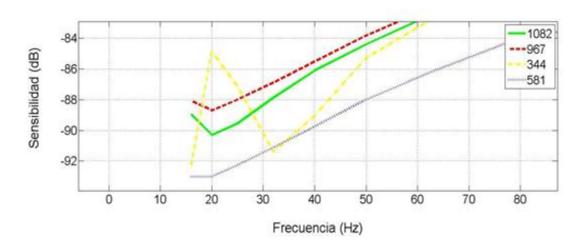


Figura 61: Zoom a zona lineal.

De los 4 sistemas descartamos el que contiene el núcleo 344 debido a su comportamiento inestable en las mas bajas frecuencias en comparacion a los 3 sistemas restantes. Ademas para que un sistema sea lineal, la fluctuacion de su señal no debe exceder los 3dB.

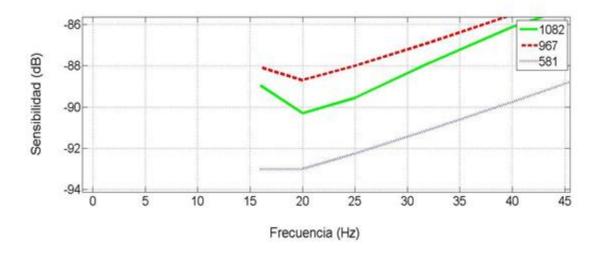


Figura 62: Zoom a zona lineal.

Los sistemas con los piezoeléctricos 1082 y 967 poseen mayor sensibilidad y comparten una zona lineal similar con el 581(figura 62).

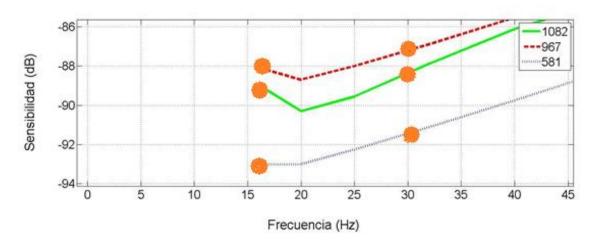


Figura 63: Zoom a zona lineal y marca de rango de trabajo (punto naranja).

Estos sistemas resonarán en los 3000, 2000 y 1200 Hz aproximadamente y tendrán una respuesta lineal entre los 16 y 30 Hz mostrada entre los puntos color naranja (figura 63). Este rango es tomado bajo la zona de linealidad de 3dB para cada sistema.

Cumplida la etapa final del proyecto tenemos un prototipo de acelerómetro con las características expuestas en la tabla (19) pertenecientes a cada sistema con su diferente núcleo.

La tabla (19) contiene las características de cada sistema con su respectivo núcleo. Estos sistemas comparten la misma masa de 0,025 Kg seleccionada a lo largo de comparaciones y simulaciones.

Tabla 22.

Características del prototipo final con los sistemas para cada núcleo.

Núcleo	Sensibilidad	Rango de	Frecuencia	Magnitud	Rigidez
piezoeléctrico	@160 Hz	frecuencia	de	de la	del
	(mV/g)	(Hz)	resonancia	masa	resorte
			(Hz)	inercial	(N/m)
				(Kg)	
1082	0.1758	16 - 30	3000	0,025	489
967	0.1890	16 - 30	2000	0,025	489
581	0.1245	16 - 30	1200	0,025	489
344	0.2927	No definido	2500	0,025	489
		denindo			

Tal y como en el simulador, cada sistema posee una diferente frecuencia de resonancia. Cada sistema tiene una sensibilidad diferente, la cual fue medida según las indicaciones de la norma ISO 16063 parte 21 en 160 Hz a una aceleración de 10 m/s2.

5.7 Comprobacion de la evaluacion

Como un extra al proyecto realizado, colocamos los datos del sistema en la herramienta de aproximacion de curva en MATLAB la cual realiza una regresion N utilizando una funcion y evaluamos el prototipo mediante la funcion que gobierna todo el sistema.

Teniendo y = f(x):

$$y = \frac{x*f(x)}{\sqrt{C^2 + \left((x*m) - \frac{k}{x}\right)^2}}$$
 (Ecuación 49)

En donde C es una compliancia desconocida (no considerada en el proyecto) dejada al calculo del software, m la masa del sistema, k la rigidez del sistema.

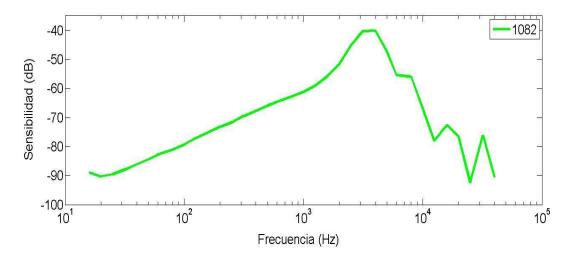


Figura 64: Respuesta de sensibilidad de sistema 1082.

Tomamos el modelo con menos perturbaciones, en este caso, el modelo con el núcleo 1082 (figura 64) y usamos los datos de sensibilidad obtenidos para evaluar la funcion, siendo x la frecuencia y y la sensibilidad. Asì, contamos con la aproximacion de una curva semejante a la del comportamiento del prototipo (figura 65).

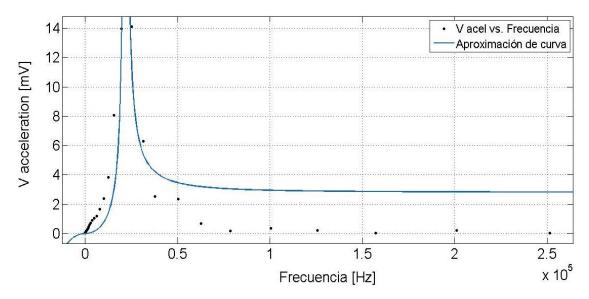


Figura 65: Curva característica del acelerómetro simulada en MATLAB.

La figura asemeja valores de rigidez, amortiguamiento y fuerza aplicadas al prototipo para recrear la curva característica validándolo.

5.8 Costos del proyecto



Figura 66: Elementos empleados en la construcción y evaluación del prototipo.

La base fue construida en un torno en base al diseño previo mostrado en el capítulo de metodología refiriéndose a la figura 28 y 29.

Los elementos piezoeléctricos fueron adquiridos de la empresa American piezo, estos no tuvieron un costo debido a que se aplicarían con fin educacional.

Los elementos del amplificador de señal fueron adquiridos en una tienda de electrónica.

Los costos totales de los materiales utilizados en la construcción del acelerómetro fueron:

Tabla 23.

Costos del proyecto

Ítem	Costo
envío de piezoeléctricos	280 dólares americanos
1 base de aluminio	60 dólares americanos
4 piezoeléctricos	0 dólares americanos
3 masas	15 dólares americanos
1 componentes electrónicos	15 dólares americanos
1 juego resortes	6 dólares americanos
TOTAL	376 dólares americanos

El costo elevado del proyecto se debe a gastos de envío de los núcleos piezoeléctricos debido a que la empresa fabricante se encuentra en los Estados Unidos y representa un costo de 280 dólares americanos. Sin ese valor nuestro prototipo tendría un valor de implementación de 96 dólares americanos lo cual

incluye el costo de elementos para el amplificador de instrumentación. Sin este el valor neto de construcción del acelerómetro es de 81 dólares americanos.

5.9 Futuras líneas de trabajo

Comprenden a cabos sueltos encontrados al finalizar el proyecto, no son parte del enfoque de este, pero comprende un trabajo extenso a futuro para quien desee continuar con la mejora del proyecto.

5.9.1 Curva de calibración

El sistema puede ser evaluado mediante una curva de calibración, la cual mostrara las características restantes necesarias para la implementación de un sistema de compensación.

5.9.2 Sistemas de compensación

Los sistemas de compensación mediante datos extras de calibración corrigen la no linealidad de la sensibilidad del prototipo.

6. Conclusiones y recomendaciones

6.1 Conclusiones

El diseño de un prototipo está basado en una gran cantidad de información recopilada, ajustada y evaluada. Esto comprende la caracterización y modelado de cada uno de sus componentes. El acelerómetro se compone por una masa, un resorte y un núcleo piezoeléctrico. Cada uno de sus elementos cumple una función, el núcleo piezoeléctrico debido a sus propiedades ferroeléctricas, entrega un voltaje al verse deformado (comprimido en este caso) por una fuerza externa. La fuerza que interactúa con el núcleo piezoeléctrico es generada por la masa que lo comprime, sometida a cierta aceleración. Esta aceleración es transmitida de manera perpendicular a cierta frecuencia hacia el sistema. El sistema tiene un comportamiento dictado en su mayoría por sus componentes mecánicos, en este caso la masa y el resorte que funcionan como un resonador, cuya frecuencia de resonancia depende de las magnitudes características de cada un interactuando entre sí ante una fuerza aplicada.

El acelerómetro al componerse de elementos mecánicos y electromecánicos puede ser modelado mediante analogías mecánico - eléctricas. Esto permite transportar las características de dicho elemento a un análogo eléctrico que tiene un comportamiento matemático igual. Esto en si entrega la ventaja de migrar todo un sistema físico a un emulador y poder predecir su comportamiento que es lo que se ha realizado a través de todo este proyecto. El objetivo principal estuvo enfocado en el construir el prototipo lo cual se logró en parte de una manera simplificada. Podemos darnos cuenta de esto, debido a que su comportamiento pudo ser modelado y evaluado en simuladores. Los datos de mediciones fueron llevadas al simulador y los resultados del simulador fueron llevados a la realidad. La curva de impedancia obtenida de los núcleos piezoeléctricos indica su comportamiento. Este comportamiento abre el panorama del diseño del prototipo al mostrar las

limitaciones y virtudes del transductor. Nos indica que tan extendida es su zona de comportamiento lineal en frecuencias además de mostrar que tan alejada se encuentra la frecuencia de resonancia propia del dispositivo. Estos datos se obtuvieron a través de una extensiva toma de voltajes y datos de desfase entre señales a lo largo de un barrido de frecuencias determinado en bandas de tercio de octava. La toma de estos datos nos entregó una guía visual del comportamiento del elemento más importante del prototipo. Al ser elementos dedicados para esta aplicación, su comportamiento es excepcional teniendo zonas lineales muy extensas y frecuencias de resonancia a partir de los 200 kHz.

Teniendo el panorama de un rango de trabajo tan extendido podríamos decir que el prototipo será capaz de lograr tan altas expectativas, pero se encuentra adjunto a un sistema mecánico que colocara límites al sistema conjunto. Estos límites radican en la frecuencia de resonancia del sistema masa-resorte que acompañan al núcleo. Según los datos de la masa que obtuvimos mediante simulaciones de 0,025 Kg y el resorte de rigidez de 490 N/m deberíamos tener una frecuencia de resonancia del sistema en los 879 Hz lo cual no sucede. La variación de frecuencia de resonancia radica en elementos no tomados en cuenta en el diseño como son los valores de amortiguamiento del resorte y del piezoeléctrico en sí.

Este tipo de dispositivos se enfocan en las bajas frecuencias en el orden de los 0.5 Hz o menos hasta los 800 y 1000 Hz. El prototipo que consta de sistemas intercambiables, es decir, puede cambiar de núcleo con facilidad debido a su diseño sin carcasa y con una base con un tornillo ajustable, supera este rango teniendo frecuencias de resonancia de 1200 Hz para el sistema con el núcleo 581, 2000 Hz para el sistema con el núcleo 967, 2500 Hz para el sistema con el núcleo 344 y 3000 Hz para el sistema con el núcleo 1082. Por supuesto las simulaciones entregan frecuencias de resonancia desde los 10 kHz, pero se enfocan en un sistema ideal sin perdidas ni consideran limitaciones por la rigidez del sistema mecánico.

La expectativa de rango de trabajo del prototipo comprendía frecuencias desde los 16 Hz hasta su frecuencia de resonancia, pero esto no se logró por la imprevisión de la obtención de sistemas no lineales, debido a que su sensibilidad se encuentra en función de la frecuencia y es directamente proporcional, es decir, conforme aumenta la frecuencia aumenta la sensibilidad.

Para lograr dicha expectativa es necesario un sistema de compensación que evalué la pendiente de sensibilidad del prototipo y la lleve a una zona lineal. Esto se coloca en el inciso de líneas futuras de trabajo ya que no forma parte de la investigación actual. El prototipo final sin sistema de compensación tiene un rango de trabajo lineal desde los 16 Hz hasta los 30 Hz.

El acelerómetro fue evaluado bajo dos normas de estándar internacionales, las cuales además de ser una guía nos permiten asemejar un prototipo a dispositivos de marcas comerciales que pasaron por el mismo control de pruebas.

Finalmente podemos decir que se ha diseñado un prototipo de acelerómetro piezoeléctrico el cual consta de elementos modelados y caracterizados que forman un sistema funcional.

El sistema no cumple las expectativas de rango de trabajo esperado, pero puede ser complementado y llevado a la excelencia mediante trabajo futuro.

6.2 Recomendaciones

Antes de realizar cualquier medición es imprescindible la comprobación de los cables de instrumentación ya que pueden estar defectuosos o tener una calibración distinta. Esto puede contaminar los datos obtenidos invalidando cualquier prueba realizada. Siempre se debe comprobar que la instrumentación, tanto de medición como generadores, funcionen de una manera correcta. Al realizar la toma de datos

en el osciloscopio, es necesario colocar este en modo *average* para obtener datos de una señal estable.

Al escoger un simulador para circuitos electrónicos y eléctricos, verificar si posee una función de exportación de datos obtenidos, para así poder trabajar sin complicaciones con estos.

Los amplificadores de instrumentación son extremadamente susceptibles a inducción y ruido, es mejor trabajar con un circuito soldado y con cables blindados para garantizar la máxima fiabilidad en datos de medición obtenidos.

Referencias

- Àgoston, K. (2010). Studying and Modeling Vibration Transducers and accelerometers. Recuperado el 24 de abril de 2018 de http://scientificbulletin.upm.ro/papers/2010-2/Studying-and-Modeling-Vibration-Transducers-and-Accelerometers.pdf
- AmericanPiezo, (2018). *Piezo Accelerometers*. Recuperado el 23 de abril de 2018 de: https://www.americanpiezo.com/piezo-theory/piezo-accelerometer.html
- Bruel&Kaeger, (1943). The History of the Accelerometer. Recuperado el 20 de abril de 2018 de: http://qringtech.com/wp-content/uploads/2014/01/HistoryOfTheAccelerometer.pdf
- Gearsolutions, (2018). Acoustic Properties of Industrial Machinery: Part I | Gear Solutions Magazine Your Resource to the Gear Industry. Recuperado el 23 de abril de 2018 de: http://gearsolutions.com/features/acoustic-properties-of-industrial-machinery-part-i/
- Gonzales-Longatt, F., (2018). Respuesta en frecuencia: Filtros. Recuperado el 10 de abril de 2018 de: fglongatt.org/OLD/Archivos/Archivos/Control_I/PPTAnexo3.1.Filtro.pdf
- Graham, K., (2000). Fundamentals of Mechanical Vibrations. Recuperado el 1 de mayo de 2018 de: https://www.abebooks.com/servlet/BookDetailsPL?bi=22848583028&search url=tn%3Dfundamentals%2Bmechanical%2Bvibrations%26sortby%3D17%2 6an%3Dgraham%2Bkelly&cm_sp=snippet-_-srp1-_-title1
- Hartog, D., (1964). Mecánica de las vibraciones. Recuperado el 15 de mayo de 2018 de: https://es.scribd.com/document/356248997/Mecanica-de-Las-Vibraciones-j-p-Den-Hartog
- Khanacademy (2018). La respuesta natural de un circuito RC. Recuperado el 05 de junio de 2018 de: https://es.khanacademy.org/science/electrical-engineering/ee-circuit-analysis-topic/ee-natural-and-forced-response/a/ee-rc-natural-response

- Magrab, Edward, (2008). *Vibrations*. Recuperado el 20 de junio de 2018 de: https://www.abebooks.com/Vibrations-Balakumar-Balachandran-Edward-B-Magrab/9011526071/bd
- Power, A., Defense, A., Things, I., Media, N., Trends, D., & Car, N. et al., (2018).

 **Oscilloscope Measurement Lab: Measuring Impedance and Capacitance |

 Tektronix. Recuperado el 20 de junio de 2018 de https://www.tek.com/document/how-guide/oscilloscope-measurement-lab-measuring-impedance-and-capacitance
- Randeraat, J. (1968). *Ultrasonic transducers: 1. Introduction to ultrasonic transducers Part A.* Recuperado el 24 de abril de 2018 de: https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0041624X70900521
- Revolvy, L. (2018). "Impedance analogy". Recuperado el 14 de junio de 2018 de: https://www.revolvy.com/main/index.php?s=Impedance+analogy
- Roncon-Jara, R., (2010). Análisis y caracterización de un acelerómetro capacitivo fabricado con tecnología *polymump's*. Recuperado el 15 de abril de 2018 de: http://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1665-35212010000300006
- WilaebaElectrónica, (2018). Filtro Pasa bajos Pasivo de 2do Orden RLC. Recuperado el 5 de abril de 2018 de: https://wilaebaelectronica.blogspot.com/2017/01/filtro-pasa-bajos-pasivo-de-2do-orden-rlc.html

ANEXOS

Anexo 1: Combinaciones de inductancia y capacitancia

Mediante simulación obtuvimos diferentes frecuencias de resonancia para diferentes sistemas. La resolución de resultados entregados por el simulador no es óptima por lo cual se realiza acercamientos a los resultados obtenidos en la función de respuesta de frecuencia.

Combinación 1

Tenemos una frecuencia limite en 53kHz para 1082 (verde) y 344 (amarillo) la cual se da en 9,94 KHz. En cuanto al 967 (rojo) tenemos una frecuencia limite en 156kHz, mientras que para el 581 (azul) tenemos una frecuencia limite en 28,1kHz.

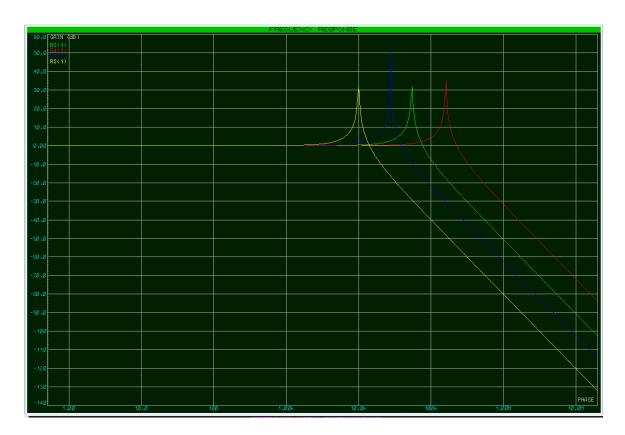
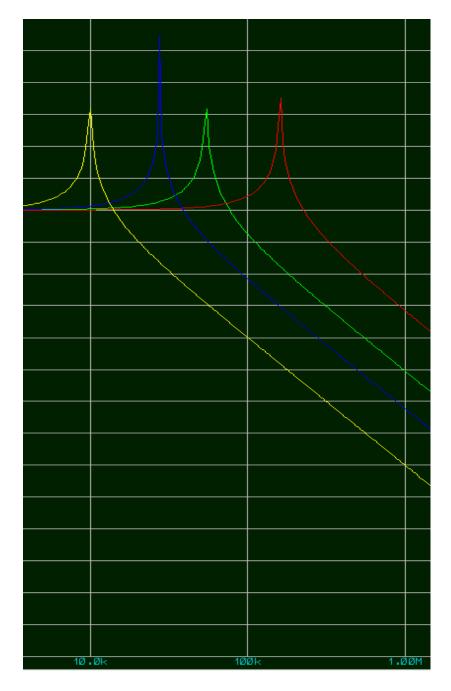


Figura 5.7: Análisis frecuencial en Proteuss. Elaboración propia basada en el circuito de la figura 5.1 evaluado en los valores de la tabla 6.



Número	344	581	1082	967
Frecuencia	9,94kHz	28,1kHz	53kHz	156kHz
limite				

Figura: Análisis frecuencial en Proteuss.

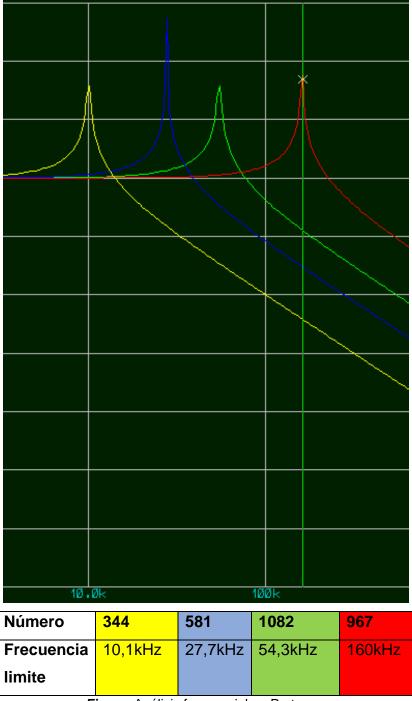


Figura: Análisis frecuencial en Proteuss.

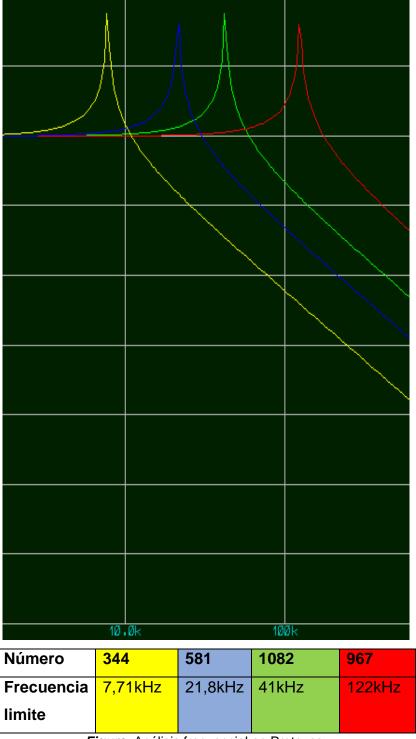


Figura: Análisis frecuencial en Proteuss.

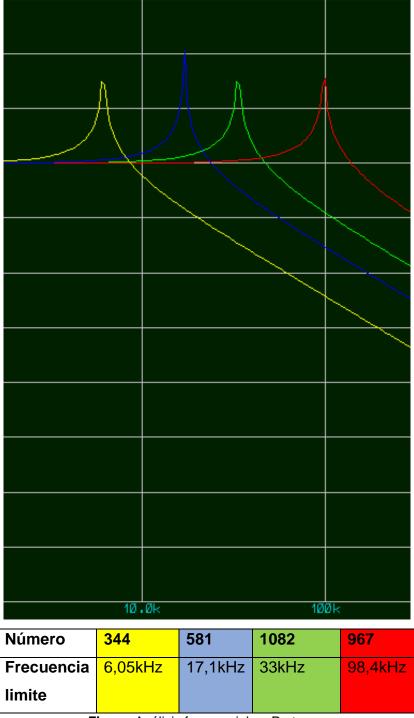
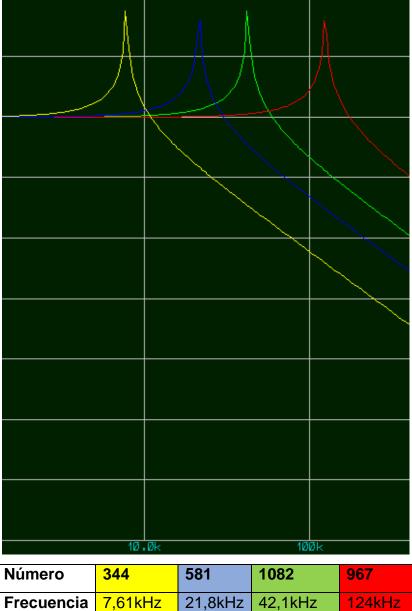


Figura: Análisis frecuencial en Proteuss.



Número	344	581	1082	967
Frecuencia	7,61kHz	21,8kHz	42,1kHz	124kHz
limite				

Figura: Análisis frecuencial en Proteuss.

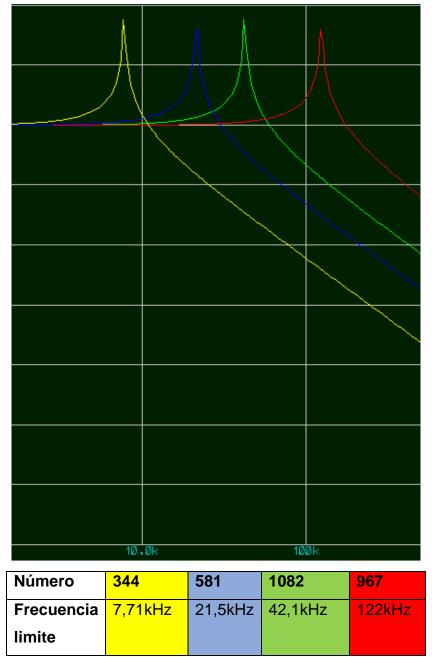


Figura: Análisis frecuencial en Proteuss.

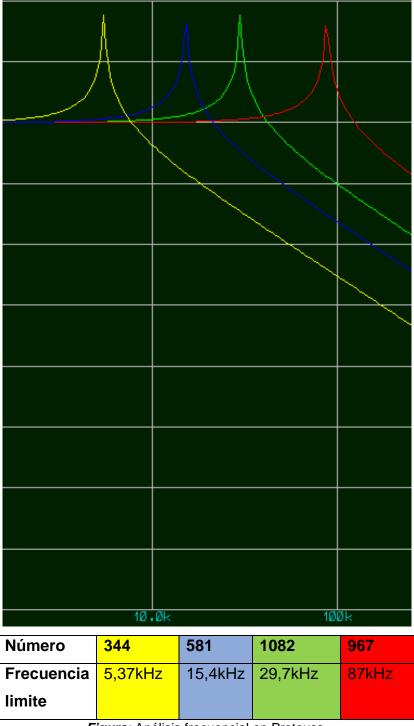


Figura: Análisis frecuencial en Proteuss.

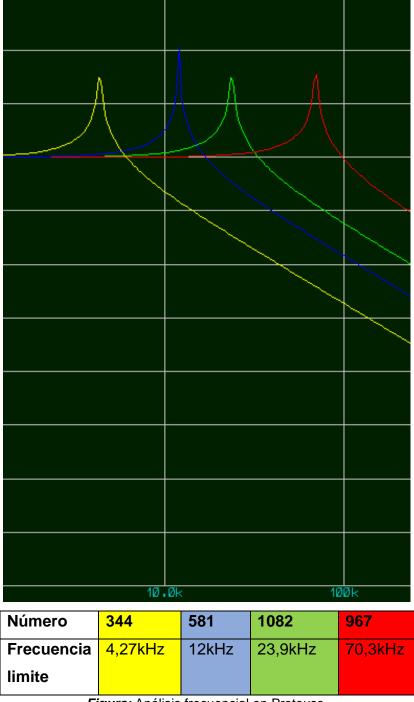


Figura: Análisis frecuencial en Proteuss.

Anexo 2: Conexión de amplificador de instrumentación al acelerómetro.

Salida del sensor

A la salida de nuestro sensor de vibración deberemos obtener voltaje. Los acelerómetros que tienen voltaje a la salida generan una señal de salida en el orden de milivoltios con alta impedancia. Para poder procesar esta señal por equipos de medición debe ser transformada en una señal de voltaje más alto con baja impedancia, lo cual se logra con un amplificador. La fase de entrada de un amplificador incluye un circuito de realimentación capacitiva que estabiliza el efecto de la carga aplicada a la entrada. A la salida del amplificador el voltaje de entrada amplificado.

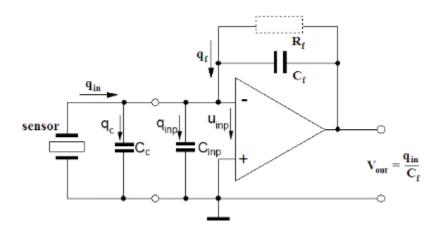


Figura: Diagrama de circuito para amplificador de voltaje de sensor piezoeléctrico. Recuperado de: Studying and modeling vibration transducers and accelerometers.pdf

Modelado del sensor piezoeléctrico

Cc se refiere a la capacitancia del cable, Cinp es la capacitancia de entrada del amplificador y Cf la capacitancia de realimentación. Se puede asumir que el voltaje de entrada en el amplificador Uinp es igual a cero y podemos obtener un voltaje de salida proporcional a la carga de entrada. La resistencia de realimentación Rf tiene la función de contribuir con la estabilidad en voltaje DC del circuito y definir la frecuencia limite más baja del amplificador. El amplificador de carga y otros circuitos forman un circuito propio alimentado por una fuente constante.

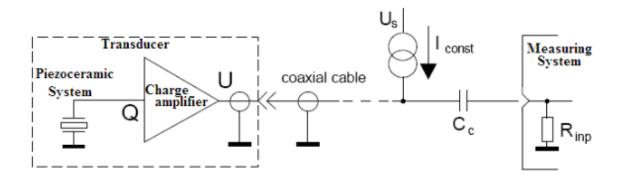


Figura: Diagrama simplificado de conexión del acelerómetro con el amplificador. Recuperado de: Studying and modeling vibration transducers and accelerometers.pdf

La señal de vibración es transmitida a la fuente como voltaje de retorno. La corriente de alimentación y el voltaje de salida serán transmitidos por el mismo cable coaxial. El capacitor Cc es un capacitor de acople y retiene el voltaje de alimentación a la entrada del instrumento de medición enviando una señal ac pura del acelerómetro. Cc y Rinp funcionan como un filtro pasa alto que no interfiere con las señales de baja frecuencia del acelerómetro. La impedancia de salida se encuentra entre los 100 y 300 ohmios. El voltaje DC del sensor sin ser excitado se encuentra entre los 8 y 12 VDC aunque varía según la fuente de corriente y la temperatura.

La sensibilidad de carga o voltaje describen la relación entre la aceleración y la salida. La sensibilidad de voltaje se expresa en mV/g o mV/ms-1.

Acelerómetro y circuito de amplificación

Como sabemos el acelerómetro al ser excitado, brinda una de señal de bajo voltaje con una alta impedancia. Un circuito amplificador de carga tomara la señal del acelerómetro y la convertirá en una señal de alto voltaje y baja impedancia para que un instrumento de medición pueda ser conectado y recopilar la señal del acelerómetro de la mejor forma posible. Tomamos como ejemplo un amplificador de bajo ruido diseñado específicamente para aplicaciones con sensores piezoeléctricos. El amplificador LTC6240 es un amplificador de bajo ruido específico para este tipo de aplicaciones con una ganancia de 100.

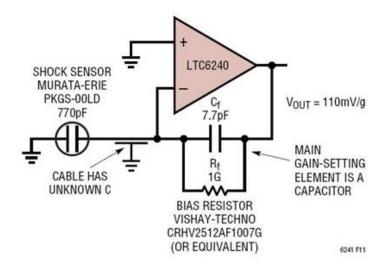


Figura: Diagrama eléctrico de ejemplo de amplificador de voltaje para sensor piezoeléctrico. Recuperado de: http://www.analog.com/en/design-center/reference-designs/circuit-collections/ltc6240-piezoelectric-shock-sensor-amplifier.html#cc-overview

En este modelo de amplificador la capacitancia del cable es despreciada lo cual nos muestra una conexión directa del acelerómetro al amplificador. Nos dice que el elemento de ganancia es el capacitor Cf con un valor de 7,7pF y un resistor para el voltaje bias (alimentación que brinda el instrumento de medición) de valor Rf= 1G Ohm.

Teniendo la referencia de un amplificador para el acelerómetro, podemos simularlo conectándolo al resto del circuito equivalente y comprobando su respuesta. R1 se refiere a Rf = 1 G Ohm y C3 a Cf=7,7pF.

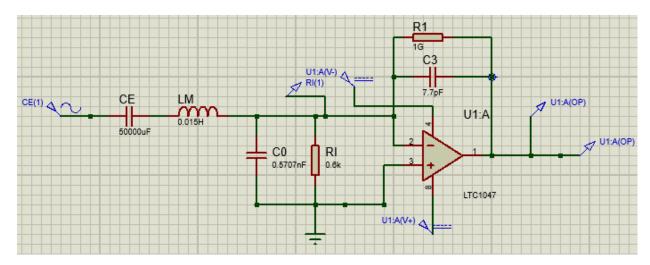


Figura: Diagrama eléctrico de ejemplo de amplificador de voltaje para sensor piezoeléctrico representado en el simulador conectado al acelerómetro. Recuperado de: Proteuss 8 Professional.

Realizamos el análisis en AC para comprobar la efectividad del amplificador.

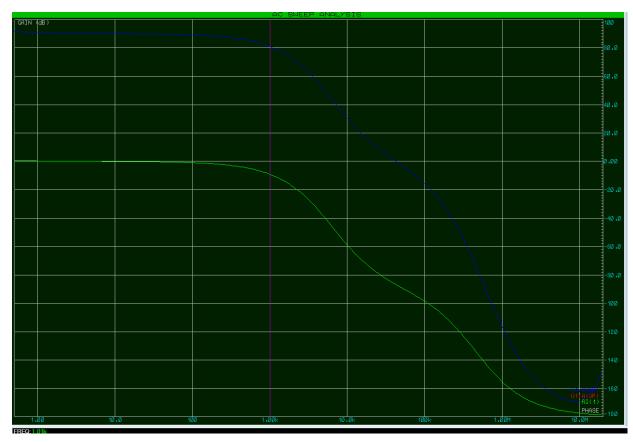


Figura 4.20: Grafica comparativa de la salida del acelerómetro antes y después del circuito amplificador. Recuperado de: Proteuss 8 Professional.

El funcionamiento del amplificador es correcto y nos brinda una ganancia de 535 como nos muestra la gráfica. Se indica la respuesta del acelerómetro antes y después del amplificador.

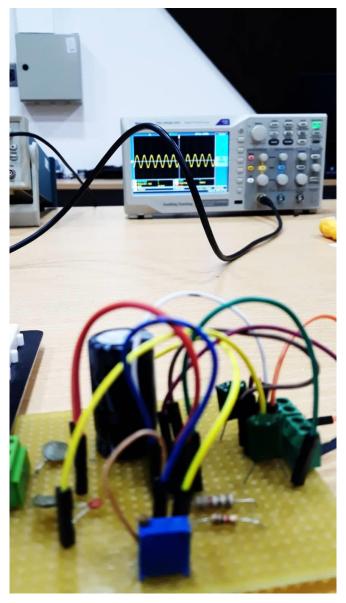


Figura: Circuito del amplificador implementado en baquelita.

Ya con las simulaciones realizadas y verificadas podemos continuar con el diseño de nuestro acelerómetro.

El diagrama de circuito amplificador de instrumentación utilizado es el siguiente:

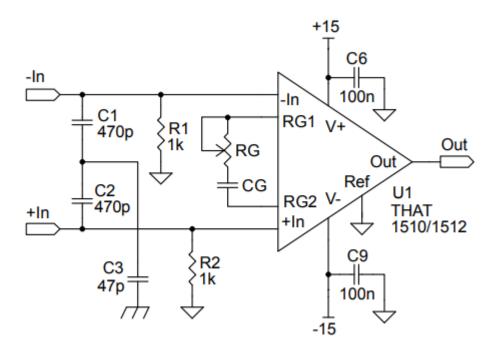


Figura: Diagrama de amplificador de instrumentación.

La URL donde se encuentra el manual es:

http://www.thatcorp.com/datashts/THAT_1510-1512_Datasheet.pdf

Anexo 3: Función evaluada como código en herramienta Curve Fitting de MATLAB

Para realizar la comprobación del prototipo final, se utilizó la herramienta Curve Fitting de MATLAB, la cual hace una regresión N para ajustar una curva a un modelo cuyo comportamiento se basa en una función.

El código de la función es el siguiente:

$$Y=f(x)$$

$$Y = (x^*(f).)/(square(C^2.+(k/x)^2.)$$

El cual pertenece a la ecuación:

$$y = f(x)$$
:

$$y = \frac{x * f(x)}{\sqrt{C^2 + \left((x * m) - \frac{k}{x}\right)^2}}$$