



FACULTAD DE INGENIERÍA Y CIENCIAS APLICADAS

DESEMPEÑO DE DETECTORES MULTIUSUARIO LINEALES EN  
SISTEMAS MIMO MASIVO QUE OPERAN EN CANALES CON  
DESVANECIMIENTO DE TIPO RICE

AUTOR

Vladimir Alejandro Quishpe Sanchez

AÑO

2020



FACULTAD DE INGENIERÍA Y CIENCIAS APLICADAS

DESEMPEÑO DE DETECTORES MULTIUSUARIO LINEALES EN SISTEMAS  
MIMO MASIVO QUE OPERAN EN CANALES CON DESVANECIMIENTO DE  
TIPO RICE

Trabajo de Titulación presentado en conformidad a los requisitos establecidos  
para optar por el título de Ingeniero Electrónico y Redes de Información.

Profesor Guía

PhD. Henry Ramiro Carvajal Mora

Autor

Vladimir Alejandro Quishpe Sanchez

Año

2020

## **DECLARACIÓN DEL PROFESOR GUÍA**

“Declaro haber dirigido este trabajo, Desempeño de detectores multiusuario lineales en sistemas MIMO masivo que operan en canales con desvanecimiento de tipo Rice, a través de reuniones periódicas con el estudiante Vladimir Alejandro Quishpe Sanchez, en el semestre 202020, orientado sus conocimientos y competencias para un eficiente desarrollo del tema escogido y dando cumplimiento a todas las disposiciones vigentes que regulan los Trabajos de Titulación”



---

Henry Ramiro Carvajal Mora

Doctor en Ingeniería Eléctrica en el área de Telecomunicaciones y Telemática

C.I: 1721327862

## DECLARACIÓN DEL PROFESOR CORRECTOR

“Declaro haber revisado este trabajo, Desempeño de detectores multiusuario lineales en sistemas MIMO masivo que operan en canales con desvanecimiento de tipo Rice, del estudiante, Vladimir Alejandro Quishpe Sánchez, en el semestre 202020, dando cumplimiento a todas las disposiciones vigentes que regulen los Trabajos de Titulación”



Nathaly Verónica Orozco Garzón

Doctora en Ingeniería Eléctrica en el área de Telecomunicaciones y Telemática

C.I: 1720938586

## **DECLARACIÓN DE AUTORÍA DEL ESTUDIANTE.**

“Yo, Vladimir Alejandro Quishpe Sanchez, declaro que el presente trabajo de titulación es de mi autoría, todas las fuentes utilizadas para el desarrollo han sido debidamente citadas y se ha respetado la normativa que protege a los autores.”



---

Vladimir Alejandro Quishpe Sanchez

C.I: 1724408313

## **AGRADECIMIENTOS**

En primer lugar, agradezco a Dios, por haberme dado todas las herramientas y la fuerza para llevar a cabo este proyecto. Mi profunda gratitud al Dr. Henry Carvajal, profesor guía de este trabajo de titulación por su fructífero consejo y por su incondicional ayuda. También quiero expresar un sincero agradecimiento a la Dra. Orozco por su imprescindible orientación para cumplir con esta meta profesional. Finalmente, a todo el personal docente de la Universidad de las Américas por la calidad de la educación que me ofrecieron a lo largo de los años y por haber construido el profesional que soy hoy en día.

## **DEDICATORIA**

Dedico este trabajo a mis amados Padres, por todo su apoyo moral y financiero, quienes nunca se rindieron en su misión de verme convertido en un profesional con buenos principios y valores esperando que tengan una larga vida, gracias por todo y que Dios los conserve. También dedico este trabajo a mi esposa Michu por todo su apoyo sentimental e incondicional, quien siempre confió en mí y estuvo presente durante todo este periodo académico con todo su amor y cariño, gracias por todo, TE AMO que Dios te bendiga y te llene de felicidad. Finalmente quiero dedicar este trabajo a mi Hermana, mi Cuñado y Sobrinos para que jamás se rindan y luchen por sus sueños.

## RESUMEN

La necesidad de atender a más dispositivos garantizando velocidades de datos más altas con una mayor confiabilidad y consumir menos energía ha obligado al nacimiento de una nueva generación de comunicaciones móviles, denominada de quinta generación (5G) que se basa, entre otras cosas, en la aplicación de diversas tecnologías entre las que destaca el uso de decenas o cientos de antenas en el receptor, y se conoce como MIMO masivo. En el presente trabajo se evalúa el desempeño de un sistema MIMO masivo que emplea el detector ZF (*Zero Forcing*) y el detector MMSE (*Minimum Mean Square Error*) en canales con desvanecimiento de tipo Rice considerando modulaciones M-QAM. Con este fin se implementaron algoritmos de simulaciones en Matlab para generar curvas de la probabilidad de error de bit (BER) en función de la relación señal a ruido. Además, estas curvas fueron obtenidas modificando parámetros de operación de los sistemas como lo son el número de antenas de recepción, el orden de modulación (M-QAM), la potencia de la componente de línea de vista (LOS) del canal Rice. Los resultados muestran que el detector MMSE logra una BER más baja que el detector ZF, esto último debido a que el detector MMSE reduce el error cuadrático medio entre los bits transmitidos y los estimados por el receptor y lo convierte en el mejor candidato en presencia de ruido, esta mejora es mayor cuando el número de antenas en el receptor se incrementa. Además, se evidencia que el uso de 64-QAM mejora la velocidad de transmisión, pero el rendimiento del sistema se degrada debido a que esta modulación es más susceptible al ruido.

**Palabras clave:** MIMO, MIMO masivo, Canal Rice, Probabilidad de Error de Bit

## ABSTRACT

The need to attend more devices by ensuring higher data rate speeds with greater reliability and less energy consumption has forced the birth of a new generation of mobile communications, denominated fifth generation (5G), that is based, among other things, on the application of various technologies, among which the use of tens or hundreds of antennas in the receiver stands out and it is known as massive MIMO. This work evaluates the performance of a massive MIMO system that uses the ZF (Zero Forcing) detector and the MMSE (Minimum Square Mean Error) detector in channels with Rice-type fading considering M-QAM modulations. To this end, simulation algorithms were implemented in the Matlab software in order to generate bit error rate (BER) curves as function of the signal-to-noise ratio. Furthermore, these curves were obtained by modifying the system operating parameters such as the number of receiving antennas, the modulation order (M-QAM), and the power of the line-of-sight component (LOS) of the Rice channel. The results show that the MMSE detector achieves a lower BER than the ZF detector, this is because the MMSE detector reduces the mean square error between the transmitted bits and estimated bits by the receiver and makes it the best candidate in the presence of noise, this improvement is greater when the number of antennas in the receiver increases. In addition, it is evident that the use of 64-QAM improves the transmission rate, but the performance of the system degrades because this modulation is more susceptible to noise.

**Keywords:** MIMO, massive MIMO, Rice channel, Bit error probability

# ÍNDICE

1. CAPÍTULO I. INTRODUCCIÓN.....	1
2.1 Antecedentes .....	1
1.2 Justificación.....	2
1.3 Objetivos .....	2
1.3.1 Objetivo general.....	2
1.3.2 Objetivos específicos .....	2
2. CAPÍTULO II. CONCEPTOS BÁSICOS .....	3
2.1 Introducción.....	3
2.2 Modulación Digital .....	4
2.2.1 Definición .....	4
2.2.2 Modulación PAM .....	4
2.2.3 Modulación ASK.....	6
2.2.4 Modulación M-QAM.....	7
2.3 Canal Inalámbrico .....	9
2.3.1 Desvanecimiento y Multitrayectos .....	9
2.3.2 Desvanecimiento de Tipo Rayleigh .....	10
2.3.3 Desvanecimiento de Tipo Rice .....	11

2.4 Diversidad .....	12
2.4.1 Diversidad Espacial.....	12
2.5 Sistemas MIMO ( <i>Multiple Input Multiple Output</i> ).....	12
2.5.1 Arquitectura.....	12
2.5.2 SISO ( <i>Single Input Single Output</i> ).....	13
2.5.3 SIMO ( <i>Single Input Multiple Output</i> ).....	13
2.5.4 MISO ( <i>Multiple Input Single Output</i> ).....	14
2.5.5 MIMO ( <i>Multiple Input Multiple Output</i> ).....	15
2.5.6 MIMO Masivo .....	15
3. CAPÍTULO III. IMPLEMENTACIÓN DE DETECTORES LINEALES EN SISTEMAS MIMO MASIVO .....	21
3.1 Introducción.....	21
3.2 Estructura Matricial de las Señales Recibidas .....	22
3.3 LMUD ZF ( <i>Zero Forcing</i> ) .....	25
3.3.1 Complejidad Computacional.....	26
3.4 LMUD MMSE ( <i>Minimum Mean Square Error</i> ).....	27
3.4.1 Complejidad Computacional.....	29

## 4. CAPÍTULO IV. ANÁLISIS DE DESEMPEÑO DE DETECTORES LINEALES EN SISTEMAS MIMO MASIVO

31

4.1 Introducción..... 31

4.2 MIMO - Detector ZF..... 32

4.3 MIMO – Detector MMSE ..... 34

4.4 MIMO Masivo - Detector ZF ..... 36

4.5 MIMO Masivo - Detector MMSE ..... 37

## 5. CAPÍTULO V. CONCLUSIONES, RECOMENDACIONES Y TRABAJOS FUTUROS ..... 39

5.1 Conclusiones..... 39

5.2 Recomendaciones..... 40

5.3 Trabajos Futuros ..... 41

REFERENCIAS..... 41

## ÍNDICE DE FIGURAS

<i>Figura 1.</i> Señal portadora, señal de mensaje y señal PAM modulada.....	5
<i>Figura 2.</i> Modulación ASK ( <i>Amplitud Shift Keying</i> ) .....	6
<i>Figura 3.</i> Diagrama de constelación para las modulaciones, 16-QAM y 64-QAM. .....	8
<i>Figura 4.</i> Propagación multitrayectoria con componentes NLOS.....	10
<i>Figura 5.</i> Propagación multitrayectoria con componentes NLOS y una componente LOS. ....	11
<i>Figura 6.</i> Arquitectura SISO ( <i>Single Input Single Output</i> ) .....	13
<i>Figura 7.</i> Arquitectura SIMO ( <i>Single Input Multiple Output</i> ) .....	14
<i>Figura 8.</i> Arquitectura MISO ( <i>Multiple Input Single Output</i> ).....	14
<i>Figura 9.</i> Arquitectura MIMO ( <i>Multiple Input Multiple Output</i> ).....	15
<i>Figura 10.</i> Sistema MIMO masivo .....	16
<i>Figura 11.</i> Representacion grafica del resultado de el desempeño de las modulaciones 4-QAM, 16-QAM y 64-QAM .....	19
<i>Figura 12.</i> Señales en un sistema MIMO .....	22
<i>Figura 13.</i> Modelo del sistema .....	23
<i>Figura 14.</i> BER en función de la relación $E_b/N_0$ para el detector LMUD ZF en sistemas MIMO parametrizado por el factor $u$ : a) modulación 16-QAM para 2 y 4 usuarios; b) modulación 16-QAM para 3 y 6 usuarios; c) modulación 64-QAM para 2 y 4 usuarios; d) modulación 64-QAM para 3 y 6 usuarios.....	33

*Figura 15.* BER en función de la relación  $E_b/N_0$  para el detector LMUD MMSE en sistemas MIMO parametrizado por el factor  $u$  : a) modulación 16-QAM para 2 y 4 usuarios; b) modulación 16-QAM para 3 y 6 usuarios; c) modulación 64-QAM para 2 y 4 usuarios; d) modulación 64-QAM para 3 y 6 usuarios..... 35

*Figura 16.* BER en función de la relación  $E_b/N_0$  para el detector LMUD ZF en sistemas MIMO masivo parametrizado para un arreglo de 10, 50 y 100 antenas para 10 usuarios: a) modulación 16-QAM para un valor  $u = 0$ ; b) modulación 16-QAM para un valor  $u = 0,5$ ; c) modulación 64-QAM para un valor  $u = 0$ ; d) modulación 64-QAM para un valor  $u = 0,5$  .. 37

*Figura 17.* BER en función de la relación  $E_b/N_0$  para el detector LMUD ZF en sistemas MIMO masivo parametrizado para un arreglo de 10, 50 y 100 antenas para 10 usuarios: a) modulación 16-QAM para un valor  $u = 0$ ; b) modulación 16-QAM para un valor  $u = 0,5$ ; c) modulación 64-QAM para un valor  $u = 0$ ; d) modulación 64-QAM para un valor  $u = 0,5$  .. 38

## ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 1. Número de operaciones complejas requeridas por el LMUD ZF cuando $Y_r > Y_t$ .....	27
Tabla 2. Número de operaciones complejas requeridas por MMSE MUD .....	30

## 1. Capítulo I. Introducción

### 2.1 Antecedentes

En los últimos años, ha habido un gran interés en utilizar arreglos conformados por un número grande de antenas en sistemas de comunicaciones inalámbricos debido a que sugieren grandes ganancias de capacidad. Específicamente, este tipo de técnica implica múltiples antenas de transmisión y de recepción (Jayaweera & Poor, 2003). Y es una de las técnicas que serán empleadas en sistemas móviles de quinta generación (5G) (Peng, Li, Zhao, & Chonggang, 2014).

Los servicios inalámbricos en desarrollo requieren velocidades de datos más altas que las que se ofrecen actualmente. Sin embargo, las bandas de frecuencia son escasas (Telatar, 1995). El desafío de eficiencia de ancho de banda requiere soluciones novedosas tanto en la red como en la capa física. Este último aspecto podría incluir potentes métodos de codificación y modulación, técnicas de adaptación de la transmisión y configuraciones de antenas a fin de incrementar la capacidad de los sistemas. La técnica de múltiples entradas y múltiples salidas (MIMO, del inglés *Multiple Input Multiple Output*) se emplea en sistemas de comunicaciones inalámbricas basada en múltiples antenas de transmisión y de recepción. Esta técnica permite aumentar la eficiencia espectral, y se considera una solución clave para mitigar los efectos del desvanecimiento provocados en canales inalámbricos (Foschini & Gans, 1998).

El modelo más común empleado en el análisis de los sistemas de comunicaciones inalámbricas es el modelo de desvanecimiento de tipo Rayleigh. Este modelo permite analizar el comportamiento de un sistema inalámbrico de  $n$  canales donde no existe línea de vista entre transmisor y receptor. En este modelo, se asumen las ganancias del canal como variables aleatorias Gaussianas complejas de media cero y varianza  $\zeta^2$ . En este sentido, el modelo de desvanecimiento de Rayleigh es un supuesto razonable para muchos entornos inalámbricos en los cuales operan los sistemas de comunicaciones

prácticos. Sin embargo, en entornos donde hay una línea de vista directa entre el transmisor y el receptor la ganancia del canal puede modelarse como una variable aleatoria Gaussiana compleja en la cual una de sus componentes tiene media distinta de cero, dando lugar al modelo de desvanecimiento de tipo Rice (Jayaweera & Poor, 2003). Por lo tanto, es primordial investigar el desempeño de sistemas MIMO en presencia del desvanecimiento de tipo Rice.

Principalmente porque la tendencia de utilizar femto-células aumenta la probabilidad de que exista línea de vista entre el transmisor y recepción (Peng, Li, Zhao, & Chonggang, 2014). Adicionalmente, es importante mencionar que otra tendencia implica el uso de decenas o centenas de antenas en el receptor, lo que se conoce como MIMO masivo (MIMO-M).

## **1.2 Justificación**

Debido a los constantes avances de la tecnología es muy importante evaluar el desempeño de sistemas inalámbricos considerando términos novedosos de transmisión y recepción y diferentes parámetros que afectan el canal de comunicaciones. Es así, que varios sistemas propuestos en la literatura consideran los canales Rayleigh y Rice para evaluar su desempeño. Con el advenimiento de redes móviles 5G, surge también la necesidad de verificar el comportamiento de técnicas como MIMO-M en este tipo de canales.

## **1.3 Objetivos**

### **1.3.1 Objetivo general**

- Evaluar el desempeño de detectores multiusuario lineales en sistemas MIMO-M que operan en canales con desvanecimiento de tipo RICE.

### **1.3.2 Objetivos específicos**

- Estudiar las características del desvanecimiento de tipo RICE, mediante algoritmos de simulación con el método de Monte-Carlo.

- Implementar algoritmos que simulen un sistema MIMO-M en MATLAB® que emplee los detectores multiusuario lineales.
- Graficar curvas de la BER del sistema propuesto y analizar el comportamiento de este parámetro de desempeño en diferentes escenarios de operación.

## **2. Capítulo II. Conceptos Básicos**

### **2.1 Introducción**

El desarrollo de tecnologías inalámbricas hoy en día ofrece nuevas perspectivas en el campo de las telecomunicaciones, a ello se suma la evolución de técnicas de comunicación inalámbrica que ha permitido la manipulación de información a través de unidades de computación portátiles con características especiales (baja capacidad de almacenamiento, una fuente de energía autónoma, etc.). Así, como cada vez es más fácil acceder a los servicios de comunicaciones a través de una interfaz de comunicación inalámbrica. El nuevo entorno resultante denominado entorno móvil, ofrece grandes ventajas, pues, permite unidades informáticas con movilidad libre y no impone restricciones a la ubicación de los usuarios.

Es así que, la movilidad y las nuevas tecnologías de comunicaciones utilizadas, generan nuevos retos específicos para el entorno móvil tales como: desempeño adecuado del sistema, velocidad de transmisión adecuada que puedan ser ofrecidas en estos sistemas en los cuales los recursos son moderados y las fuentes de energía son limitadas.

Ante lo expuesto, es pertinente conocer aspectos básicos relacionados con los sistemas de comunicaciones inalámbricos. De forma particular, en este capítulo presentamos conceptos que permitirán comprender la propuesta planteada en el presente proyecto de titulación.

## **2.2 Modulación Digital**

### **2.2.1 Definición**

En sistemas de comunicaciones digitales, la modulación es un proceso en el cual se transforman los bits en una señal que puede ser transmitida en el canal. También se puede definir como el mapeo de uno o más bits en un solo símbolo que se transmite como una forma de onda, por lo que esta etapa también se conoce como mapeador. El conjunto de formas de onda puede ser representado gráficamente a través de un diagrama de constelación.

Por otra parte, al llegar la señal al receptor, estas formas de onda pasan por un proceso de demodulación y se recuperan los bits de información, la estructura que se encarga de este procedimiento se conoce como demapeador o demodulador.

Algunos esquemas de modulación digital están basados en la técnica de llaveamiento (*keying*), este nombre se deriva de la clave de código Morse utilizada para la señalización telegráfica (Carvajal Mora, 2018). Estos esquemas de modulación se caracterizan porque la señal modulada posee un número limitado de símbolos.

Se tiene varios esquemas de modulación digital basados en llaveamiento, sin embargo, para efectos del presente proyecto, solo se describirán los esquemas de modulación por amplitud de pulso (PAM), modulación por desplazamiento de amplitud (ASK) y modulación de amplitud y cuadratura multinivel (M-QAM).

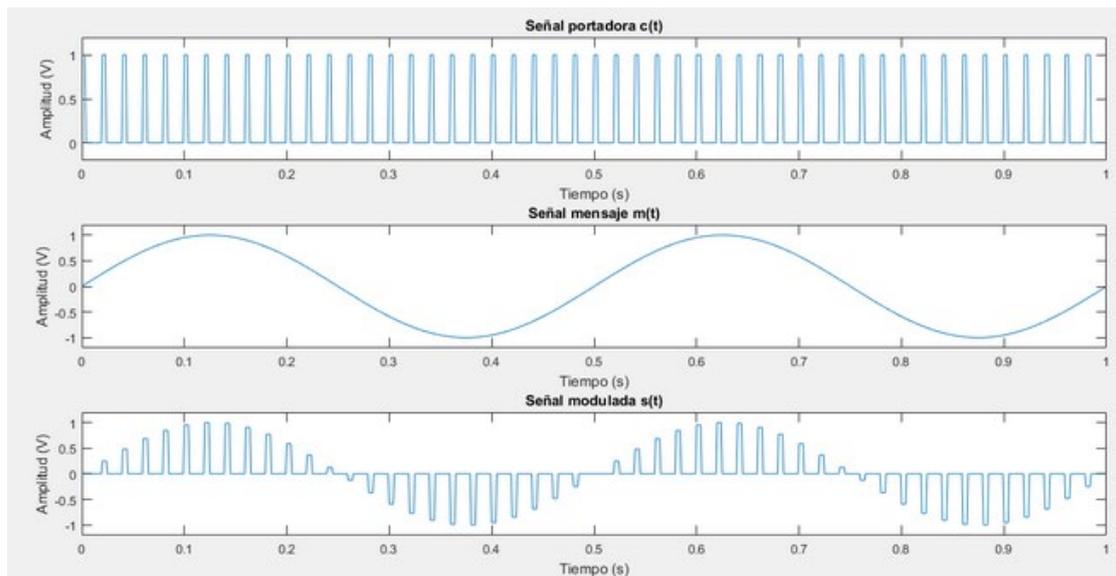
A continuación, se describirá detalladamente el funcionamiento de cada uno de ellos.

### **2.2.2 Modulación PAM**

La modulación PAM consiste en transmitir información modulando las amplitudes de un tren de pulsos, es decir, la señal modulada PAM se obtiene del producto

entre la señal analógica continua y un tren de pulsos de amplitud constante, teniendo como resultado un tren de pulsos modulado en amplitud (Cortes, 2020).

En la figura 1 se muestra el comportamiento de las señales involucradas en el proceso de modulación. La señal mensaje se conoce como señal banda-base y es aquella que lleva la información.



*Figura 1.* Señal portadora, señal de mensaje y señal PAM modulada.

Adaptado de (Cortes, 2020).

La señal modulada PAM se puede escribir mediante la siguiente ecuación:

$$s(t) = \sum_{\ell=-\infty}^{\infty} A_{\ell} p(t - \ell T_s) \quad (1)$$

dónde:

$A_{\ell}$ : es una amplitud perteneciente a la constelación de símbolos.

$T_s$ : duración del símbolo.

$p(t)$ : es un formato de pulso de banda base que satisface el criterio de Nyquist.

Si la señal modulada tiene  $M$  diferentes amplitudes, el esquema de modulación se conocerá como  $M$ -PAM (modulación de amplitud de pulso multinivel), que transmite  $\log_2 M$  bits en cada símbolo.

### 2.2.3 Modulación ASK

Es el resultado de la inclusión de una portadora sinusoidal en el esquema PAM, la portadora sinusoidal asume diferentes amplitudes, pero su frecuencia y fase permanecen constantes. Por lo tanto, se atribuye una combinación única de dígitos binarios para cada amplitud.

La señal modulada ASK se puede escribir de la siguiente forma:

$$s(t) = \sum_{\ell=-\infty}^{\infty} A_{\ell} p(t - \ell T_s) \cos(2\pi f_c t) \quad (2)$$

dónde  $f_c$  es la frecuencia de la señal portadora.

En la figura 2 podemos observar una representación gráfica de una señal ASK, en la cual se puede comprobar que cuando se detecta la presencia de un 1v, la portadora tiene un valor de amplitud máximo.

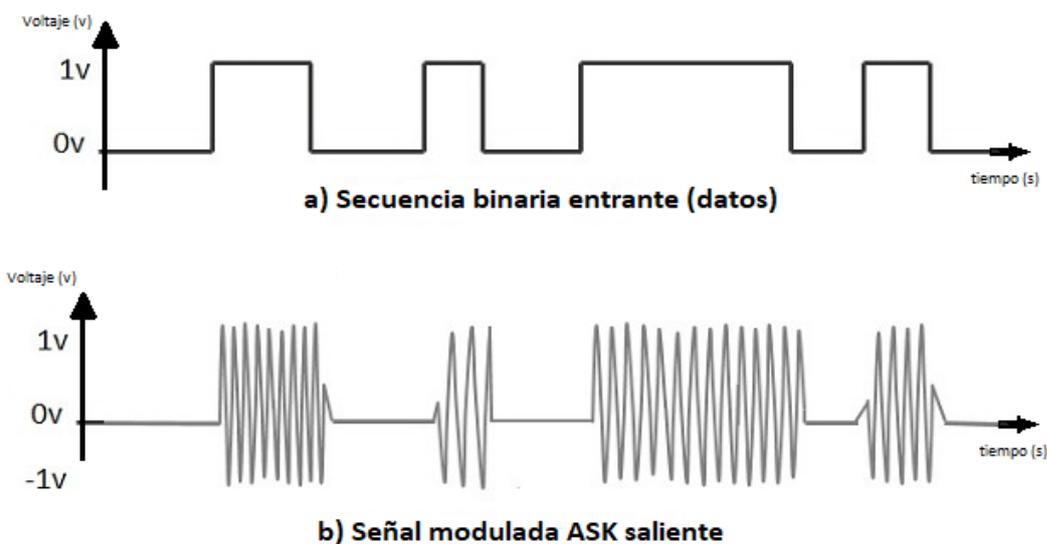


Figura 2. Modulación ASK (*Amplitud Shift Keying*)

Por otra parte, cuando el valor detectado es 0v la amplitud de la portadora es cero (figura 2b). Esto se debe a que En la modulación ASK (ASK), la amplitud de una señal portadora se conmuta entre dos valores en respuesta a un código binario (figura 2a).

#### 2.2.4 Modulación *M*-QAM

Este esquema transmite la información modulando las amplitudes en dos portadoras sinusoidales, para lo cual, utiliza el esquema de modulación ASK. Estas ondas portadoras de la misma frecuencia están desfasadas entre sí por  $\pi/2$  radianes, lo que permite que estas portadoras no interfieran entre sí y así puedan ser transmitidas utilizando el mismo ancho de banda. Debido a que esta modulación usa eficientemente el espectro radioeléctrico, ha sido utilizada ampliamente en las últimas generaciones de sistemas celulares (Barry, Lee, & Messerschmitt, 2004).

Para la modulación *M*-QAM, hay  $M = 2^k$  formas de onda, donde  $k \geq 2$  representa el número de bits que se transmiten por símbolo y *M* se conoce como el orden de modulación. Si *k* es un número par, entonces la constelación *M*-QAM se puede obtener como el producto cartesiano de dos constelaciones  $\sqrt{M}$  – ASK, uno para el componente en fase y otro para el componente de cuadratura (Barry, Lee, & Messerschmitt, 2004).

La figura 3 muestra como ejemplo las constelaciones de las modulaciones 16-QAM y 64-QAM, respectivamente. Donde se puede observar que para ambas modulaciones se tiene una amplitud la cual puede ser interpretada como la distancia con respecto al centro y también una fase la cual corresponde a los grados con respecto a la línea vertical. Para 64-QAM se pueden enviar más bits que en 16-QAM, 6 por cada de muestra, en lugar de 4.

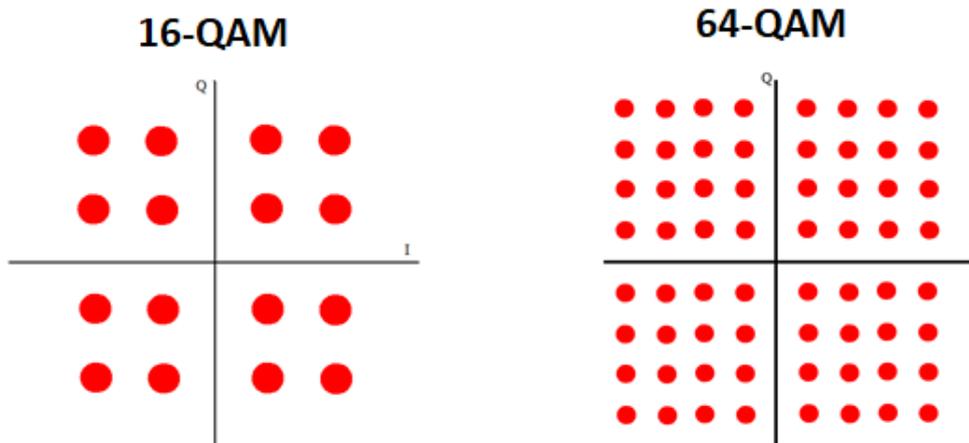


Figura 3. Diagrama de constelación para las modulaciones, 16-QAM y 64-QAM.

Por lo tanto, la constelación en banda base equivalente  $M$ -QAM se puede representar a través de la siguiente ecuación, en la cual el pulso banda base ha sido omitido por simplicidad.

$$\mathcal{S} = \pm(2s_1 - 1)A \pm i(2s_2 - 1)A, \quad (3)$$

$$s_1, s_2 \in \{1, 2, \dots, \sqrt{M}/2\}$$

dónde:

$A$  es la amplitud de la señal,  $i = \sqrt{-1}$ ,  $(2s_\ell - 1)A$  corresponde a un símbolo perteneciente a una constelación  $M$ -ASK banda-base equivalente, o equivalente a una constelación  $M$ -PAM.

La energía por símbolo en una señal  $M$ -QAM es  $E_s = \frac{1}{2} \overline{s^2} T_s$ , donde  $\overline{s^2}$  es la potencia media de la constelación banda base.

La relación entre la energía del símbolo y la energía del bit se obtiene como  $E_b = E_s / k$ , donde  $k$  representa el número de bits que se transmiten por cada símbolo, por lo tanto  $E_b = E_s / \log_2 M$ , ya que  $M = 2^k$ .

Del análisis anterior, se obtiene la potencia total de cada constelación  $\sqrt{M} - ASK$  como:

$$\begin{aligned}
 s^2_{\sqrt{M}-ASK} &= \sum_{\ell=1}^{\sqrt{M}/2} \{[-(2\ell - 1)A]^2 + [(2\ell - 1)A]^2\} \\
 &= \frac{1}{3}\sqrt{M}(M - 1)A^2
 \end{aligned} \tag{4}$$

En la constelación  $M$ -QAM, cada alfabeto  $\sqrt{M} - ASK$  se emplea  $2\sqrt{M}$  veces. Por lo tanto, la potencia total de la constelación  $M$ -QAM es  $2\sqrt{M}$  veces la potencia total de la constelación  $M$ -ASK. Además, como la constelación  $M$ -QAM tiene  $M$  símbolos, la potencia media de la constelación banda base equivalente se puede obtener a partir de:

$$\begin{aligned}
 \overline{s^2} &= \frac{2\sqrt{M}}{M} s^2_{\sqrt{M}-ASK} \\
 &= \frac{2}{3}(M - 1)A^2
 \end{aligned} \tag{5}$$

## 2.3 Canal Inalámbrico

### 2.3.1 Desvanecimiento y Multitrayectos

En un sistema inalámbrico, el entorno del sistema de transmisión modifica la onda transmitida debido a la presencia de diferentes fenómenos. El receptor puede recibir la misma señal desde varias rutas diferentes, ya que las señales transmitidas pueden reflejarse en una superficie como el suelo, edificios, etc. En la práctica, es común que dos o más fenómenos afecten simultáneamente a una señal. Este efecto se llama propagación por trayectos múltiples, como resultado se genera un fenómeno denominado desvanecimiento que afecta a la señal en pequeña escala, es decir, describe la fluctuación rápida de la amplitud de la señal

durante un corto periodo de tiempo o una pequeña distancia (Proakis & Salehi, 2008).

### 2.3.2 Desvanecimiento de Tipo Rayleigh

En este caso, la señal compleja recibida está conformada por una gran cantidad de rutas indirectas, es decir, que no existe línea de vista (NLOS) entre el transmisor y el receptor. Estas réplicas de la señal viajando en diversas rutas tienen amplitudes y fases aleatorias, independientes y distribuidas uniformemente. La envolvente de esta señal ( $\alpha$ ) sigue una distribución de Rayleigh, cuya función densidad de probabilidad (PDF) se define como (Papoulis & Pillai, 2002):

$$f(\alpha) = \frac{\alpha}{\sigma^2} \exp\left(-\frac{\alpha^2}{2\sigma^2}\right), \quad \alpha \geq 0, \quad (6)$$

dónde:

$\sigma^2$  es la varianza de las variables aleatorias gaussianas reales de media cero que generan la variable aleatoria de Rayleigh.

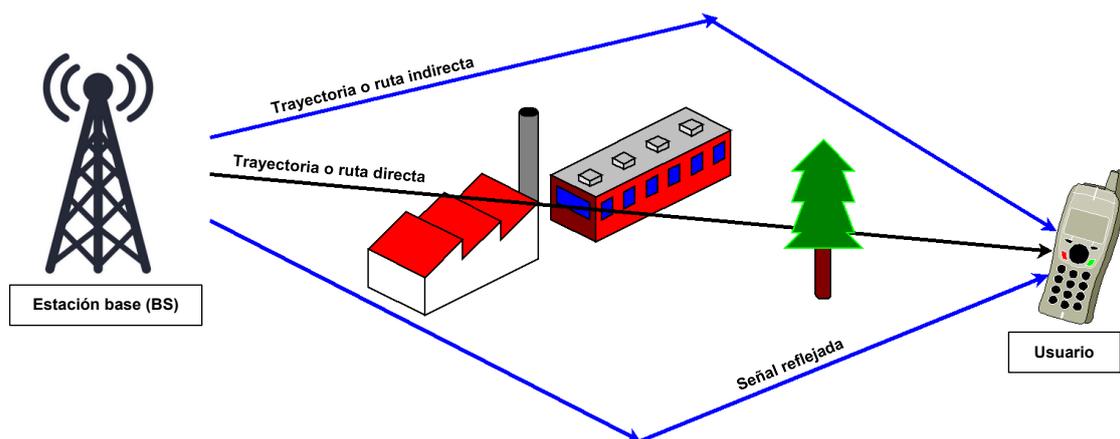


Figura 4. Propagación multitrayectoria con componentes NLOS.

### 2.3.3 Desvanecimiento de Tipo Rice

El desvanecimiento se modela como una variable aleatoria de tipo Rice cuando además de las réplicas de la señal que llegan al receptor por múltiples trayectos, esta señal viaja también por una ruta directa entre el transmisor y el receptor, es decir, existe línea de vista (LOS) entre varios dispositivos. Como resultado, la PDF de la envolvente de la señal compleja recibida obedece a la distribución de Rice definida por (Papoulis & Pillai, 2002):

$$f(\alpha) = \frac{\alpha}{\sigma^2} \exp\left(-\frac{\alpha^2 + u^2}{2\sigma^2}\right) I_0\left(-\frac{\alpha u}{\sigma^2}\right), \quad \alpha \geq 0, \quad (7)$$

dónde  $u$  es la amplitud de la señal que viaja en el trayecto LOS y  $I_0$  representa la función Bessel modificada del primer tipo y orden cero (Papoulis & Pillai, 2002), que está definida por:

$$I_0(\alpha) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k (\alpha/2)^{n+2k}}{k! (n+k)!} \quad (8)$$

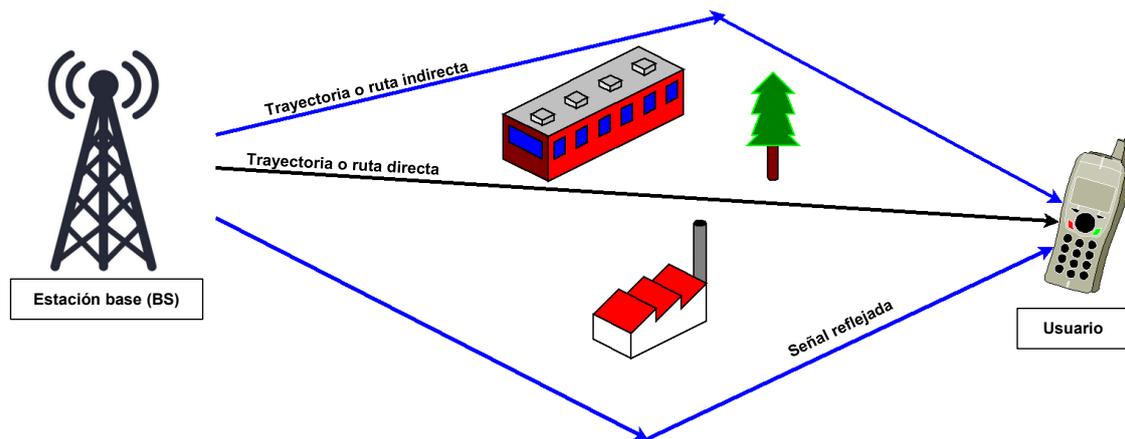


Figura 5. Propagación multitrayectoria con componentes NLOS y una componente LOS.

## 2.4 Diversidad

### 2.4.1 Diversidad Espacial

En los sistemas inalámbricos, una de las técnicas más utilizadas es la diversidad espacial, la cual consiste en utilizar varias antenas en el receptor. Si estas antenas son separadas una distancia considerable, entonces se garantiza, que las señales que llegan a diferentes antenas sean afectadas por desvanecimiento independiente, y, por lo tanto, la probabilidad de que todas las réplicas de la señal sean afectadas en gran manera disminuye (Proakis & Salehi, 2008).

Teóricamente, las señales recibidas en dos antenas separadas una distancia  $d = \lambda/2$  se ven afectadas por desvanecimientos independientes, donde  $\lambda$  denota la longitud de onda, que se calcula como  $\lambda = c/f_c$ , donde  $c$  es la velocidad de la luz y  $f_c$  es la frecuencia de la portadora (Jakes, 1974). No obstante, la distancia aplicada a las antenas en la BS (estación base del inglés *Base Station*) es considerablemente mayor que  $\lambda/2$  para garantizar diversidad. Esto se debe a que, a medida que aumenta la distancia, disminuye la correlación entre desvanecimientos.

## 2.5 Sistemas MIMO (*Multiple Input Multiple Output*)

### 2.5.1 Arquitectura

La principal fuente de perturbación de una señal durante su propagación, es el canal. De hecho, debido a los fenómenos de propagación por trayectos múltiples, la señal sufre desvanecimientos, cambios de frecuencia o incluso cambios temporales como se ha explicado en secciones anteriores. A diferencia de los sistemas convencionales, los sistemas MIMO aprovechan estos tipos de propagación para mejorar el rendimiento del sistema, en términos de la relación señal-ruido y, por lo tanto, la tasa de error de bits. A continuación, los diferentes tipos de arquitectura MIMO serán definidos (Bouaziz, 2015).

### 2.5.2 SISO (*Single Input Single Output*)

Es la arquitectura más simple que utiliza una sola antena en transmisión y otra en recepción. En este caso, no existe diversidad y la velocidad de transmisión no es alta debido a que solo se emplea una antena de transmisora. En la figura 6 se puede observar una representación grafica de un sistema SISO en el cual se representa una antena de transmisión y una antena de recepción.



Figura 6. Arquitectura SISO (*Single Input Single Output*)

### 2.5.3 SIMO (*Single Input Multiple Output*)

Es una técnica que utiliza varias antenas receptoras para combatir el desvanecimiento del canal (Moussa, 2013). La señal recibida se combina en el receptor utilizando las denominadas técnicas de combinación.

La técnica de combinación que maximiza la relación señal ruido es la combinación de máxima razón (MRC) (Proakis & Salehi, 2008). Desafortunadamente, esta técnica maximiza también la interferencia, por lo que es considerada como una técnica de detección de un solo usuario. La figura 7 muestra un diagrama de un sistema SIMO en el cual se representa una sola antena de transmisión y dos antenas de recepción, cabe recalcar que el sistema puede ser aplicado para dos o más de recepción.

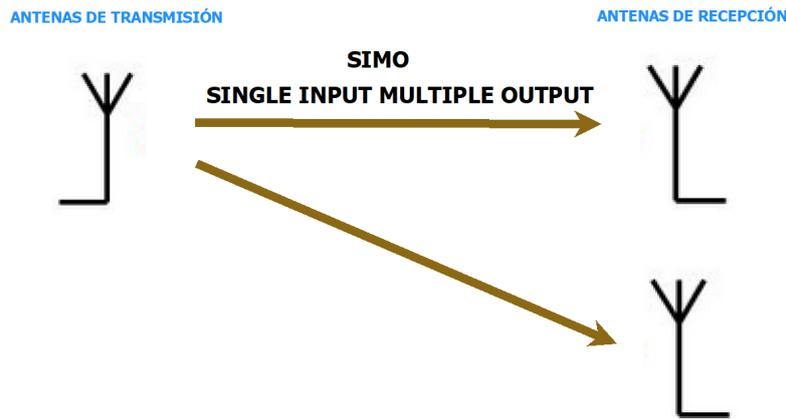


Figura 7. Arquitectura SIMO (*Single Input Multiple Output*)

#### 2.5.4 MISO (*Multiple Input Single Output*)

Es una técnica de diversidad espacial en transmisión. Es decir, varias antenas transmiten señales que son receptadas por una sola antena en el dispositivo receptor. En la figura 8 se puede observar un diagrama de un sistema MISO en el cual podemos observar dos antenas de transmisión y una sola antena de recepción, al igual que la subsección anterior, cabe recalcar que el sistema puede ser aplicado para dos o más antenas de transmisión.

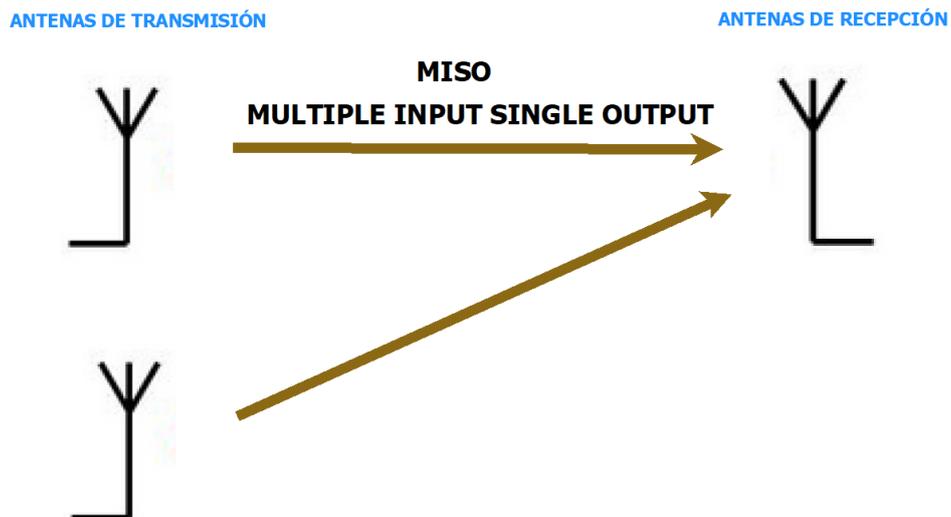


Figura 8. Arquitectura MISO (*Multiple Input Single Output*).

### 2.5.5 MIMO (*Multiple Input Multiple Output*)

En la tecnología MIMO (del inglés - *Multiple Input Multiple Output*), se utilizan múltiples antenas de transmisión y recepción simultáneamente, lo cual genera ganancias significativas en términos de desempeño y eficiencia espectral. En desempeño porque se obtiene diversidad y en eficiencia espectral, porque varios usuarios (o varias antenas) pueden transmitir de forma simultánea sobre el mismo canal de comunicaciones. Un sistema MIMO con M antenas transmisoras y N antenas receptoras también se conoce como el sistema  $M \times N$  (Kneidel, 2010). En la figura 8 se puede observar la representación gráfica de un sistema MIMO en el cual podemos observar la representación grafica de lo mencionado al principio de esta subsección, es decir, se puede observar múltiples antenas de transmisión, así como múltiples antenas de recepción, de igual manera cabe recalcar que el sistema puede ser aplicado a dos o más antenas de transmisión y recepción.

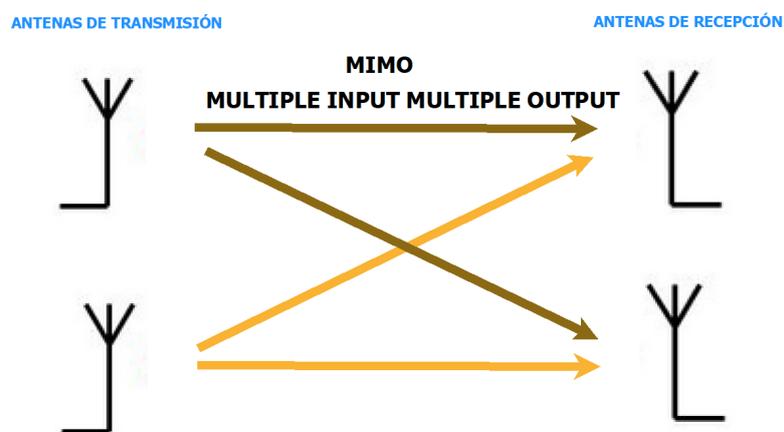


Figura 9. Arquitectura MIMO (*Multiple Input Multiple Output*).

### 2.5.6 MIMO Masivo

Esta tecnología se basa en el uso de múltiples antenas a nivel del transceptor para de esta manera mejorar la eficiencia en la transmisión.

Para aumentar la capacidad de transmisión para uno o más usuarios, varios transceptores transmiten a través de antenas separadas en canales de propagación que no están correlacionados, de la misma manera, se transmite a través de varias antenas y combinadas en el receptor con el fin de mejorar la calidad de la señal. El alto número de antenas que ofrece los sistemas MIMO masivo permite que sea posible combinar estos dos enfoques.

Cuando un sistema de antenas maneja tanto la multiplexación espacial como la formación de haz se habla entonces de un sistema MIMO masivo. Si MIMO masivo se aplica solamente a las estaciones base los terminales también se encuentran equipados con un número creciente de antenas para la implementación de tecnologías MIMO (Rohde & Schwarz GmbH & Co. KG, 2019).

En la figura 10 podemos observar la representación gráfica de un sistema MIMO masivo en donde, pueden existir  $M$  antenas transmisoras y  $N$  antenas receptoras donde tanto el valor de  $M$  como de  $N$  toma valores de antenas elevados del orden de las decenas o incluso de las centenas.

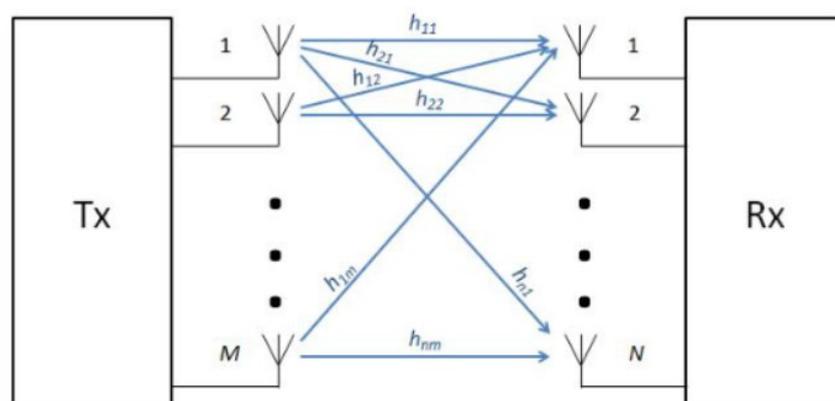


Figura 10. Sistema MIMO masivo

Un sistema MIMO masivo puede ser de dos tipos: SU-MIMO (del inglés, *Single User MIMO*) y MU-MIMO (del inglés, *Multi User MIMO*).

SU-MIMO es la tecnología MIMO que es aplicada a un solo usuario, es decir, se establece una comunicación entre una única BS y un único usuario. Por otra parte, MU-MIMO es una tecnología mejorada que permite a varios usuarios comunicarse con varias BS al mismo tiempo.

En el presente trabajo de titulación se utilizará la detección MU-MIMO, ya que además de aprovechar el uso de muchas antenas transmitiendo y recibiendo información de manera simultánea, también aprovecha la multiplicidad de usuarios.

## **2.6 Parámetro de Desempeño: Probabilidad de Error de Bit (BER)**

La tasa de error de bits o probabilidad de error de bit, se utiliza para cuantificar el desempeño de un sistema de telecomunicaciones. Se considera un indicador clave pues permite evaluar el desempeño de sistemas digitales en función de los niveles de relación señal a ruido (Zhang, Zoey, 2016).

La BER es aplicable en varios sistemas que incluyen radioenlaces de datos, fibra óptica, Ethernet, o cualquier sistema de transmisión de datos que de alguna forma pueda verse afectado por ruido, interferencia o fluctuación de fase que causan degradación de la señal digital.

La BER se puede definir como el número de bits que llegan con error al receptor dado que una cadena extensa de bits fue transmitida. Se puede expresar a través de la siguiente ecuación:

$$BER = \frac{\text{Número de bits recibidos con error}}{\text{Número de bits transmitidos}} \quad (9)$$

De acuerdo a la definición de frecuencia relativa de la probabilidad, para que el valor de la BER sea preciso, el número de bits transmitidos debe ser un valor grande, de hecho, debe tender al infinito.

Si la relación señal a ruido en el canal es alta, entonces la BER será muy pequeña e incluso llegaría a ser insignificante por lo que no causaría ningún

efecto notable sobre el desempeño global del sistema. Por otro lado, si el ruido tiene una potencia grande en comparación con la potencia de la señal recibida, entonces la BER puede ser alta y el sistema no operará de forma adecuada. De manera particular, el ruido puede ser modelado por una variable aleatoria Gaussiana de media cero y varianza  $\sigma_n^2$ .

Otras de las razones principales para la degradación de la BER de un sistema de telecomunicaciones, son el desvanecimiento y la interferencia. Ambos fenómenos tienen un comportamiento aleatorio. Como fue indicado en secciones anteriores, el desvanecimiento puede ser modelado por variables aleatorias distintas en función del escenario de transmisión (Zhang, Zoey, 2016). Por otra parte, la interferencia puede ser mitigada utilizando detectores multiusuario.

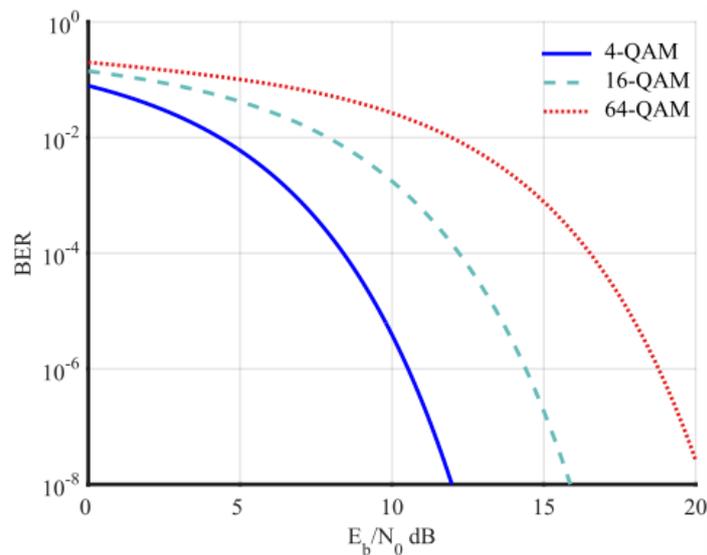
Por lo antes indicado, el desempeño del sistema puede ser afectado por una serie de factores, sin embargo, a través de la manipulación de variables de operación que pueden ser controladas es posible optimizar el sistema para proporcionar los niveles de rendimiento requeridos. Este proceso se lleva a cabo normalmente en las etapas de diseño de un sistema de transmisión de datos para que los parámetros de desempeño puedan ser de forma adecuada (Zhang, Zoey, 2016). A parte del ruido y el desvanecimiento, existen otros factores que pueden comprometer el desempeño del sistema. Estos factores se detallan a continuación.

- Interferencia: Es toda señal indeseable que afecta a la señal de interés. Los niveles de interferencia presentes en un sistema se establecen generalmente por factores externos. En función del tipo de interferencia, esta puede ser altamente mitigada usando detectores multiusuario. Por otra parte, existe otro tipo de interferencia, como la de co-canal en sistemas celulares, que puede ser reducida pero no puede ser completamente eliminada.

- Orden de la modulación: El esquema de modulación y el orden de modulación empleados afectan directamente el desempeño del sistema. Existe un compromiso entre el orden de la modulación y la BER. Así, para un mismo valor

de relación señal a ruido, una modulación más baja (como 4-QAM) tendrá un buen desempeño, pero la velocidad de transmisión del sistema será baja. Por otra parte, un orden de modulación alta (como 64-QAM) garantiza una buena eficiencia espectral, pero el desempeño puede no ser bueno para una baja relación señal a ruido.

En la figura 11 podemos observar, el resultado del análisis de desempeño de las técnicas de modulación 4-QAM, 16-QAM y 64-QAM, en las cuales se puede concluir que, mientras el orden de la modulación es mayor su desempeño es menor debido a que la BER disminuye, a pesar de garantizar una mayor velocidad de transmisión de datos.



*Figura 11.* Representación grafica del resultado de el desempeño de las modulaciones 4-QAM, 16-QAM y 64-QAM

## 2.7 Método de Monte-Carlo para Simulaciones

Los métodos de Monte Carlo hacen posible estimar cantidades usando la simulación de variables aleatorias, dando solución a gran parte de problemas matemáticos haciendo experimentos con muestreos estadísticos en una computadora (Villafuerte Urbina, 2016).

En este caso la generación de valores aleatorios se asocia a las variables aleatorias gaussianas para comprobar el desempeño de los detectores lineales presentados en subcapítulos anteriores, con el Método de Montecarlo el análisis del desempeño de los detectores lineales (ZF y MMSE) se puede realizar de manera más general ya que nunca se repite un mismo patrón, teniendo como resultado datos estadísticos que nos permitan estudiar el comportamiento de los detectores ya mencionados.

El desarrollo del presente proyecto de titulación se realiza utilizando la herramienta de software para simulaciones llamada MATLAB®, el cual, mediante el método de Montecarlo realiza la distribución de variables aleatorias gaussianas a través de varias iteraciones dentro de su estructura que es establecida para entornos reales, mientras mayor es el número de iteraciones mayor es el grado de aproximación al funcionamiento del sistema en la realidad.

A continuación, se demostrará el beneficio del método de Monte-Carlo mediante un ejemplo en el cual se estimará el valor de  $\pi$ .

El método de Buffon, que utiliza una serie de líneas paralelas y agujas, cuya longitud está relacionada con la distancia entre las líneas paralelas mencionadas, serán lanzadas y éstas determinarán el ángulo en el que estas agujas cruzan la línea y ayudarán a la medición de  $\pi$  (Addati, Celano, & Churruarin, 2016).

Se considera un círculo con una unidad de radio centrada en el origen. El área del círculo en el primer cuadrante es  $\pi/4$ . Una forma de resolver este problema es utilizando el método de Monte Carlo, mediante el siguiente procedimiento:

- Generar un par de números aleatorios  $(x, y)$
- Determinar un punto en el primer cuadrante de coordenadas  $(x, y)$
- Determinar la distancia  $D$  del punto  $(x, y)$  al origen,  $D = \sqrt{x^2 + y^2}$

- Examinar si la distancia  $D$  es mayor o menor al radio
- Considerar como “éxito” los puntos que se den lugar dentro del círculo y “fracaso” a los que estén fuera
- Calcular las proporciones de “éxito” y “fracaso”

Por lo expuesto se puede concluir que la simulación de Monte Carlo nos proporciona un sinnúmero de combinaciones para evaluar escenarios que no entendemos a primera vista.

### 3. Capítulo III. Implementación de Detectores Lineales en Sistemas MIMO Masivo

#### 3.1 Introducción

En sistemas MIMO masivo la complejidad de detección de la señal se puede tornar elevada debido a que se emplea un número grande de antenas, por lo tanto, se pueden utilizar diferentes tipos de detectores lineales multiusuario (LMUD, del inglés *linear multiuser detector*). Este tipo de detectores destaca por su desempeño y fácil implementación. Así, tenemos a los detectores LMUD ZF (*Zero Forcing*) y LMUD MMSE (*Minimum Mean Square Error*).

Los LMUD se basan en una transformación lineal,  $\mathbf{W}$ , del vector recibido que luego es seguida por una cuantización al alfabeto de símbolos, la cuantización es realizada por el demapeador en el receptor en la BS y este permite recuperar los bits transmitidos. La transformación lineal consiste en un banco de filtros que puede ser diseñado con dos criterios diferentes que conducen al ZF MUD o al MMSE MUD (Verdú, 1998). Así, la salida de MUD antes del cuantizador (*demapper*) se puede obtener aplicando la siguiente ecuación:

$$\mathbf{Z} = \mathbf{W}\mathbf{y}, \quad (10)$$

donde  $y$  es un vector que contiene las muestras recibidas en las antenas. Este vector se analiza con más detalle en este capítulo en la sección 3.2. Por lo tanto, a continuación, vamos a presentar la implementación de los detectores antes mencionados, para lo cual, en primer lugar, se describirá la estructura matricial de las señales recibidas. Posterior a esto se definirán el LMUD ZF y el LMUD MMSE.

Lo restante de este capítulo se organiza de la siguiente manera: en la Sección 3.2 se analiza la estructura matricial de las señales recibidas. En la Sección 3.3 se presente la implementación para el LMUD ZF, de la misma forma el LMUD MMSE será descrito en la Sección 3.4.

### 3.2 Estructura Matricial de las Señales Recibidas

Considere un sistema MIMO con  $Y_t$  antenas en el transmisor y  $Y_r$  antenas en el receptor como se muestra en la Figura 12.

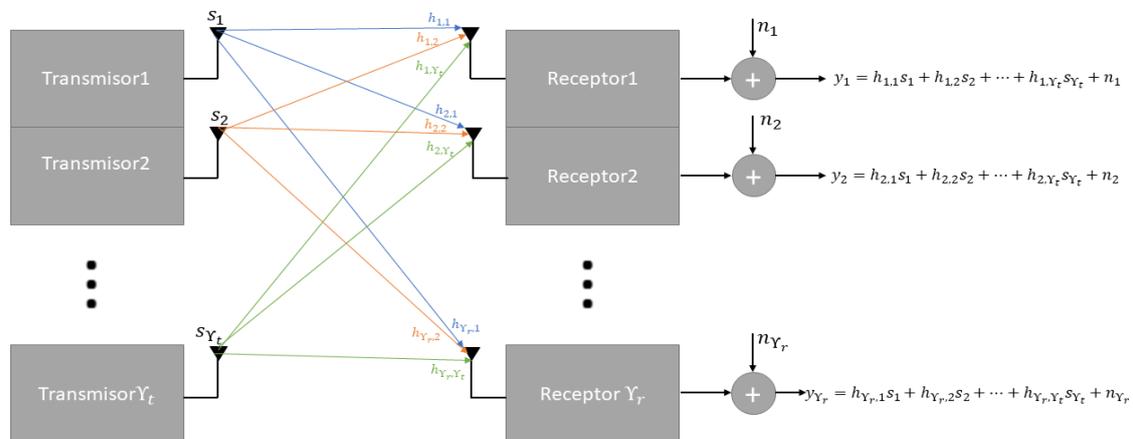


Figura 12. Señales en un sistema MIMO

En la Figura 13 se muestra un diagrama de bloques del modelo del sistema de transmisión y recepción oportunista. En dónde en primera instancia se forman los bits de manera aleatoria a partir de una señal entrante que ingresa a través de un conversor analógico digital, luego estos bits se mapean y generan símbolos de salida que posteriormente serán multiplicados por el

desvanecimiento  $a(t)$  que posteriormente para el receptor se sumará ruido  $n(t)$ . Esta señal se recibe en un filtro el cual maximizará la relación señal a ruido posterior a ello esta misma señal será enviada al demapeador, que finalmente se decide el símbolo transmitido y pasa a un conversor digital analógico entregando la señal saliente.

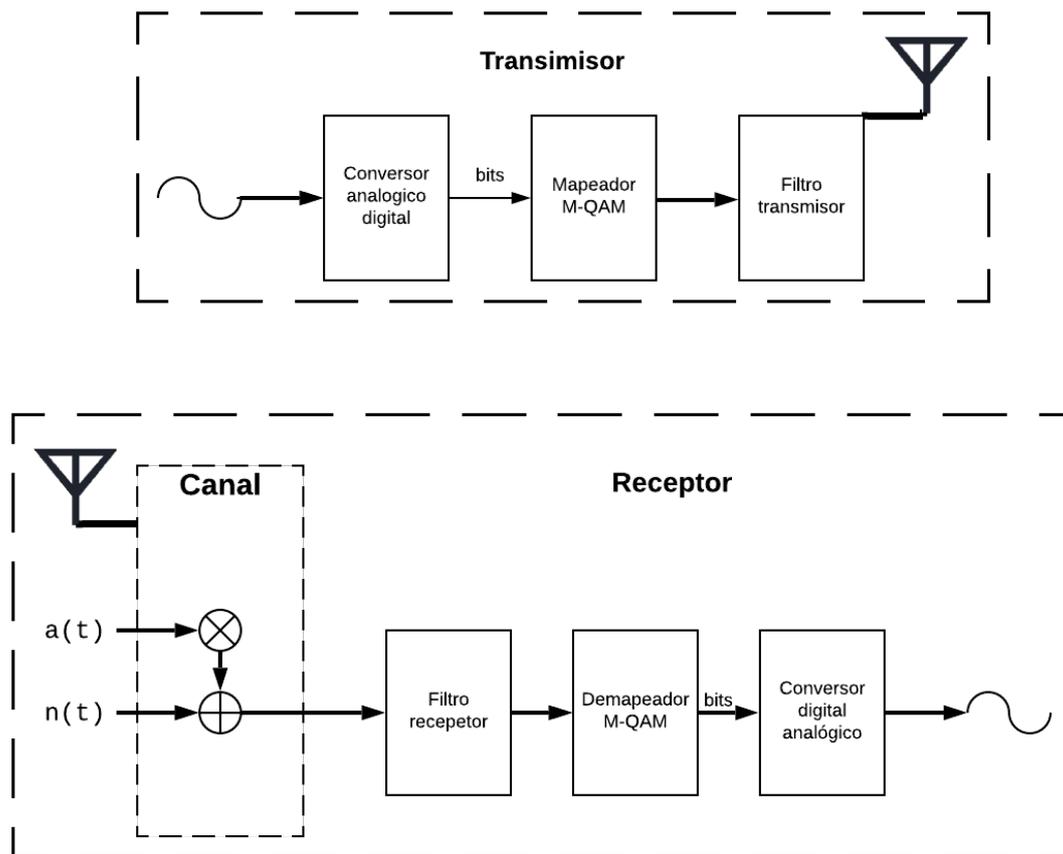


Figura 13. Modelo del sistema

Después de la fase de demodulación en el receptor, las muestras recibidas en el arreglo de antenas pueden ser escritas en forma matricial, esto es:

$$\mathbf{y} = \mathbf{H}\mathbf{s} + \mathbf{n} \quad (11)$$

dónde  $\mathbf{y}$  es un vector de dimensiones  $Y_r \times 1$  que contiene las muestras recibidas en las  $Y_r$  antenas. Por lo tanto, se puede escribir como:

$$\mathbf{y} = [y_1, y_2, \dots, y_{Y_r}]^T \quad (12)$$

dónde  $(\cdot)^T$  denota transpuesto y,  $y_k \in \mathbb{C}$  es la señal recibida en la  $k$ -ésima antena, eso indica que,  $y_k$  es un número complejo. Además,  $\mathbf{H}$  es una matriz de dimensiones  $Y_r \times Y_t$  que contiene las ganancias de canal, por lo tanto:

$$\mathbf{H} = \begin{pmatrix} h_{1,1} & h_{1,2} & \cdots & h_{1,Y_t} \\ h_{2,1} & h_{2,2} & \cdots & h_{2,Y_t} \\ \cdots & \cdots & \ddots & \cdots \\ h_{Y_r,1} & h_{Y_r,2} & \cdots & h_{Y_r,Y_t} \end{pmatrix} \quad (13)$$

En nuestro trabajo, el desvanecimiento es modelado como una variable aleatoria de tipo Rice, entonces las ganancias del canal  $h_{k,\ell}$  son variables aleatorias Gaussianas complejas, es decir,  $h_{k,\ell} = g_{k,\ell,1} + j(g_{k,\ell,2} + u)$ , dónde  $g_{k,\ell,2}$  es una variable aleatoria Gaussiana de media cero, y  $(g_{k,\ell,2} + u)$  es una variable aleatoria Gaussiana de media  $u$ , ambas con varianza  $\sigma^2$ . Por lo tanto, la variable aleatoria Rice es obtenida como  $\alpha = \sqrt{g_{k,\ell,1}^2 + (g_{k,\ell,2} + u)^2}$ , (Barry, Lee, & Messerschmitt, 2004).

Además, en (3.1),  $\mathbf{s}$  es un vector de dimensiones  $Y_t \times 1$  que contiene los símbolos complejos transmitidos en cada antena. Estos símbolos pertenecen a una constelación M-QAM con potencia media normalizada. Como consecuencia, tenemos que:

$$\mathbf{s} = [s_1, s_2, \dots, s_{Y_t}]^T \quad (14)$$

Finalmente,  $\mathbf{n}$  es un vector de dimensiones  $Y_r \times 1$  que contiene las muestras de ruido que afectan a cada señal. Por lo tanto,

$$\mathbf{n} = [n_1, n_2, \dots, n_{Y_r}]^T \quad (15)$$

dónde  $n_k$  es una variable aleatoria Gaussiana compleja de media cero y varianza  $\sigma_n^2 = \sqrt{1/(2E_b \log_2 M / N_0)}$ , dónde  $E_b$  es la energía recibida por bit,  $M$  es el orden

de la modulación empleada y  $N_0$  es la densidad espectral de potencia unilateral del ruido.

### 3.3 LMUD ZF (*Zero Forcing*)

El LMUD ZF elige la matriz  $\mathbf{W}$  (refiérase a la ecuación 10) para que toda la interferencia de acceso múltiple sea eliminada, independientemente de que esto pueda incrementar la potencia del ruido. Por lo tanto, a partir de (10), ZF elige  $\mathbf{W}$  de tal manera que  $\mathbf{WH} = \mathbf{I}$ , donde  $\mathbf{I}$  es una matriz identidad. La matriz  $\mathbf{W}$  existe de tal manera que la matriz  $\mathbf{H}$  no sea menor en rango, es decir, existe siempre que  $\Upsilon_r \geq \Upsilon_t$ . Además,  $\mathbf{W}$  existe cuando las columnas de  $\mathbf{H}$  son linealmente independientes. Esta condición se cumple en nuestro sistema si consideramos que, la separación de las antenas en la estación base y la ubicación aleatoria de los usuarios es suficiente para garantizar que todas las ganancias del canal sean variables aleatorias Gaussianas independientes (Carvajal, Orozco, & de Almeida, 2018). Cuando  $\Upsilon_r = \Upsilon_t$ , entonces  $\mathbf{H}$  es una matriz cuadrada, entonces ZF es único, pues:  $\mathbf{W} = \mathbf{H}^{-1}$ . Por otra parte, cuando  $\Upsilon_r > \Upsilon_t$ , existe un número infinito de matrices  $\mathbf{W}$  que satisfacen  $\mathbf{WH} = \mathbf{I}$ . En estos casos, ZF está definido por la única matriz  $\mathbf{W}$  que satisface  $\mathbf{WH} = \mathbf{I}$  y que a su vez minimiza el error cuadrático medio (Marques & Monteiro, 2014).

Debido a que la matriz  $\mathbf{H}$  presenta estadísticas suficientes para realizar el proceso de detección,  $\mathbf{W}$  puede descomponerse en el producto  $\mathbf{W} = \mathbf{XH}^H$ , dónde  $\mathbf{X}$  es una matriz  $\mathcal{U} \times \mathcal{U}$  ha ser determinada y  $\mathbf{H}^H$  es una matriz traspuesta hermitiana, es decir es hermitiana si y sólo si es igual a la traspuesta de su conjugada (Apostol, 2001). Por lo tanto, la condición  $\mathbf{WH} = \mathbf{I}$  se convierte en  $\mathbf{XH}^H\mathbf{H} = \mathbf{I}$ . Como  $\mathbf{H}$  es una matriz con columnas independientes, entonces  $\mathbf{H}^H\mathbf{H}$  es una matriz invertible. Por lo tanto, tenemos que  $\mathbf{X} = (\mathbf{H}^H\mathbf{H})^{-1}$ . Consecuentemente,

$$\begin{aligned} \mathbf{W} &= \mathbf{H}^\dagger \\ \mathbf{W} &= (\mathbf{H}^H\mathbf{H})^{-1}\mathbf{H}^H \end{aligned} \quad (16)$$

que es la pseudoinversa o también conocida como *Moore-Penrose* pseudoinversa (Poole, 2011), misma que es representada por el símbolo  $\dagger$ . Si  $\mathbf{H}$  es invertible,  $\mathbf{W}$  se reduce a  $\mathbf{H}^{-1}$ . De (10) y (11), el vector en la salida del LMUD ZF puede ser escrito como:

$$\mathbf{z} = \mathbf{H}^\dagger \mathbf{y}$$

$$\mathbf{z} = \mathbf{s} + \mathbf{H}^\dagger \mathbf{n} \quad (17)$$

Con este resultado, la complejidad computacional, para el LMUD ZF se analiza en la siguiente subsección.

### 3.3.1 Complejidad Computacional

Sean  $\mathbf{A}$ ,  $\mathbf{B}$  y  $\mathbf{C}$  matrices complejas de dimensiones  $m \times n$ ,  $n \times p$  y  $m \times m$ , respectivamente. Por lo tanto, es fácil verificar que el producto  $\mathbf{AB}$  tiene  $mp(n - 1)$  adiciones complejas y  $mnp$  multiplicaciones complejas. Además, la inversión de  $\mathbf{C}$  requiere  $\frac{1}{3}m^3 + \frac{1}{2}m^2 - \frac{5}{6}m$  sumas y restas complejas y  $\frac{1}{3}m^3 + m^2 - \frac{1}{3}m$  multiplicaciones y divisiones complejas suponiendo que se emplea la eliminación de Gauss con sustitución inversa (Piziak & Odell, 2007).

En la literatura, existen algunas técnicas para reducir la complejidad de las operaciones de matrices. Sin embargo, en el análisis de complejidad computacional realizado en este trabajo, no hemos considerado esas técnicas debido a que estas requieren procesos que involucran recursos computacionales con prestaciones mucho mayores a las que se pretende usar en el presente trabajo de titulación. Bajo esta premisa, la Tabla 1 muestra el número de operaciones complejas requeridas por el LMUD ZF cuando  $\gamma_r > \gamma_t$ . Específicamente, esta tabla muestra el número de operaciones requeridas para calcular la matriz pseudoinversa y el número de operaciones requeridas para el producto  $\mathbf{H}^\dagger \mathbf{y}$ .

Cuando  $\mathbf{H}$  es una matriz cuadrada  $\Upsilon_r = \Upsilon_t$ , el detector ZF realiza solo dos operaciones: primero, calcula  $\mathbf{H}^{-1}$  y luego obtiene  $\mathbf{H}^{-1}\mathbf{y}$ . En consecuencia, el detector ZF realiza  $\frac{1}{3}\Upsilon_t^3 + \frac{3}{2}\Upsilon_t^2 - \frac{11}{6}\Upsilon_t$  sumas y restas complejas, y  $\frac{1}{3}\Upsilon_t^3 + 2\Upsilon_t^2 - \frac{1}{3}\Upsilon_t$  multiplicaciones y divisiones complejas para matrices cuadradas.

**Tabla 1.** Número de operaciones complejas requeridas por el LMUD ZF cuando  $\Upsilon_r > \Upsilon_t$

Paso	Sumas y Restas complejas	Multiplicaciones y Divisiones Complejas
$\mathbf{H}^H\mathbf{H}$	$(\Upsilon_r - 1)\Upsilon_t^2$	$\Upsilon_r\Upsilon_t^2$
$(\mathbf{H}^H\mathbf{H})^{-1}$	$\frac{1}{3}\Upsilon_t^3 + \frac{1}{2}\Upsilon_t^2 - \frac{5}{6}\Upsilon_t$	$\frac{1}{3}\Upsilon_t^3 + \Upsilon_t^2 - \frac{1}{3}\Upsilon_t$
$(\mathbf{H}^H\mathbf{H})^{-1}\mathbf{H}^H$	$\Upsilon_r\Upsilon_t(\Upsilon_t - 1)$	$\Upsilon_r\Upsilon_t^2$
$(\mathbf{H}^H\mathbf{H})^{-1}\mathbf{H}^H\mathbf{y}$	$(\Upsilon_r - 1)\Upsilon_t$	$\Upsilon_r\Upsilon_t$
<b>Total</b>	$\frac{1}{3}\Upsilon_t^3 + \left(2\Upsilon_r - \frac{1}{2}\right)\Upsilon_t^2 - \frac{11}{6}\Upsilon_t$	$\frac{1}{3}\Upsilon_t^3 + (2\Upsilon_r + 1)\Upsilon_t^2 - \left(\Upsilon_r - \frac{1}{3}\right)\Upsilon_t$

### 3.4 LMUD MMSE (*Minimum Mean Square Error*)

Un detector lineal más sofisticado es el MMSE que emplea una transformación lineal  $\mathbf{W}$  que minimiza el error cuadrático medio entre el vector original estimado y el transmitido.

El principal inconveniente del LMUD ZF es su intención de eliminar completamente la interferencia de acceso múltiple, independientemente de la intensidad del ruido. Por lo tanto, una mejor estrategia es elegir  $\mathbf{W}$  teniendo en cuenta, tanto la interferencia de acceso múltiple como el ruido, para minimizar el error esperado.

El LMUD MMSE elige la matriz  $\mathbf{W}$  que minimiza el error cuadrático medio, representado por la fórmula  $\mathbf{E}[\|\mathbf{W}\mathbf{y} - \mathbf{s}\|^2]$  (Barry, Lee, & Messerschmitt, 2004), sin la restricción ZF debe forzar a que  $\mathbf{W}\mathbf{H} = \mathbf{I}$  (Marques & Monteiro, 2014). Por lo tanto, podemos mostrar el error cuadrático medio como:

$$\begin{aligned} \mathbf{E}[\|\mathbf{W}\mathbf{y} - \mathbf{s}\|^2] &= \mathbf{E}[(\mathbf{W}\mathbf{y} - \mathbf{s})^H (\mathbf{W}\mathbf{y} - \mathbf{s})] \\ &= \text{trace}\{\mathbf{E}[(\mathbf{W}\mathbf{y} - \mathbf{s})^H (\mathbf{W}\mathbf{y} - \mathbf{s})]\} \\ &= \text{trace}\{\mathbf{W}\mathbf{R}_{yy}\mathbf{W}^H - \mathbf{W}\mathbf{R}_{ys} - \mathbf{R}_{sy}\mathbf{W}^H + \mathbf{R}_{ss}\} \end{aligned} \quad (18)$$

dónde  $\text{trace}[\cdot]$  es la traza de la matriz resultante. Además,  $\mathbf{y}$  es el vector recibido y  $\mathbf{R}_{xy} = \mathbf{E}[\mathbf{x}\mathbf{y}^H]$  dónde  $\mathbf{E}[\cdot]$  representa valor medio y  $\mathbf{R}_{xy}$  es la matriz de correlación entre los vectores columna  $\mathbf{x}$  e  $\mathbf{y}$ . Las muestras de ruido son variables aleatorias independientes con media igual a cero. Adicionalmente, los símbolos transmitidos pertenecen a la constelación con potencia media normalizada, entonces  $\mathbf{R}_{xy} = \mathbf{I}_{Y_t}$ . Consecuentemente, es fácil verificar que  $\mathbf{R}_{yy}$  es una matriz diagonal con entradas reales, que  $\mathbf{R}_{ys} = \mathbf{H}$  y que  $\mathbf{R}_{sy} = \mathbf{H}^H$ . con estos resultados podemos reescribir (18) como:

$$\begin{aligned} \mathbf{E}[\|\mathbf{W}\mathbf{y} - \mathbf{s}\|^2] &= \text{trace}\{\mathbf{W}\mathbf{R}_{yy}\mathbf{W}^H - \mathbf{W}\mathbf{H} - \mathbf{H}^H\mathbf{W}^H + \mathbf{I}_{Y_t}\} \\ &= \text{trace}\{\mathbf{W}\mathbf{R}_{yy}\mathbf{W}^H - \mathbf{W}\mathbf{R}_{yy}\mathbf{R}_{yy}^{-1}\mathbf{H} - \mathbf{H}^H\mathbf{W}^H + \mathbf{I}_{Y_t}\} \\ &= \text{trace}\{\mathbf{W}\mathbf{R}_{yy}\mathbf{W}^H - \mathbf{W}\mathbf{R}_{yy}(\mathbf{R}_{yy}^{-1})^H\mathbf{H} - \mathbf{H}^H\mathbf{W}^H + \mathbf{I}_{Y_t}\} \end{aligned} \quad (19)$$

En el último paso de (19), ha sido considerado el hecho de que  $\mathbf{R}_{yy}^{-1}$  es una matriz Hermitiana, es decir,  $\mathbf{R}_{yy}^{-1} = (\mathbf{R}_{yy}^{-1})^H$ . Finalmente, sumando y restando el término  $\mathbf{H}^H\mathbf{R}_{yy}^{-1}\mathbf{H}$ , podemos reescribir (19) como:

$$\begin{aligned} \mathbf{E}[\|\mathbf{W}\mathbf{y} - \mathbf{s}\|^2] &= \text{trace}\{\mathbf{W}\mathbf{R}_{yy}\mathbf{W}^H - \mathbf{W}\mathbf{R}_{yy}(\mathbf{R}_{yy}^{-1})^H\mathbf{H} - \mathbf{H}^H\mathbf{W}^H + \mathbf{H}^H\mathbf{R}_{yy}^{-1}\mathbf{H} \\ &\quad + \mathbf{I}_{Y_t} - \mathbf{H}^H\mathbf{R}_{yy}^{-1}\mathbf{H}\} \\ &= \text{trace}\{(\mathbf{W}\mathbf{R}_{yy} - \mathbf{H}^H)(\mathbf{W} - \mathbf{H}^H\mathbf{R}_{yy}^{-1})^H + \mathbf{I}_{Y_t} - \mathbf{H}^H\mathbf{R}_{yy}^{-1}\mathbf{H}\} \\ &= \text{trace}\{(\mathbf{W} - \mathbf{H}^H\mathbf{R}_{yy}^{-1})\mathbf{R}_{yy}(\mathbf{W} - \mathbf{H}^H\mathbf{R}_{yy}^{-1})^H\} \end{aligned} \quad (20)$$

dónde hemos eliminado los últimos dos términos que no dependen de  $\mathbf{W}$ . Por lo tanto, para poder minimizar el error cuadrático medio, la parte derecha de (20) debe ser cero y la solución al problema es

$$\mathbf{W} = \mathbf{H}^H \mathbf{R}_{yy}^{-1} \quad (21)$$

Por lo tanto, la matriz de autocorrelación  $\mathbf{R}_{xy}$  puede ser obtenida como:

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_{xy} &= \mathbf{E}\{[\mathbf{H}\mathbf{s} + \mathbf{n}][\mathbf{H}\mathbf{s} + \mathbf{n}]^H\} \\ &= \mathbf{H}\mathbf{H}^H + \sigma_n^2 \mathbf{I}_{Y_r} \end{aligned} \quad (22)$$

dónde se ha considerado que las muestras de ruido son variables aleatorias Gaussianas de media cero. Además, la matriz de autocorrelación del ruido es  $\mathbf{E}[\mathbf{nn}^H] = \sigma_n^2 \mathbf{I}_{Y_r}$ . El factor  $\sigma_n^2$  es la varianza de ruido, que fue definida junto con (15).

Entonces tenemos que:

$$\mathbf{W} = \mathbf{H}^H [\mathbf{H}\mathbf{H}^H + \sigma_n^2 \mathbf{I}_{Y_r}]^{-1} \quad (23)$$

Al emplear la identidad de Searle (Petersen & Pedersen, 2012):  $\mathbf{A}(\mathbf{B}\mathbf{A} + \mathbf{I})^{-1} = (\mathbf{B}\mathbf{A} + \mathbf{I})^{-1}\mathbf{A}$ , (23) puede ser reescrito como:

$$\mathbf{W} = [\mathbf{H}^H \mathbf{H} + \sigma_n^2 \mathbf{I}_{Y_t}]^{-1} \mathbf{H}^H \quad (24)$$

Observe que (24) se reduce a la matriz de pesos ZF, dada por (16), cuando la varianza del ruido es igual a cero.

### 3.4.1 Complejidad Computacional

La diferencia entre (23) y (24) es sutil a primera vista. Sin embargo, una inspección más cercana arroja dos diferencias importantes que determinan la complejidad del LMUD MMSE: la matriz de identidad tiene dimensión  $Y_r \times Y_r$  en (23) y  $Y_t \times Y_t$  en (3.15).

El producto  $\mathbf{H}\mathbf{H}^H$  tiene dimensión  $Y_r \times Y_r$  en (23), pero el producto  $\mathbf{H}^H\mathbf{H}$  tiene dimensión  $Y_t \times Y_t$  en (24). Como típicamente  $Y_t \leq Y_r$ , la forma de (24) se puede implementar con menor complejidad porque la matriz inversa tiene dimensiones más pequeñas.

En la Subsección 3.3.1, se presentó el número de operaciones complejas requeridas para realizar el producto de dos matrices y la inversa de una matriz. Basado en eso, la Tabla 2 muestra el número de operaciones complejas requeridas por el detector MMSE basado en (24).

Los resultados que se muestran en la Tabla 2 son válidos tanto para una matriz cuadrada o una matriz rectangular  $\mathbf{H}$ .

**Tabla 2.** Número de operaciones complejas requeridas por MMSE MUD

Paso	Sumas y Restas Complejas	Multiplicaciones y Divisiones Complejas
$\mathbf{H}^H\mathbf{H}$	$(Y_r - 1)Y_t^2$	$Y_r Y_t^2$
$(\mathbf{H}^H\mathbf{H})$	–	$Y_t^2$
$\mathbf{H}^H\mathbf{H} + \sigma_n^2 \mathbf{I}_{Y_t}$	$Y_t^2 + 1$	$Y_t^2$
$[\mathbf{H}^H\mathbf{H} + \sigma_n^2 \mathbf{I}_{Y_t}]^{-1}$	$\frac{1}{3}Y_t^3 + \frac{1}{2}Y_t^2 - \frac{5}{6}Y_t$	$\frac{1}{3}Y_t^3 + Y_t^2 - \frac{1}{3}Y_t$
$[\mathbf{H}^H\mathbf{H} + \sigma_n^2 \mathbf{I}_{Y_t}]^{-1} \mathbf{H}^H$	$Y_r Y_t (Y_t - 1)$	$Y_r Y_t^2$
$[\mathbf{H}^H\mathbf{H} + \sigma_n^2 \mathbf{I}_{Y_t}]^{-1} \mathbf{H}^H \mathbf{y}$	$(Y_r - 1)Y_t$	$Y_r Y_t$
<b>Total</b>	$\frac{1}{3}Y_t^3 + \left(2Y_r + \frac{1}{2}\right) Y_t^2 - \frac{11}{6}Y_t + 1$	$\frac{1}{3}Y_t^3 + (2Y_r + 3) Y_t^2 - \left(Y_r - \frac{1}{3}\right) Y_t$

Al comparar los resultados de la Tabla 2 con los resultados de la Tabla 1, observe que el LMUD MMSE requiere aumentar  $Y_t^2 + 1$  en el total de sumas y restas, así como aumentar  $2Y_t^2$  en el total de multiplicaciones y divisiones más que el LMUD ZF, esto se obtiene al restar el total de las columnas “Sumas y Restas

complejas” y “Multiplicaciones y Divisiones Complejas” de la tabla 1 del total de las columnas respectivas de la tabla 2.

#### **4. Capítulo IV. Análisis de Desempeño de Detectores Lineales en Sistemas MIMO Masivo**

##### **4.1 Introducción**

En este capítulo se muestran e interpretan los resultados obtenidos en las diferentes simulaciones realizadas para el escenario de un sistema MIMO masivo que emplea detectores lineales. Así, una vez se han precisado todos los conceptos básicos necesarios sobre el tema de este trabajo de titulación y la forma en la que los detectores son implementados, a continuación, nos centraremos en la simulación de posibles escenarios que utilizan técnicas ya comentadas en las secciones anteriores. Para empezar, todas las simulaciones realizadas comparten ciertas características o criterios:

Las modulaciones empleadas son 16-QAM y 64-QAM cuya potencia está normalizada.

Los resultados mostrados analizan el desempeño de la transmisión. Para ello, se representan curvas de la probabilidad de error de bit (BER) en función de la relación señal a ruido normalizada ( $E_b/N_0$ ), la cual es expresada en dB.

Diferentes escenarios son mostrados a continuación, dichos escenarios pueden ser resumidos de la siguiente manera:

Para sistemas MIMO:

Un primer escenario considera 6 antenas receptoras y 3 o 6 usuarios. Para este caso, el valor de  $u$  en el desvanecimiento de tipo Rice (véase ecuación 7) es 0,5 y para realizar una comparación con el desvanecimiento de tipo Rayleigh  $u$  toma un valor de 0, tanto para 16-QAM y 64-QAM, respectivamente.

Un segundo escenario considera 4 antenas receptoras y 2 o 4 usuarios. Nuevamente se emplean valores de  $u$  igual a 0 y 0,5, tanto para 16-QAM como para 64-QAM, respectivamente.

Finalmente, se consideran valores de relación señal a ruido entre 0 y 15 dB.

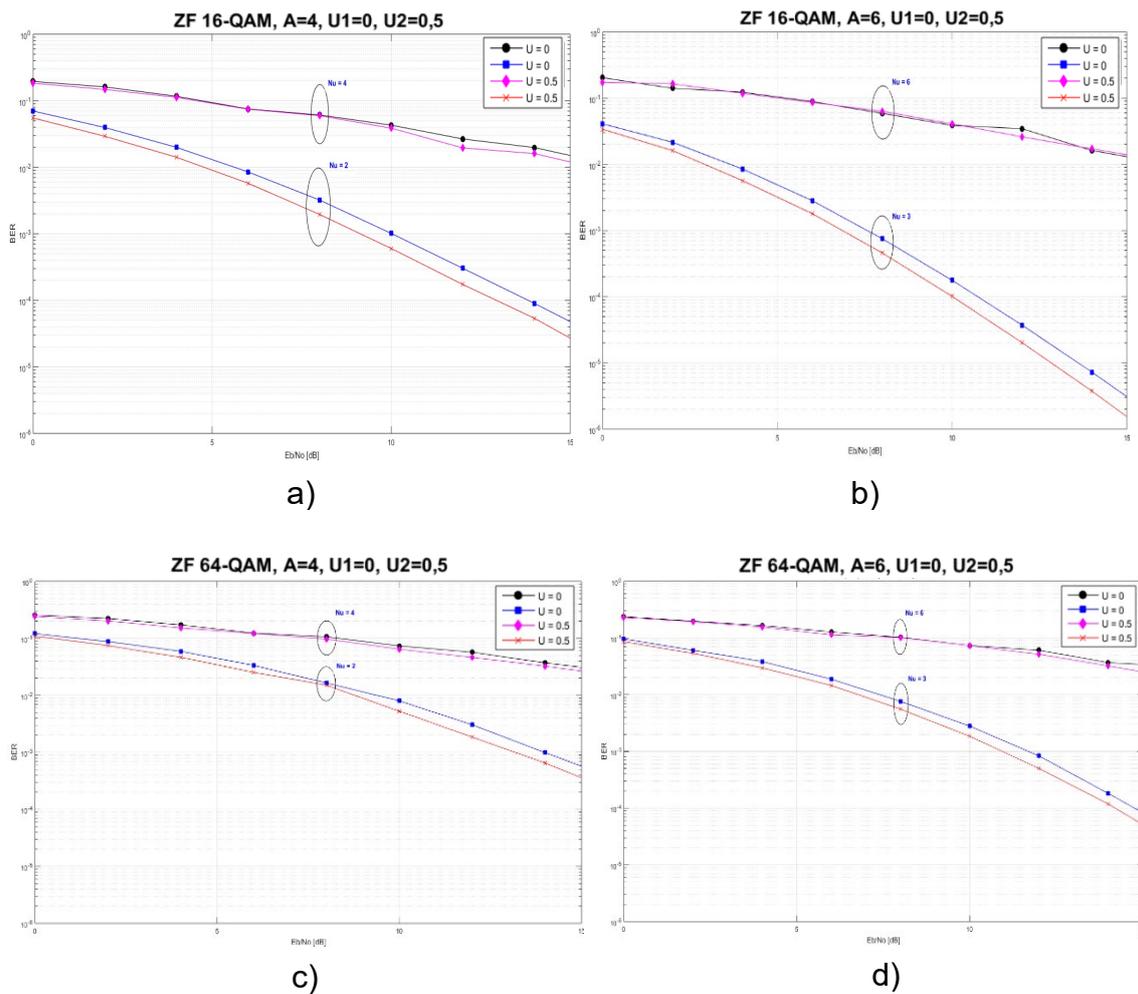
Para sistemas MIMO masivo:

Las simulaciones se realizan considerando un arreglo con 10, 50 y 100 antenas receptoras y 10 usuarios, usando valores de  $u$  iguales a 0 y 0,5, para ambas modulaciones indicadas anteriormente.

El rango para la relación  $E_b/N_0$  en dB está entre 10 y 25 dB.

#### **4.2 MIMO - Detector ZF**

En la Figura 14 podemos observar las curvas de la BER en función de la relación señal a ruido para diferentes escenarios en los cuales se emplea el detector ZF en un entorno MIMO. El lector puede verificar los parámetros considerados en la parte superior de cada figura. Así, observe que la Figura 14 está compuesta por 4 subfiguras 14a, 14b, 14c, 14d en las cuales se modifica el número de antenas de recepción y también el orden de la modulación empleada. En las figuras, se observa que la BER disminuye a medida que aumenta el valor de la relación señal a ruido. Por otra parte, note que en la misma figura en todo el rango de  $E_b/N_0$  el valor de la BER es menor, esto es debido a que existe menos interferencia. Además, mientras más alta sea la modulación, en este caso 64-QAM, se conoce que se mejora la velocidad de transmisión, pero a su vez el desempeño del canal se degrada para un determinado valor de relación señal a ruido, es decir, aumenta la cantidad de errores transmitidos.



*Figura 14.* BER en función de la relación  $E_b/N_0$  para el detector LMUD ZF en sistemas MIMO parametrizado por el factor  $u$  : a) modulación 16-QAM para 2 y 4 usuarios; b) modulación 16-QAM para 3 y 6 usuarios; c) modulación 64-QAM para 2 y 4 usuarios; d) modulación 64-QAM para 3 y 6 usuarios

Adicionalmente, es interesante observar que el detector ZF sacrifica diversidad para contrarrestar la interferencia. Esto se observa en la inclinación de las curvas de la BER. Específicamente, cuando el número de usuarios aumenta, se observa que la inclinación de las curvas en la región de alta relación señal a ruido cambia. Finalmente, cuando el factor  $u$  del canal Rice aumenta, entonces el desempeño del sistema mejora, esto debido a que en el desvanecimiento de tipo Rice la señal llega al receptor por diferentes caminos y al menos uno de estos caminos

(comúnmente una señal con LOS) es mucho más fuerte que las otras. Esta mejora es más evidente cuando el número de usuarios es pequeño.

### 4.3 MIMO – Detector MMSE

La Figura 15 muestra un escenario semejante a aquel mostrado en la Figura 14, pero en este caso se considera un sistema MIMO que utiliza el detector MMSE. De igual manera que para el detector ZF, podemos evidenciar que la BER disminuye a medida que aumenta el valor de  $E_b/N_0$  para las subfiguras 15a, 15b, 15c, 15d al igual que en la simulación anterior (figura 14).

Así mismo se puede observar un desempeño mejor cuando el número de antenas es mayor. Esto puede observarse de mejor manera en las figuras 15a y 15c, en las cuales se consideran 6 antenas de recepción en comparación con las figuras 15b y 15d, en las que se considera 4 antenas de recepción.

Finalmente, al comparar los resultados de la Figura 15, con aquellos de la Figura 14, se determina que el valor de la BER es menor cuando se utiliza el detector MMSE, lo que implica un mejor desempeño del LMUD MMSE para un sistema MIMO. Obviamente, y conforme el análisis realizado en el Capítulo 3, el costo es un ligero incremento en la complejidad computacional.

Por otra parte, es necesario que el receptor conozca la varianza del ruido a fin de poder realizar una detección adecuada. De manera semejante, se observa también que con el detector MMSE, la inclinación de las curvas de la BER cambia a medida que el número de usuarios se incrementa.

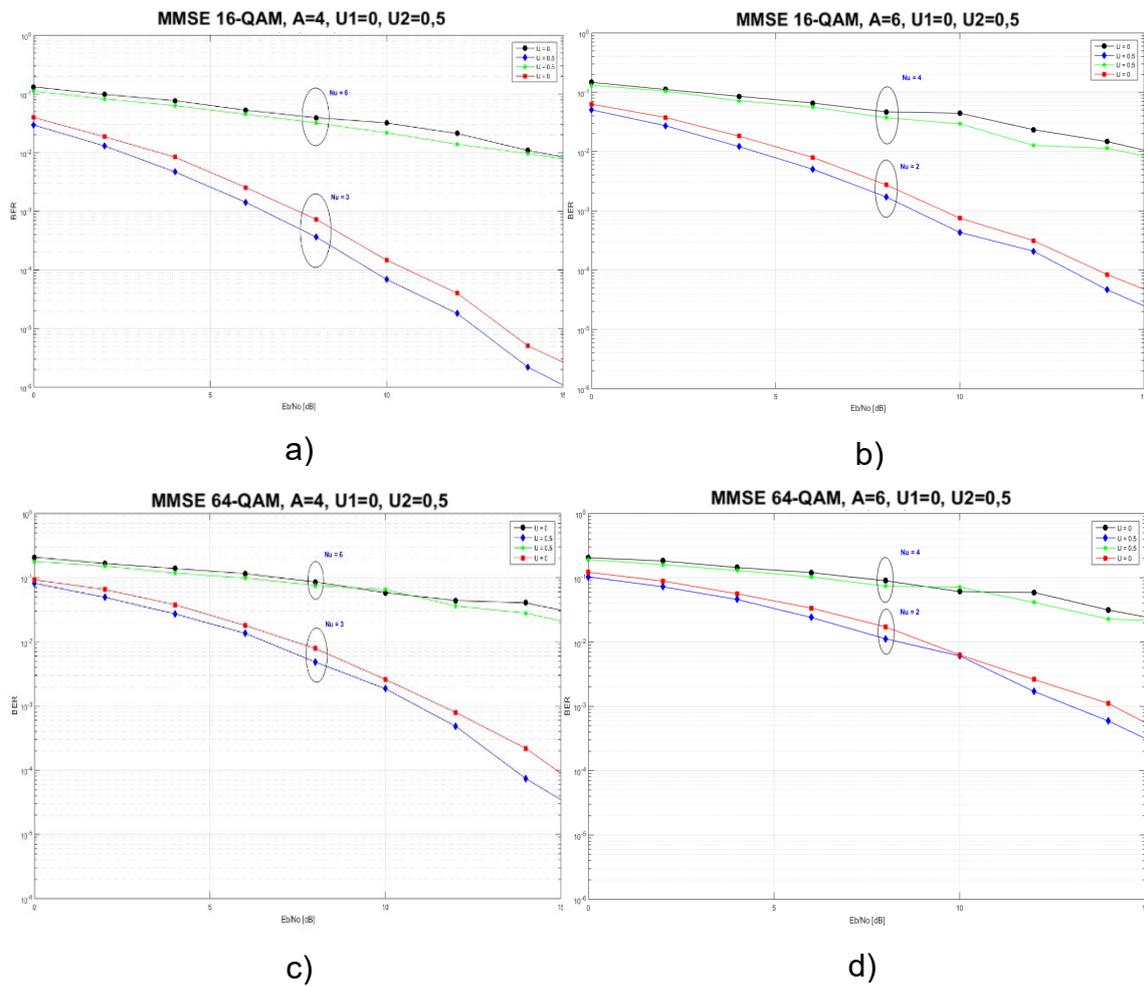


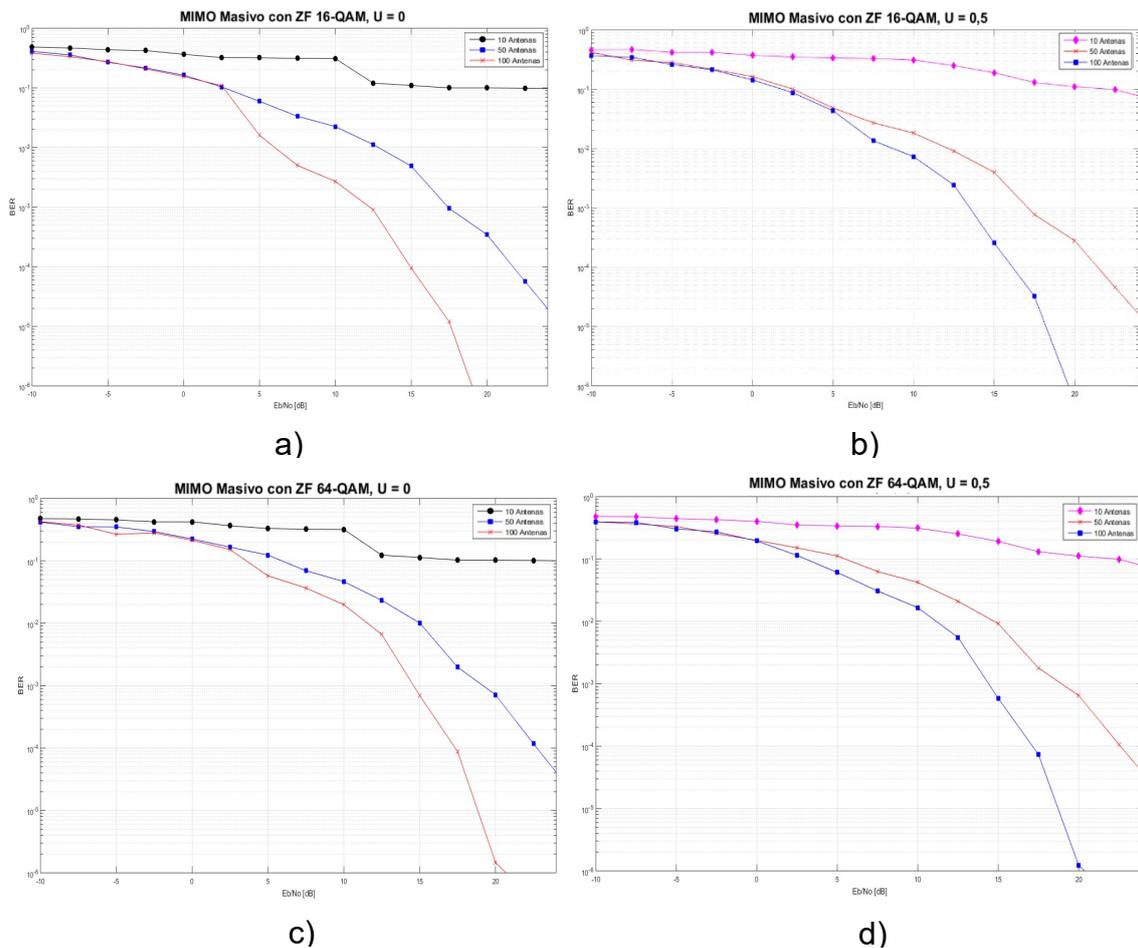
Figura 15. BER en función de la relación  $E_b/N_0$  para el detector LMUD MMSE en sistemas MIMO parametrizado por el factor  $u$  : a) modulación 16-QAM para 2 y 4 usuarios; b) modulación 16-QAM para 3 y 6 usuarios; c) modulación 64-QAM para 2 y 4 usuarios; d) modulación 64-QAM para 3 y 6 usuarios

#### 4.4 MIMO Masivo - Detector ZF

En esta sección, consideramos un escenario en el cual el número de antenas en el receptor puede ser incrementado de manera significativa a fin de emular un sistema MIMO masivo. Así, la Figura 15 muestra la BER en función de la relación señal a ruido para un sistema MIMO masivo que emplea el detector ZF y atiende a 10 usuarios parametrizado por el número de antenas de recepción, el valor del factor  $u$  en el canal con desvanecimiento Rice y por el orden de la modulación utilizada en el sistema, ya sea 16-QAM o 64-QAM.

El lector puede observar el título de cada subfigura a fin de evidenciar los parámetros utilizados en cada una de ellas. Los resultados muestran que un aumento significativo en el número de antenas permite emplear valores de relación señal a ruido mucho más bajos que en un sistema MIMO ordinario. Así, note que para valores bajos de  $E_b/N_0$  (valores menores a 10 dB), las curvas ya empiezan a decaer. No obstante, esto ocurre para 50 y 100 antenas. Para el caso de 10 antenas, a pesar de que este número de antenas es alto, el desempeño del sistema no es bueno. Esto ocurre debido a que como el número de usuarios es igual a 10, entonces el sistema pierde toda la diversidad a fin de eliminar la interferencia. Así, en este caso, el sistema se comporta como un sistema normal en el que no se utiliza MIMO y transmite únicamente un usuario.

Por otra parte, es interesante observar que los efectos del factor  $u$  del canal Rice pasan desapercibidos cuando el número de antenas es elevado. No obstante, cuando el número de antenas es pequeño, si existe una pequeña mejora en la BER cuando  $u$  es mayor, esto se debe a que al incrementar el valor de las antenas incrementa la probabilidad de que al receptor lleguen señales fuertes ya sean señales con LOS o señales reflejadas.

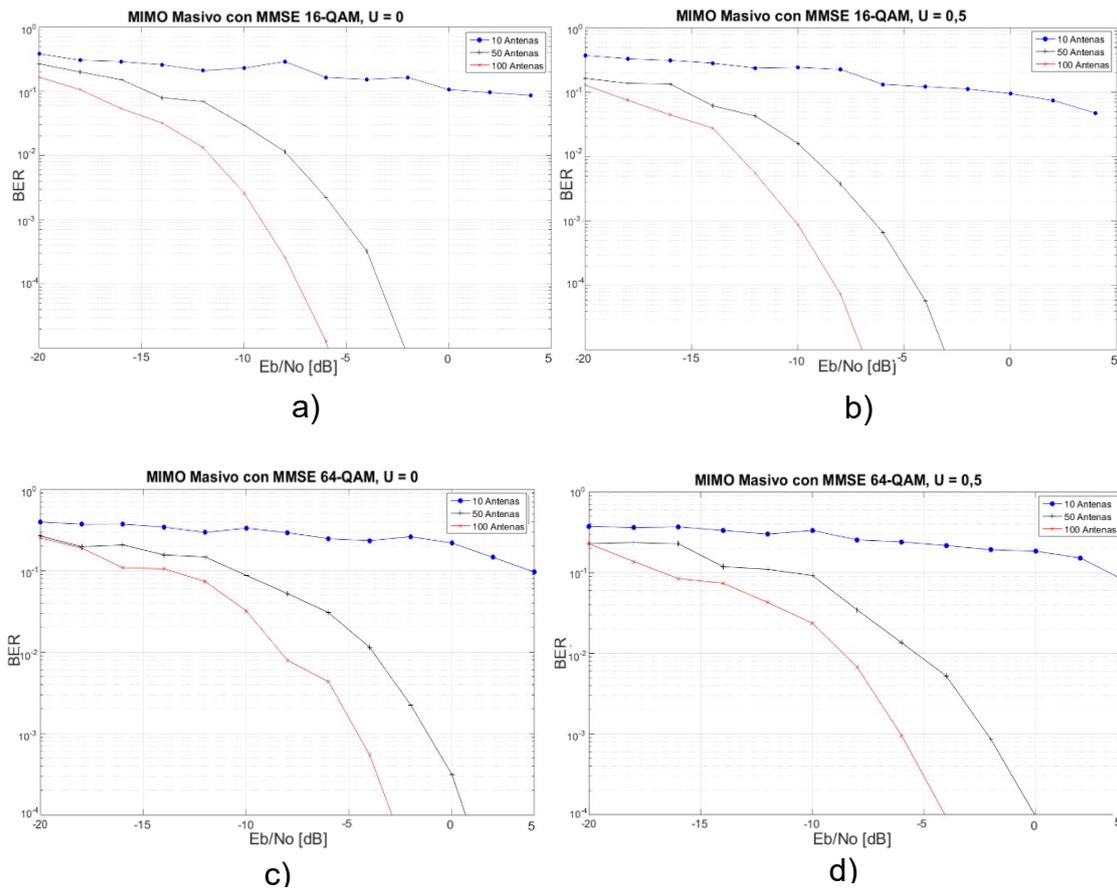


**Figura 16.** BER en función de la relación  $E_b/N_0$  para el detector LMUD ZF en sistemas MIMO masivo parametrizado para un arreglo de 10, 50 y 100 antenas para 10 usuarios: a) modulación 16-QAM para un valor  $u = 0$ ; b) modulación 16-QAM para un valor  $u = 0,5$ ; c) modulación 64-QAM para un valor  $u = 0$ ; d) modulación 64-QAM para un valor  $u = 0,5$

#### 4.5 MIMO Masivo - Detector MMSE

Finalmente, la Figura 16 muestra un escenario semejante a aquel de la Figura 17, pero en este caso se muestran resultados obtenidos con un sistema MIMO que utiliza el detector MMSE en el receptor. Al comparar los resultados de las Figuras 15 y 16, se observa que el desempeño del sistema mejora cuando se emplea el detector MMSE. Del mismo modo, se observa que cuando el número de antenas es igual a 10, el sistema pierde completamente la diversidad y por lo

tanto la BER del sistema es elevada, de la misma manera esto se debe a que al incrementar el valor de las antenas incrementa la probabilidad de que al receptor lleguen señales fuertes ya sean señales con LOS o señales reflejadas.



**Figura 17.** BER en función de la relación  $E_b/N_0$  para el detector LMUD ZF en sistemas MIMO masivo parametrizado para un arreglo de 10, 50 y 100 antenas para 10 usuarios: a) modulación 16-QAM para un valor  $u = 0$ ; b) modulación 16-QAM para un valor  $u = 0,5$ ; c) modulación 64-QAM para un valor  $u = 0$ ; d) modulación 64-QAM para un valor  $u = 0,5$

## 5. Capítulo V. Conclusiones, Recomendaciones y Trabajos Futuros

### 5.1 Conclusiones

El objetivo de este trabajo de titulación fue el estudio de los detectores multiusuario lineales en sistemas MIMO masivo que operan en canales con presencia de desvanecimiento de tipo Rice. Se evaluó el desempeño de estos detectores multiusuario (ZF y MMSE) a través de simulaciones realizadas en el software MATLAB.

En primer lugar, se describieron las características de los canales de comunicaciones inalámbricas de tipo Rice. Con esta base, se presentaron los detectores lineales *Zero Forcing* y *Minimum Mean Square Error*. Para esto, se escribió la estructura matricial de las señales recibidas en el arreglo de antenas en la estación radiobase.

A partir de los resultados obtenidos, se evidenció que el detector MMSE presenta mejor desempeño que el detector ZF. No obstante, ambos detectores pierden diversidad cuando el número de usuarios aumenta, esto se debe a que a pesar de que se asigna la misma cantidad de recursos a todos los usuarios, esto no garantiza que todos los enlaces establecidos tengan buena calidad, lo cual puede afectar al desempeño de la red. Sin embargo, cuando se considera un escenario de MIMO masivo se observa que las curvas de la BER tienen un decaimiento de tipo exponencial, es decir, estas curvas ya no tienen un decaimiento lineal cuando la relación señal a ruido aumenta. Esto implica que los sistemas MIMO masivo tienen un desempeño mucho mejor que los sistemas MIMO en los que se emplea pocas antenas de recepción. Obviamente, el costo es una mayor complejidad de implementación.

Por otra parte, se determinó que un orden de modulación mayor implica una mayor velocidad de transmisión, pero el sistema se torna más vulnerable a los efectos del desvanecimiento, el ruido y la interferencia. Sin embargo, con el uso de varias antenas de recepción, estos efectos pueden ser mitigados para obtener un desempeño adecuado por parte del sistema de comunicaciones inalámbrico.

Así mismo, se observó que el aumento en el valor del factor  $u$  en el canal Rice genera una reducción de la BER, que es más notoria cuando se utilizan pocas antenas de recepción. Específicamente, aumentar este factor implica que existe línea de vista entre el transmisor y el receptor y, por lo tanto, el desempeño de la conexión mejora.

Aunque la tecnología MIMO masivo da solución muchos problemas de investigación tradicionales, aún enfrenta desafíos en términos de complejidad computacional, implementación de algoritmos de procesamiento distribuido y problemas de interferencia para aprovechar al máximo el potencial de la tecnología. En escenarios en los que se pueden satisfacer altas demandas de tráfico. La implementación de estos sistemas será una de las principales medidas que se deben considerar, ya que beneficiará a todo el ecosistema desde operadores hasta consumidores con más disponibilidad, precios más bajos y nuevos servicios.

## **5.2 Recomendaciones**

La simulación de los diferentes sistemas presentados en el presente trabajo de titulación se realizó generando varios bloques de código. Cada bloque cumple una función específica, por lo cual se recomienda establecer las necesidades básicas de la simulación y la adición o eliminación de los componentes innecesarios a fin de que las simulaciones no demoren demasiado tiempo en correr.

Se recomienda usar un número de iteraciones considerablemente alto para obtener una mejor evaluación de las gráficas de BER en función de la relación señal a ruido y así adquirir resultados más fiables.

MIMO masivo debe considerarse como una tecnología habilitadora para la implementación de 5G y esto se debe a que, con el crecimiento continuo del tráfico de datos, MIMO masivo ofrece a los operadores una forma eficiente de aumentar la capacidad de la red para satisfacer el crecimiento del tráfico de datos.

Adicionalmente es recomendable el uso de computadoras mas potentes o super computadoras mismas que ayuden a la ejecución de los programas ya que como se pudo verificar en las secciones 3.3.1 y 3.4.1 la complejidad computacional es bastante exigente a nivel de hardware y software.

### **5.3 Trabajos Futuros**

El análisis presentado en el presente trabajo de titulación fue realizado para un canal con desvanecimiento de tipo Rice que considera existencia de línea de vista entre el transmisor y el receptor. Por lo tanto, se recomienda utilizar otro tipo de canales con desvanecimientos que permitan emular otros escenarios de operación, principalmente, modelos que permitan emular la propagación de ondas electromagnéticas en ondas milimétricas.

En este trabajo fueron utilizados los LMUD ZF y MMSE los cuales demostraron buena adaptación al sistema aplicado. No obstante, se sugiere analizar el desempeño de sistemas MIMO con otro tipo de detectores como lo son el de cancelamiento sucesivo de interferencia (SIC) o el detector de máxima verosimilitud (Barry, Lee, & Messerschmitt, 2004).

### **Referencias**

- Addati, G., Celano, F., & Churruarin, J. (2016). *MODELOS Y SIMULACIÓN PARA APROXIMAR EL VALOR DE PI*. Ingeniería Informática. Buenos Aires: UNIVERSIDAD DEL CEMA.
- Apostol, T. (2001). *CÁLCULUS* (Vol. II). Barcelona: REVERTÉ S.A.
- Barry, J., Lee, E., & Messerschmitt, D. (2004). *Digital Communication* (Third ed., Vol. 1). New York: Kluwer Academic Publishers.
- Bouaziz, S. (2015). *Réduction du PAPR du système OFDM-MIMO en 4G (Tesis de maestria)*. UNIVERSITE FERHAT ABBAS , ALGERIE.

- Carvajal Mora, H. R. (2018). *Bit Error Rate and Spectral Efficiency Evaluation of MC-CDMA Cellular Systems Employing Multiuser Detection (Tesis Doctoral)*. UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS , Campinas.
- Carvajal, H., Orozco, N., & de Almeida, C. (Febrero de 2018). On the cellular spectral efficiency of MC-CDMA systems with MMSE multiuser detector employing fractional and soft frequency reuse. *AEU - International Journal of Electronics and Communications*, 84, 34-35.
- Cortes, S. (29 de Abril de 2020). *Medium*. Obtenido de Medium: <https://medium.com/modulaciones-de-pulsos-muestreo-pam-ppm-pcm-y/pam-a5e6d926fcae>
- Foschini, G., & Gans, M. (1998). *On Limits of Wireless Communications in a Fading Environment when Using Multiple Antennas*. Wireless Personal Communications.
- Jakes, W. C. (1974). *MICROWAVE MOBILE COMMUNICATIONS*. New York: IEE PRESS Editorial Board.
- Jayaweera, H., & Poor, V. (2003). *MIMO Capacity Results for Rician Fading Channels*. Princeton: Princeton University.
- Kneidel, T. A. (2010). Temps de test courts pour mesures sur émetteurs WLAN-MIMO en production. *ACTUALITÉS*, 2-4.
- Marques, M., & Monteiro, F. (2014). *MIMO Processing for 4G and Beyond Fundamentals and Evolution*. Boca Ratón, United States of America: CRC Press.
- Moussa, B. (2013). *Etude et Evaluation des performances des systèmes de communications sans fil (Tesis de Maestría)*. UNIVERSITE MOULOUD MAMMERRI, Tizi-Ouzou.

- Papoulis, A., & Pillai, S. (2002). *Probability, random variables, and stochastic processes* (Fourth ed.). McGraw-Hill Higher Education.
- Peng, M., Li, Y., Zhao, Z., & Chonggang, W. (2014). *System Architecture and Key Technologies for 5G Heterogeneous Cloud Radio Access Networks*. Beijing: National Natural Science Foundation of China.
- Petersen, K., & Pedersen, M. (2012). The Searle Set of Identities. En *The Matrix Cookbook* (pág. 19). <http://matrixcookbook.com>.
- Piziak, R., & Odell, P. (2007). *Matrix Theory From Generalized Inverses*. Boca Ratón, FL: Chapman & Hall/CRC.
- Poole, D. (2011). *Algebra lineal, Una introduccion moderna* (Tercera ed.). Santa Fe, México: Cengage Learning.
- Proakis, J., & Salehi, M. (2008). *Digital Communications*. New York: The McGraw-Hill Companies, Inc.
- Rohde & Schwarz GmbH & Co. KG. (Enero de 2019). Small massive MIMO compendium. (Volker Bach, Ed.) *NEWS*, 59(221), 14-15.
- Stoehr, J. (2020). *Méthodes de Monte Carlo*. Université Paris Dauphine, Paris.
- Telatar, I. (1995). *Capacity of Multi-Antenna Gaussian Channels*. Technical report, AT & T Bell Labs.
- Touzin, G. (2013). *ÉTUDE DES MÉTHODES DE MONTE-CARLO ET DE LEURS EFFICACITÉS RELATIVES*. UNIVERSITÉ DU QUÉBEC , QUÉBEC .
- Verdú, S. (1998). *Multiuser Detection*. Cambridge, UK: Cambridge University Press.

Villafuerte Urbina, L. D. (2016). *ANÁLISIS DE TRÁFICO EN AGRUPAMIENTOS DE CELDAS LTEMACRO (Tesis de Maestría)*. INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL, Mexico, D.F.

Zhang, Zoey. (5 de Abril de 2016). *¿Cuál es la BER - Bit Error Rate?* Obtenido de Fmuser: <https://es.fmuser.net/content/?1906.html>

